ELEMENTI
DI FISICA

Vol. I.

ELEMENTI
DI FISICA
GENERALE

DELL'ABATE

DOMENICO SCINÀ

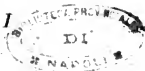
P. PR. NELLA R. UNIVERSITÀ DI PALERMO

Tomo I.

MILANO

DALLA SOCIETÀ TIPOGR. DE' CLASSICI ITALIANI

MDCCCXXIII

GLI EDITORI

La Fisica, ricca attualmente di strumenti e di metodi, favorita di concerto dalla storia naturale, dalla chimica, dalle matematiche, e guidata dalla logica; mentre di tanto onore riesce all' umano intelletto, divenne una parte principale della gentile educazione.

A fine di propagare la conoscenza delle fisiche discipline, si pubblicarono in pochi anni manuali, compendj, dizionarj, enciclopedie portatili. Ma sì fatti libri se valgono a levare da molti l' ignoranza totale delle cose fisiche, non bastano però a somministrare un' esatta e solida cognizione di esse. Si stamparono per verità anche varj trattati voluminosi. Ma nella più parte d' essi molto rimane a desiderare, poichè alcuni non abbracciano tutte le materie che la Fisica comprende, o non abbastanza ordinatamente le espongono, nè risalgono alle dottrine generali, d' onde derivano le teoriche discopritrici dei fenomeni. Havvene di quelli che o trattano le materie talvolta con metodi oltremodo astratti, talvolta del tutto matematici a scapito della parte sperimentale, o finalmente peccano di diffusione in certi particolari della scienza, mentre ne passano altri affatto sotto silenzio.

L' abate Domenico Scinà, professore nella R. Università di Palermo, incaricato dal Re delle due Sicilie di pubblicare un Corso di Fisica generale e sperimentale ad uso di quelle scuole, seppe corrispondere in bella maniera al commessogli incarico. Presi a disamina tutti i fatti naturali ben conosciuti e stabiliti, e combinandoli sagacemente per discoprirne i legami, ne trasse di mano in mano la verità coll' osservazione, coll' esperienza e col calcolo. Senza adoperare uno di questi mezzi a detrimento

dell'altro, potè egli presentare all'Italia un Corso Elementare di Fisica il quale vuole, a nostro credere, riputarsi uno de' migliori tra quelli finora comparsi alla luce.

Imprendiamo quindi a ristampare quest' Opera insigne, ottenutone prima il consenso dalla cortesia del chiarissimo Autore. La nostra edizione viene eseguita su quella fattasi in Palermo sotto gli occhi di lui negli anni 1828-29, *in quattro volumi, i quali comprendono la* Fisica generale *e la* particolare. *E trattandosi d'opera scientifica, mentre poniamo dal lato nostro ogni cura che la stampa riesca pulita ed accurata, affine di procedere con maggior sicurezza, abbiamo ricorso eziandio all'assistenza del sig. dottore Alessandro Majocchi, professore di Fisica in questo I. R. Liceo di S. Alessandro: onde confidiamo che la nostra impresa abbia ad ottenere il favorevole incontro degl' intelligenti.*

Siccome poi nel corso di questi Elementi *il signor professore Scinà fa uso delle misure e dei pesi di Sicilia, oppure delle misure e dei pesi di Francia e d'Inghilterra, e ben pochi dei nostri Lettori conosceranno, o almeno potranno avere famigliari quelle misure e quei pesi; così stimiamo opportuno di presentare, ne' quadri che poniamo immediatamente qui in appresso, il valore delle unità e delle loro singole suddivisioni delle misure e dei pesi di Sicilia, di Francia e d'Inghilterra espresso in misura e peso metrico. In tal modo il Lettore potrà tradurre facilmente i dati ed i risultamenti delle sperienze e delle dottrine esposte in questi* Elementi *in dimensioni o in valori di unità ormai conosciute da tutti i popoli del mondo incivilito. È bensì vero che l'Autore, ai paragrafi* 24, 136 *e* 137, *dà il rapporto per ridurre le misure francesi ed inglesi in quelle di Sicilia; tuttavolta, per l'intelligenza dell'universalità dei nostri Lettori, era necessario invece conoscere il valore di quelle misure e di quei pesi secondo il sistema metrico.*

MISURE LINEARI DI SICILIA

La misura lineare di Sicilia è la *canna*, la quale è composta di 8 *palmi*, contando il *palmo* 12 *once*, l'*oncia* 12 *linee* e la *linea* 12 *punti*.

Canna	Metri	2, 062	40
Palmo	»	0, 257	80
Oncia	»	0, 021	48
Linea	»	0, 001	79
Punto	»	0, 000	15

MISURE LINEARI FRANCESI

L'unità lineare in Francia, oltre il *metro*, è il *piede*, di cui 6 formano una *tesa*. Il *piede* poi dividesi in 12 *pollici*, il *pollice* in 12 *linee*, e la *linea* in 12 *punti*.

Tesa	Metri	1, 949	04
Piede	»	0, 324	84
Pollice	»	0, 027	07
Linea	»	0, 002	255
Punto	»	0, 000	188

MISURE LINEARI INGLESI

L'unità lineare di misura nella Gran Brettagna è il *piede*, di cui 6 compongono una *tesa*, detta anche *fathom*. L'*yard* equivale alla metà d'una *tesa* o a 3 *piedi*. Il *piede* poi si divide in 12 *pollici*, ed il *pollice* in 10 *decimi*.

Tesa o fathom	Metri	1, 828	79
Yard	»	0, 914	40
Piede	»	0, 304	80
Pollice	»	0, 025	40
Decimo di pollice	»	0, 002	54

PESI DELLA SICILIA

Il *rotolo* legale di Sicilia si divide in *once* 30, l'*oncia* in 8 *dramme*, e la *dramma* in 60 *acini*, a differenza dell'antica oncia che si divideva in 30 *trappesi*, ed il *trappeso* in 20 *acini*. Vi ha inoltre la libbra composta di 12 *once*, cosicchè un *rotolo* equivale a libbre 2 e mezzo.

Rotolo	Libbre metriche	0, 793	80
Libbra	»	0, 317	52
Oncia	»	0, 026	46
Dramma	»	0, 003	3075
Acino	»	0, 000	0551

PESI FRANCESI

Avanti l'introduzione del sistema metrico si faceva uso in Francia del *peso di marco*. La *libbra* ch'è l'unità di peso si divide in 2 *marchi* o in 16 *once*, per cui un *marco* equivale ad 8 *once*; un'*oncia* poi dividesi in 8 *grossi*, ed un *grosso* in 72 *grani*. Si suol dividere il *grosso* anche in 3 *denari*, ciascuno de' quali conta 24 *grani*.

Libbra di marco . . . . Lib. met.	0,	489	51
Marco . . . . »	0,	244	70
Oncia . . . . »	0,	030	59
Grosso . . . . »	0,	003	82
Denaro . . . . »	0,	001	2747
Grano . . . . »	0,	000	0531

PESI INGLESI

Nella Gran Brettagna sono in uso due sorta di pesi: la *libbra Troy* serve per l'oro, per l'argento, pei liquori, pei medicinali, ec. Questa *libbra* si divide in 12 *once*, ciascuna *oncia* in 20 *danari*, ed il *danaro* in 24 *grani*. Pel commercio all'ingrosso si fa uso d'un'altra unità di peso detta *libbra Avoirdupoids*, la quale si compone di 16 *once*, e ciascuna di queste consta di 16 *dramme*. La *dramma* poi dividesi sovente in 3 *scrupoli*, e lo scrupolo in 10 *grani*.

Libbra *Troy* . . . . Lib. met.	0,	373	20
Oncia . . . . »	0,	031	10
Denaro . . . . »	0,	001	555
Grano . . . . »	0,	000	065
Libbra d'*Avoirdupoids* . . . . . »	0,	453	544
Oncia . . . . »	0,	028	346
Dramma . . . . »	0,	001	772
Scrupolo . . . . »	0,	000	590
Grano . . . . »	0,	000	059

INTRODUZIONE

L'oggetto della Fisica sperimentale è quello di conoscere i corpi e le loro proprietà, stabilire le leggi della natura, comprendere quanto più si può il disegno dell'universo, e rivolgere a pubblico comodo e a comune utilità le cose create. Per fornir degnamente un oggetto così nobile ed importante, comincia questa scienza e fondasi innanzi d'ogni altro sulle osservazioni. Imperocchè non si può in altro modo giungere alla vera e chiara cognizione de' corpi, che attentamente riguardandoli; spiegar non si possono direttamente i fenomeni senza lo studio dei fenomeni medesimi; e notando con diligenza gli andamenti della natura, possiamo raccogliere le consuetudini, o, come diconsi, le leggi, secondo le quali costantemente essa opera. Ma siccome non di rado avviene che, a cagione della nostra debolezza, dubbj, oscuri e intrigati ci compariscono i fenomeni; così non potendosi la nostra mente confare alla grandezza della natura, è necessario che coll'arte si accomodi la natura alla nostra picciolezza, e si chiami lo esperimento in ajuto della osservazione. Sciogliamo, a ciò fare, i corpi, o a nostro senno li combiniamo, imitiamo o pure alteriamo le produzioni naturali; e con questi ed altri simili ingegni spesso ci riesce di conoscere meglio il tutto dalla inspezione delle singole parti, o di estimare la grandezza delle forze dai nostri piccoli saggi, e costringere, dirò così, la natura a rivelarci i suoi arcani. Per lo che l'osservazione e l'esperimento sono le basi della fisica, e gli strumenti e le macchine vagliono a confortare i nostri sensi e 'l nostro intendimento nell'osservare e nello sperimentare. Tutto ciò poi che attesta l'osservazione e l'esperimento chiamasi fatto, e sopra questi fatti poggia il ragionamento e ogni altra fisica speculazione.

Il metodo con che si procede nell'investigazione delle cause fisiche, è semplicissimo, e non senza gran senno

in altro non consiste che nell'arte di ridurre i fatti. Sono prima d'ogni altra cosa da compararsi i varj e slegati fenomeni già posti e raccolti dall'osservazione e dall'esperienza, così ad uno ad uno, come tutti insieme, per vedere in che si convengano, o per avventura si differiscano. Gli strumenti, di cui grandemente si giova il nostro spirito nel dirizzare una sì fatta comparazione, sono la geometria ed il calcolo, come quelli che la scala ci danno, che all'uopo e con destrezza maneggiata, misura, quanto più squisitamente si può, la relazione delle cose, e il grado di loro scambievole dipendenza. Di poi è da trovarsi il legame che unisce i fatti già esaminati, e tra la folla di questi è da cogliersi un fatto e un fenomeno principale da cui tutti gli altri naturalmente dipendono, e intorno a cui come ad un comune centro si vanno tutti gli altri spontaneamente collocando. Questo fenomeno, cui gli altri riduconsi, si chiama causa fisica, o legge di natura; i fatti ridotti si tengono per dichiarati, e diconsi ravvicinati; chi ottimamente riduce appellasi inventore, e per quest'arte di ridurre distinguesi il fisico dal volgo degli sperimentatori. Così un esperimento fece ragione di tutti i fenomeni dei colori, e Newton, che li ridusse, meritò giustamente gli onori d'inventore nell'ottica.

Sino a questo termine è dato allo spirito umano di pervenire nello studio delle cose naturali; e sebbene gli rincresca di dover prendere per causa un effetto generale, pure non gli è conceduto di proceder più oltre, cercando le cause prime delle cose. Poichè lasciando stare che le proprietà dei corpi non ci sono tutte note, o perchè alcune restano ancora a discoprirsi, o perchè i nostri organi son disadatti al conoscimento di altre, egli è fuor di ogni dubbio che i sensi, i quali sono il fondamento di tutte le nostre speculazioni, veggono le sole proprietà apparenti dei corpi, nè sanno nè veder possono perchè tali ci compariscono, quali ci compariscono, e a che si attengono tutte le loro proprietà, e quale sia la loro natura, ch'è la prima ed originaria causa de' fenomeni. L'universo in fatti per noi è l'aggregato delle nostre sensazioni, e cangerebbe ove i nostri organi si venisser cangiando; anzi tutt'altro ancor ci comparirebbe, se i nostri occhi in luogo di essere, come al presente sono, fossero a microscopio o pure

a telescopio conformati. Di che avviene che le nostre cognizioni non giungono sino all'immutabile natura delle cose; che siamo e saremo sempre rispetto alle cause prime non altrimenti che i ciechi sono in riguardo ai colori; e che sarebbe una sconcezza di travagliarci in ricerche che vanno oltre le nostre forze, e dalle quali altro di certo non si trarrebbe che vaneggiamenti ed errori. E però ben fanno oggi i fisici, che ad altro non mirano che a raccogliere e a ridurre fatti, e ad incatenare cause particolari ad una causa più generale, per avvicinarsi quanto più si può coll'ajuto del tempo e dei travagli dell'età avvenire alla riduzione dei fenomeni tutti dell'universo ad un solo, che considerano come il limite d'ogni fisico sapere, e di quella perfezione da cui siamo al presente lontani, cui dobbiamo sempre adoprarci per arrivare, e alla quale forse non arriveremo giammai.

Si può da tali cose ora conoscere che la fisica ajutata com'essa è nelle sue ricerche, e unitamente diretta dalle tre guide della ragione, che sono l'osservazione, l'esperimento ed il calcolo, oltre ad ogni altra scienza sodamente procede, e fondatamente stabilisce le sue verità. Di leggieri si comprende del pari che questa scienza piglia forza e aumento, come cresce il numero dei fenomeni ridotti, dimodochè la multiplicità dei nostri principj è un argomento della nostra imperfezione, perchè annunzia un difetto di riduzione nello stato attuale delle nostre cognizioni. Chiunque infine si persuade che la fisica dirittamente trattata altro non è, nè dee poter essere, che una raccolta ragionata d'osservazioni e di esperimenti.

Dietro la scorta di questi principj siamo in istato di apprezzare con senno la fisica degli antichi come dei moderni, cominciando dai Greci, di cui certe e non poche memorie sono pervenute sino a noi. Questi sebbene da Talete sino a Socrate non fossero stati che fisici, e gli stessi filosofi morali ed i severi Stoici eziandio sdegnato non avessero lo studio delle cose naturali; pure cognizioni ebbero incerte, disginnte, erronee e astratte della fisica. Dotati com'essi erano d'alto intendimento, caldi d'immaginazione, arditi nelle loro ricerche, ed impazienti di scoprire il meccanismo dell'universo, trascurati gli esperimenti e le osservazioni, si diedero

ad interpetrar la natura prima di studiarla, e furono più presto metafisici che fisici. Le non poche fisiche verità, che sparse si leggono nei greci filosofi, furono appo loro opinioni e non fatti, congetture e non teoremi, pensamenti d'una setta particolare e non dogmi della fisica, dottrine infeconde e non principj per ispiegare i fenomeni, verità in somma miste e confuse cogli errori, con questioni e con sottigliezze metafisiche, che a somiglianza degli errori furono contrastate, alterate e poste finalmente in obblio. I Greci adunque, generalmente parlando, mancarono prima in ciò, che osservarono poco, e fecero rarissimi esperimenti; ed in secondo, che ad indagar si rivolsero i primi principj e le prime cause delle cose che, per quanto pare, sono fuori della nostra intelligenza. Ciò non ostante saranno sempre degni della ricordanza dei posteri Archimede, che fondò la meccanica e l'idrostatica; Ipparco per i suoi travagli astronomici; Ippocrate, che si sforzò d'unire la ragione ai fatti nella medicina; Leucippo ed Epicuro, che i primi, poste da parte le ragioni metafisiche, recarono innanzi delle spiegazioni meccaniche sulla fabbrica dell'universo; ed Aristotile, che colla storia degli animali mostrò chiaro di che erano capaci i Greci, se la copia del loro ingegno e lo spirito di setta deviati non gli avesse dallo studio attento e diligente delle cose naturali.

I Latini non ebbero fisici, ed occupati com'erano dell'arte di governare, si ristettero ai Greci, e quasi per erudizione gli studiarono. Lucrezio fiancheggiò di nuove ragioni e leggiadramente abbellì il sistema di Epicuro, e Plinio da' Greci raccolse ciò che questi aveano scritto intorno all'uomo, alla natura e alle arti, e mettendolo insieme ordinato ce lo tramandò; di modo che i fisici più illustri tra i Romani recarono in latino linguaggio e affinarono le cose greche senza più. È solamente Seneca che non di rado si attira la nostra ammirazione nelle sue questioni naturali, massime quando preso d'entusiasmo annovera le comete, secondo ch'era piaciuto a' Pittagorici, tra le opere eterne della natura: *Non ci rechi maraviglia*, dice egli, *che al presente s'ignori la legge dei movimenti delle comete che rare volte si vedono, e non si conosca il principio ed il fine della rivoluzione di questi astri, che da una distanza così smisurata a noi*

ritornano. Tempo verrà in cui le cose che ora sono occulte richiamerà a chiara luce lo studio e la diligenza dell' età avvenire, in cui i nostri posteri si maraviglieranno della nostra ignoranza. Tempo verrà in cui alcuno mostrerà in quali parti del cielo si rivolgano le comete, e perchè sì lungi dagli altri astri camminino, e quanti e quali sieno. E veramente questo presagio, annunciato con tanta fermezza ed in gran parte avverato, colloca meritamente Seneca tra la classe di quegli spiriti che presentono la forza della verità prima che si possa da lor dimostrare, e separandolo dai fisici della sua età sopra tutti l' innalza.

Dopo questi tempi non vi fanno comparsa che Aristotelici, Platonici, Pittagorici ed Ecclettici, che lasciato da parte lo studio dei fenomeni, vergognosamente occupavansi di astrazioni metafisiche, di questioni teologiche e di cavillazioni loicali. Gli Arabi stessi si smarrirono dietro i Greci, e traducendo i vecchi ed inutili libri della Fisica di Aristotile, li venerarono come sacri codici, che sempre comentando, e sovente mal comprendendo, di nuovi assurdi e di altre inintelligibili questioni li sopraccaricarono. E comechè recato ci avessero le scienze, e molto e degnamente adoprati si fossero non che per la chimica, ma a pro delle cose astronomiche; pure non si elevarono alla ricerca delle cause fisiche, e tratto Alhazen, che alcune cose scrisse sull'ottica degne di commendazione, furono i loro fisici per lo più gl'interpetri d'Aristotile e non della natura.

Spenta la barbarie in Europa, e dirozzati gl' ingegni col rinascimento delle lettere, dalla filosofia arabo-peripapetica ebbero origine gli Scolastici. Questi si divisero in varie truppe sotto i nomi di Scotisti, Occamisti, Tomisti, o altri; e scelto il sillogismo come la spada da battersi, pugnavano eternamente gli uni contro gli altri per la materia e la forma, per l' accidente e l' infinito, e per altri arzigogoli dialettici, ontologici, cosmologici, teologici, e simili. Erano però tutti d'accordo a mettere in bando l'esperienza e l'osservazione, e a perseguitare come nemici dei buoni studi tutti quei che per avventura alle cose fisiche attendessero: *Credeano essi*, secondo dice Bacone, *che venisse meno la maestà dell' umano intelletto, se attentamente e con diligenza prendessero a trattare esperimenti e cose sensibili e materiali;*

molto più che riputavano sì fatte cose ignobili a meditarle, ineleganti a dirle, e men degne per la loro multiplicità a praticarsi da uomo libero.

In mezzo a questo disordine di cose surse Bacone di Verulamio, che elevandosi oltre alla folla dei suoi contemporanei avvertì gl'ingegni dei loro traviamenti, e richiamando la fisica dagli oggetti astratti ai sensibili, e dai sillogismi agli esperimenti, la propose loro come l'unico ed il più acconcio mezzo per ricondurli al diritto sentiero ed alle utili discipline. Per guida e conforto degli spiriti allora imbecilli ed infanti dirizzò la nuova logica, e scorgendoli per via non usata nelle fisiche ricerche, insegnò loro il metodo di studiare la natura per la natura medesima, e l'arte maravigliosa di *analizzare* i fatti, e legare i fenomeni coll'induzione e coll'analogia. E perchè le scienze, non ostanti le prime classificazioni d'Aristotile, erano confuse ancora ed impacciate, le ordinò e ne mostrò la comune origine, il mutuo legame, le varie e multiplici diramazioni, le cose in esse già discoverte e le altre innumerevoli che restavano ancora a scoprirsi. Raccolse infine, per quanto allora seppe e potè, una gran copia di fatti, e cercò così di porre e adunare i primi materiali che servir doveano all'innalzamento della fisica e d'incoraggiamento agl'ingegni per passare più oltre. Condotto in questa maniera l'umano intendimento quasi per mano da Bacone, e sospinto dagl'illustri esempj di Copernico, Ticone e Keplero, si mise nella via delle osservazioni e degli esperimenti, e la fisica dei moderni nacque.

Galileo fu il primo ad entrare nella laboriosa carriera, e giustamente si riguarda come il padre ed il fondatore della fisica. I suoi esperimenti e le sue scoverte sulla caduta accelerata dei gravi, sulle leggi del moto composto, su i corpi oscillanti e sopra altri oggetti gravissimi, furono i primi e ben avventurosi auspizi della moderna fisica. Fu egli il primo a riguardare il cielo col telescopio, a misurare il tempo col pendulo, e ad interrogar la natura colla geometria. Da' suoi insegnamenti furono addottrinati Viviani che abbellì la meccanica, Castelli che pose i principj dell'idraulica, e Torricelli che diè cominciamento alla teorica dell'aere. Valsero più d'ogni altro i suoi libri, la sua fama e le sue persecuzioni ad eccitare gl'ingegni ancor lenti, ed a scuotere

dal sonno così gl' Italiani come gli stranieri. Fu allora che Pascal in Francia, Ottone Guerike in Germania e Boyle in Inghilterra la dottrina dell' aere si tolsero particolarmente ad illustrare. Stabilì allora Firenze l' Accademia del Cimento, che protetta da illustri personaggi e composta dai più famosi uomini, come Viviani, Redi, Borelli, Magalotti ed altri, chiarissima divenne per la copia ed esattezza degli esperimenti, che con profitto inestimabile della fisica tentò e ridusse a perfezione. E se ogni altra cosa mancasse, il telescopio, il barometro, l' igrometro, il termometro, la macchina pneumatica e tanti altri utili strumenti basterebbero a somministrarci un argomento certo ed evidente, che con Galileo la vera fisica si nacque, e dopo lui ebbe accrescimento e fiorì; perciocchè ove ci hanno strumenti ed esperienze, ivi ci hanno fatti, e perciò scienza.

Lo scolasticismo frattanto, che per ogni dove signoreggiava in Europa, fortemente opponeasi al progresso della ragione, ed ora minacciando ed ora perseguitando teneva sotto il giogo l' umano intendimento, e lo ritraeva dagli ottimi studi. Cartesio venne all' uopo, e come chi grand' era d' ingegno e franco di animo, affrontò la filosofia delle scuole, forte la scosse, e sin dalle fondamenta rovesciolla, sostituendo all' oscurità la chiarezza, all' autorità l' esame, e ad Aristotile la ragione. Ma come gli uomini sono così fatti che amano l' errore piuttosto che l' ignoranza, e se prima allettati non sono dalla vista d' un nuovo sistema, non sanno l' antico abbandonare; così Cartesio con grande accorgimento immaginò un sistema di suo senno, e distruggendo l' errore delle scuole con un altro più vistoso e bizzarro, tutti a sè trasse gli spiriti, e li condusse, come suole accadere, alla verità per la via degli errori.

Tolti i potentissimi ostacoli della scuola, gli ingegni educati già da Galileo, e strascinati, dirò così, da Cartesio, si rivolsero da ogni parte allo studio della natura. Ma perchè gli antichi non ebbero, per dir così, fisica particolare, nè conobbero il pregio e l' importanza delle minute osservazioni, fu di mestieri in questa prima età della fisica che tutti attendessero ad osservazioni e ad esperimenti per supplire quanto più si potea alla scarsezza dei fatti. Fu quindi la fisica in questi primi tempi soda e reale, ma slegata e ristretta ad oggetti partico-

lari; e si può questa prima epoca chiamare l'epoca della raccolta dei fatti che servir dovea d'apparecchio all'altra della riduzione dei fatti e dei grandi fenomeni della natura. E veramente non era ancora la fisica nè potea essere tanto franca ed ardita da elevarsi ad abbracciare in grande le cose. Gli stessi ingegni più nobili, come Keplero e Cartesio, che si sforzarono di trovare il legame che passa tra la natura terrestre e la celeste, nei loro pensamenti fallirono, perchè il tempo non era ancora maturo. Siccome i fenomeni della natura sono i risultamenti matematici d'un piccolo numero di leggi invariabili; così non si possono dichiarare senza il favore del calcolo e della geometria, nè può lo spirito umano comprenderli, se prima non abbia condotto alla conveniente perfezione le pure matematiche. Di che viene che i progressi della fisica e quelli delle discipline geometriche vanno compagni, e strettamente tra loro si attengono e riferiscono. Trovandosi adunque la fisica sfornita in quei tempi dell'ajuto dei sublimi calcoli, e con essi delle grandi verità geometriche, non sapeasi liberare dall'impaccio degli oggetti particolari, e desiderava un genio che portando alla naturale altezza il calcolo e la geometria, e *generalizzando* le belle scoverte di Keplero, Cartesio, Galileo, Ugenio e di altri, ivi la recasse, d'onde potea la prima volta riguardare i fenomeni insieme e l'universo in grande; ed ecco Newton.

Fornito com'egli era di alto intendimento, nutrito nella geometria degli antichi, educato nell'algebra di Cartesio, preceduto da Wallis, Brounker e Mercatore, potè generale rendere il metodo delle quadrature che in alcune curve aveano questi grandi uomini trovato, o l'altro delle tangenti di Barrow, il calcolo delle *flussioni* inventando. Ebbe in questo calcolo lo strumento per sciogliere qualunque moto nei suoi elementi, per estimare il rapporto degli elementi delle celerità nell'istante medesimo che si svaniscono, per calcolare tutte le combinazioni delle forze e delle grandezze variabili, e per osservare e sorprendere la natura nei suoi primi andamenti e nei suoi primi insensibili passi, che sebbene sfuggono la nostra vista, pure sono più atti alla nostra intelligenza. Persuaso che il legame tra la terra ed il cielo era da ritrovarsi nell'identità dei fenomeni operati per le stesse cause e secondo le medesime leggi, si mise

a considerare e insieme a confrontare le leggi già ritrovate da Keplero, secondo le quali i pianeti si muovono, e quelle discoverte da Galileo, a norma delle quali i gravi cadono alla superficie della terra; ed in virtù di questa comparazione, e coll' ajuto del novello calcolo, fondò la non mai sin allora conosciuta meccanica celeste. Perchè i satelliti e i pianeti principali muovonsi in ellissi, e gli uni e gli altri aree descrivono proporzionali ai tempi, ne ritrasse con sottil pensamento che tutti sono ritenuti nelle loro orbite da una forza al foco diretta delle loro rivoluzioni, ed unendo questa forza colla projettile giusta le idee di Hook, ragion fece dei movimenti curvilinei dei corpi celesti. E perchè i quadrati dei tempi periodici dei pianeti sono come i cubi dei grandi assi delle loro orbite, ne inferì che la forza, la quale trattiene i pianeti, va a farsi meno nella ragione dei quadrati delle distanze. Anzi, come colui che di gran sentimento era nelle cose geometriche, valse a dimostrare in generale che un projetto, animato da una forza diretta ad un punto e reciproca ai quadrati delle distanze, può descrivere una delle sezioni coniche, come ancora a provare che i teoremi d' Hugenio per i corpi che girano in un cerchio, esattamente quadrano a quelli che muovonsi in ellissi, come fanno i pianeti. Dalle leggi in somma di Keplero ricavò la forza che opera nella ragione inversa dei quadrati delle distanze, e da questa forza le leggi conchiuse di Keplero. Giunto a questo termine si rivolse alla terra, e si avvide che più fenomeni terrestri chiaro gli annunziavano la tendenza che hanno i corpi gli uni verso gli altri, o sia l'attrazione, ed il moto dei penduli, e la caduta dei gravi nel vôto gl' insegnavano che l'attrazione opera nella ragione delle masse. Comprese adunque che a stabilire l'unità del sistema tra la terra ed i corpi celesti conveniva dimostrarsi l'identità della forza, o, per dir meglio, che l'attrazione sia la stessa forza che rattiene i pianeti, ed opera nella ragione reciproca dei quadrati delle distanze; ed egli con gran sagacità ciò fece per mezzo della luna. Comparò la luna che si muove ad una pietra che cade; ed ajutato dalle scoverte di Galileo e dalle misure di Picard, vide non solo che la luna girando cade come una pietra, ma dagli spazj che l'una e l'altra cadendo nello stesso tempo trascorrono, si accorse che l'attrazione

dal centro della terra alla superficie, e di là sino alla luna estendendosi, va la sua forza menomando nella ragione dei quadrati delle distanze. Allora fu che con animo franco e sicuro si elevò dalla terra, e poggiando il piede, dirò così, sulla luna, si andò a collocare nel sole, d'onde si mise a riguardare i pianeti lanciati dalla mano del Creatore, ed obbligati a girare dalla massa del sole che li signoreggia; incatenò al nostro sistema le sin allora erranti comete; sottopose il sole alla legge comune, mettendolo in movimento insieme cogli altri; pesò la massa dei pianeti da satelliti corteggiati; stabilì un punto centrale, intorno a cui e pianeti e lune e comete da una parte, e la massa del sole dall'altra, come in una stadera, si equilibrano, e rivelò agli uomini che ogni molecola di materia attrae tutti i corpi nella ragione della sua massa, e reciprocamente al quadrato della sua distanza dal corpo attirato. Scorto quindi da sì fatto principio andò conoscendo che la terra ed il sole turbano i moti della luna; che il sole e la luna sovrastando alle acque del mare l'agitano e le gonfiano; che l'azione del sole e della luna sull'equatore terrestre è la causa per cui gli equinozj precedono, e le stelle fan sembianza di muoversi in longitudine; che i pianeti incontrandosi nei loro giri, secondo il sito, la massa e le distanze, mutuamente si ritardano o si accelerano e si alterano i movimenti; tutti in somma i fenomeni derivarono da leggi generali e calcolati, tutti si ridussero all'attrazione, e l'universo fu per Newton un problema d'algebra e di geometria, di cui in alcune parti apprestò intera ed in altre accennò la soluzione. Ben gli si conveniva dopo tutto ciò il diritto di dettare leggi all'umana ragione nelle ricerche delle cose fisiche; ma egli pago di richiamare in luce la logica di Bacone, questa espose in brevi canoni, e sanzionata la *repubblicò* dalle proprie scoverte sul sistema del mondo e sulla teorica dei colori.

Pubblicato il sistema di Newton, vennero meno i vortici di Cartesio, come all'apparir dei vortici eran cadute le sottigliezze degli scolastici, e cominciò la seconda epoca della filosofia naturale, che si nota e segnala per la riduzione dei grandi fenomeni, per l'unione della fisica coll'algebra, e per la retta maniera di ragionare. Poichè, rigettate le ipotesi generali e le spiegazioni indeterminate, s'introdusse in fisica e si stabilì come prin-

cipio che sono solamente da ammettersi le cause fisiche e le teoriche precise e calcolate, le quali ragion fanno non che dell'esistenza del fenomeno, ma ancora delle sue modificazioni, della sua quantità ed estensione. Frutto di questo principio è stato il travaglio di un secolo, per cui i più grandi ingegni hanno inteso a sviluppare in tutti i suoi conseguenti l'attrazione, la quale comechè posta già e rassodata dal Newton, per l'imperfezione in cui era allora il calcolo dell'infinito, non sapea ancor vincer la difficoltà d'alcuni problemi, e ridurre e spiegare alcuni fenomeni che parea ricusassero le sue leggi. Ed in verità, sublimata la meccanica ad un principio generale, inventati nuovi calcoli, discoperti nuovi corpi celesti, dopo le fatiche di Clairaut, Alembert, La Grange, La Place, e tanti altri, si è finalmente arrivato a dimostrare un'esatta e maravigliosa corrispondenza tra i calcoli e le osservazioni, tra l'attrazione ed i fenomeni celesti; e la meccanica celeste è divenuta il testimonio più vero e chiaro e glorioso della forza ed eccellenza dell'umano intendimento.

La fisica, che fiancheggiata dai sublimi calcoli si levò tanto alto per opera di Newton, ha ricevuto a tempi nostri nuovo accrescimento per i progressi della chimica, con cui sinora è stata in comunicazione, e tiensi ancora amichevolmente congiunta. Sebbene lo spirito umano ha diviso le scienze per conforto della propria debolezza; pure questa separazione è da considerarsi come temporanea, ed allora sarà egli veramente degno d'interpetrar la natura, quando perfezionate separatamente le scienze, e distrutti i limiti che le dividono, di tutte non ne formerà che una sola e semplice scienza. Indi è che l'immenso intervallo che passa tra lo stato attuale delle nostre cognizioni e l'intera riunione delle scienze è supplito dalle nostre opinioni ed ipotesi, o sia dai nostri vaneggiamenti; che il progresso di una scienza influisce naturalmente sulle altre; che l'unione della fisica colla chimica è da riguardarsi come un passo ulteriore dello spirito umano verso la perfezione, e l'epoca di questa unione come l'epoca terza della fisica moderna. E veramente siccome la natura, niente riguardando ai nostri metodi ed alle nostre divisioni, suole insiememente adoprare gli *agenti* chimici ed i meccanici nella formazione delle sue opere, ed i fenomeni unitamente risul-

tano dalle leggi del moto e da quelle dell' affinità; così ben si comprende che la fisica coll' ajuto della chimica li ha potuto spiegare più destramente che prima non facea. In effetto l' analisi dell' aria atmosferica, la dottrina dell' arie fattizie, quella dell' acqua, la eudiometria, la meteorologia, e tanti altri articoli di somma importanza o sono interamente nuovi, o rinovati e raddrizzati secondo le scoverte della moderna chimica. E mentre la fisica si è tanto giovata della chimica, va essa di continuo questa rischiarando, e, quel ch' è più, le ha somministrato uno strumento novello ed efficacissimo ad analizzare i corpi nella colonna di Volta. Tanto egli è vero che un fenomeno appartiene, dirò così, a tutte le scienze, e che queste sono state da noi divise per istudiare, e sono da unirsi per conoscere la natura.

In mezzo a tanti lumi ed a tanti progressi dello spirito umano, l'arte di fare esperienze è divenuta più esatta; ed eccitata, guidata e raffinata la mano dei più valorosi artefici dal genio delle scienze, la fisica strumentale è stata condotta a gran perfezione, e va sempre più acquistando un'incredibile precisione. Le lenti acromatiche, i telescopj di Herschel, i nuovi microscopj hanno amplificato la nostra vista ed il nostro mondo; gli orologi resi imperturbabili ai movimenti di una nave, alla differenza dei climi ed alle vicende dell' atmosfera, misurano con rigore il tempo; e le nostre osservazioni ed i nostri esperimenti son divenuti esatti per l' esattezza delle divisioni che si trovano nelle macchine e negli strumenti. Le antiche e già conosciute verità sono state meglio dimostrate, ed una gran copia di fatti è stata osservata e misurata con isquisitezza di parte in parte, perchè fabbricati con più diligenza gli antichi strumenti, ed altri con gran precisione di nuovo inventati, abbiamo già supplito, per quanto l' umana industria sa e può, alla gran distanza che corre tra l' imperfezione dei nostri organi e l'esattezza della natura. Per lo che ricca al presente la fisica di strumenti e di metodi, favorita di concerto dalla storia naturale, dalla chimica e dalle matematiche, guidata dalla logica di Bacone, coltivata dagl' ingegni più chiari, ed intenti i fisici con incredibile pazienza ed ardore ad osservare e ad sperimentare, abbiamo fondata ragione di credere che venga questa scienza di giorno in giorno sempre più amplian-

dosi, massime che oggi ridotte le fisiche discipline a facili e semplici elementi, sono divenute uno studio di piacevolezza, una parte della gentile educazione ed un indizio di pubblica coltura tra le polite nazioni.

Ciò non ostante non siamo noi senza difetti. Ogni nuova scoverta ci trasporta oltre modo, e sotto il pretesto di estenderla si riguarda come una verità centrale, e la ragione di quei fenomeni che non sono stati ancora o bene o abbastanza dichiarati. E come l'ingegno umano sa con destrezza dare eziandio ai fatti la forma della nostra mente, si collocano gli esperimenti e le osservazioni con tale simmetria, che riguardati, dirò così, di profilo ci presentano lo stesso punto di vista e ci mostrano gli stessi risultamenti. Indi illusa l'Europa comincia a parlare il medesimo linguaggio e segue con entusiasmo la stessa opinione. A poco a poco, o perchè la natura smentisce i nostri mal fondati raziocinj, o per amor della novità si guasta l'incanto, e rigettandosi ciò che prima con grande ardore abbracciato si avea, si corre ad un'altra opinione, e s'imbatte in una nuova illusione. Che non si spiegò per attrazione e ripulsione? quanto non ha poi signoreggiato il fluido elettrico? quali rumori poco fa non levarono le arie fattizie? Comparve ogni cosa, non ha molto, in linee inviluppata e di analitiche forme rivestita. L'altro jeri tutto era affinità, ed un discorso senza chimici vocaboli si reputava quasi barbaro e profano. Oggi tutto è etere, etere che si scompone, etere che si neutralizza. E così di mano in mano passando di opinione in opinione, sempre trasportati e sempre leggieri, adottiamo nuovi vocaboli e nuove spiegazioni; e la fisica, se non è come quella degli antichi divisa e lacerata in più sette, è sottoposta per queste rapide vicende alla bizzarria delle mode. Ci consola però, in tanta copia ed instabilità d'opinioni, il vedere che le nostre illusioni medesime tornano per virtù dei metodi già stabiliti ad utilità della fisica. Ogni nuova opinione infiammando gl'ingegni li sospinge ad altre e più dure fatiche, ed incoraggiandoli a nuove sperienze l'origine diviene di altri belli pensamenti e di altre felici scoverte. E come la fisica rigetta oggi le ipotesi e i sistemi, e non annovera tra i suoi dogmi se non le cose certe e dopo maturo esame sodamente confermate; così può dirsi che le illusioni e gli errori sono dei fisici, e non della

fisica. Di fatto mentre quelli si smarriscono, essa profittando dei loro travagli raduna nuovi fatti, ed in mezzo all' urto di tante contrarie opinioni si apparecchia la strada al ritrovamento di altre importanti verità, come ha fatto per mezzo della luce, del calorico, dell' elettricità, dell' elettromagnetismo e del resto.

Ci duole, in secondo luogo, che i fisici da ogni parte intenti tutti sieno ad esperimentare, e poca sollecitudine si prendano di osservare. Invece di multiplicare le osservazioni, e rischiarare quelle che dubbie sono, coll' esperienze, siccome sarebbe convenevole, ognuno si chiude nel proprio gabinetto, e giuocando con alcuni strumenti, ed accomodando a suo arbitrio la natura, ci reca innanzi i suoi esperimenti, che da più luoghi a noi pervenendo, alcuna volta ci sono inutili o d' inciampo per la loro imperfezione, e spesso aumentano la nostra incertezza per la loro contrarietà. Non è quindi da maravigliare se cresciuto sia il numero dell' esperienze senza crescere a proporzione quello dei fatti, e se multiplicato siesi piuttosto il catalogo delle opinioni che quello delle fisiche verità. Ora sebbene l' esperimento sia una scorta nella dubbiezza delle apparenze, un ajuto alla nostra debolezza, ed un metodo di interpetrazione; pure è un' osservazione fattizia, un artifizio della nostra mente e l' opera delle nostre mani. E però i suoi dettati saranno sempre incerti, i suoi piccoli saggi inutili, e le sue interpetrazioni fallaci, se non sono confermati dai fenomeni osservati, e non si adattano esattamente alle opere della natura. Per lo che il fisico dalla vista d' una natura fattizia dee ritornare a quella della reale, e dal suo gabinetto all' universo, molto più che coll' osservazione, innanzi d' ogni altro può confidarsi di acquistare un abito felice ed un diritto sentimento per interpetrar la natura, svelarne gli artifizj e notarne le consuetudini che sono l' oggetto di tutte le nostre ricerche e fatiche. E se qui ci fosse conceduto di far voti per l' avanzamento delle scienze fisiche, sarebbe da desiderarsi che un' accademia s' istituisse, da cui esaminati tutti gli esperimenti nuovamente fatti, e che di tempo in tempo si vanno dai fisici in più parti dell' Europa facendo, quei soli si pubblicassero che certi sono, e giustamente collocar si debbono tra la classe dei fatti; affinchè ridotti in un sol corpo riposasse su i medesimi la nostra confidenza, e

con sicurezza appoggiar vi si potessero le nostre speculazioni. Per buona fortuna i fisici al presente e le accademie scientifiche, vinte le gelosie nazionali e le differenze in fatto di religione, van formando unica società, si comunicano sollecitamente i loro travagli, e gareggiano tra loro per condurre a perfezione le scienze fisiche e illuminare i popoli della terra. Appena Oersted discoprì l' azione della pila di Volta sull'ago magnetico, Ampere ed Arago in Francia, Davy e Faraday in Inghilterra, Nobili in Italia, Schweiger in Halle e tanti altri da ogni parte son venuti ad accrescere questo novello ramo della scienza. Come Seebeck annunziò la pila termo-elettrica, si videro Oersted e Fourier che uniti insieme tentavano nuove esperienze sopra questa nuova maniera di eccitare le correnti elettriche. È parimente subito che Barlow si accorse dell' azione delle palle ruotanti sull'ago magnetico, venne Arago scoprendo le azioni dei corpi in moto sopra le calamite, o dei corpi in riposo sulle calamite mobili, e poi confermò queste sue scoverte contro le opposizioni del Nobili, che non le avea trovate vere nel fatto, e quindi furon replicate dall' Herschel: e così si va in ogni luogo e con ogni diligenza ricercando la sodezza degli esperimenti. Sicchè l'amor di gloria e del sapere nelle circostanze attuali di Europa par che acceleri la conoscenza della verità dei fatti, e non ci lasci più a lungo, come prima, dubbj ed in forse sopra la certezza degli esperimenti.

Bastano queste poche linee per portare un giudizio fondato sulla fisica degli antichi e dei moderni. Quelli, collocandosi alla sorgente di ogni cosa, immaginarono cause generali per spiegar tutto. Questi, dopo lo studio dei fenomeni in particolare, sonosi a poco a poco e con passo sicuro elevati alla cognizione delle cause. I primi, deviando dalla strada dei fatti, non ebbero il giusto metodo e la diritta maniera di trattare la fisica. I secondi al contrario, intenti ad osservare e ad esperimentare, hanno cercato di ridurre i fatti, hanno sodamente posto le leggi della natura, e dato cominciamento alla vera fisica. Questa scienza adunque presso i moderni è stata meglio coltivata, ed è di gran lunga superiore che non fu presso gli antichi. La nostra superiorità però non consiste, come alcuni hanno falsamente creduto, nelle molte verità da noi conosciute, e che quelli non seppero; per-

chè le nostre scoverte si possono considerare come frutti naturali e ben avventurosi del tempo, massime che la fisica di sua natura cresce coi fatti, e lentamente si aggrandisce; ma è tutta da riporsi nello studio della natura per parti, nella maniera di ragionare, in una parola, nel metodo.

Ora comechè la ragione ci persuade e la storia chiaro ci dimostra che la fisica sia tutta riposta nel raccogliere e ravvicinare i fenomeni; pure queste son cose piene di stento, e ricercano assiduità, pazienza, attenzione e gran forza d'ingegno. Per la qual cosa non sembrerà per avventura inopportuno indicar qui brevemente per quali vie e coll'ajuto di quali metodi giunger si potesse a raccoglier non meno che ad incatenare i fatti, e dichiarare in alcun modo la logica dei sensi che ci guidano nella raccolta dei fatti, e quella della ragione che presiede alla riduzione e classificazione dei fatti medesimi.

Niuno potrà degnamente attendere all'investigazione delle cose naturali se prima uso non sia e quasi dimestico all'osservare e all'esperimentare, trattando macchine, e replicando le ossservazioni e gli esperimenti già praticati e generalmente stabiliti; perciocchè i nostri occhi, le nostre mani e in breve i nostri sensi hanno bisogno di questa specie d'educazione per rendersi atti a maneggiar destramente gli strumenti, e a scoprir con sagacità e prontezza gli andamenti della natura. Nè alcuno, comechè pratico di esperienze e di osservazioni, ne trarrà il desiderato frutto, se osservando e sperimentando un oggetto non si propone certo, determinato e particolare. Senza di questo il nostro spirito incerto, errante e distratto dalla vista di tanti oggetti, leggermente tutti e senza alcun profitto li trascorrerà, nè intento potrà esser a coglier luce dalle minute cose, dai fenomeni passeggieri e da ogni parte, per rischiarare quell'oscurità, dentro cui la natura si piacque di avvolgere i suoi disegni e l'apparecchio delle sue opere. Stabilito l'oggetto delle nostre ricerche, è da porsi mente a tutto ciò che gli altri in diversi tempi intorno ad esso hanno fatto e pur tentato di fare; affinchè collocati, dirò così, su i confini che separano le cose note dall'incognite, non si desse da noi alcun passo inutile, e giovandoci delle altrui fatiche e degli altrui errori eziandio, si potesse con maggior franchezza proceder più

oltre trovando qualche nuova verità. Un piano però, disegnato prima ed abbozzato nella nostra mente, dee sempre precedere tutti i nostri travagli. E sebbene questo piano dovrà certamente correggersi e cambiarsi, e ridursi a miglior forma nel corso delle nostre ricerche; pure ci servirà di guida nei primi ed incerti nostri passi, ci additerà gli strumenti all'uopo necessarj, e toglierà l'incertezza e l'irresoluzione dei nostri occhi, i quali, se prima non sono in alcun modo avvertiti, non sanno, come se stupidi fossero, quello che a loro si presenta per avventura vedere.

Un'altra parte delle nostre cure si dee rivolgere alla scelta e all'apparecchio degli strumenti, dai quali dipende il pregio, e dirò così il momento delle nostre esperienze ed osservazioni. Poichè sebbene per la negligenza involontaria degli artisti, o per causa della materia di cui son costrutti, o per altro, naturalmente seco portino qualche imperfezione; pure sempre confortano l'imbecillità dei nostri sensi, e loro imprestano quell'esattezza di cui sogliono essere sforniti. Prima dunque di metterli in pratica sono da esaminarsi con ogni diligenza ed attentamente da studiare, per esser sicuri della loro bontà e perfezione. Ci dee esser noto il loro meccanismo, il grado d'incertezza in cui ci lasciano, l'imperfezione della materia di cui sono fabbricati, la opportunità di usarli, gli errori cui stan sottoposti, il modo di rettificarli, ed ogni altra cosa che al loro diritto uso conduce. Indi è che non pochi fisici sono stati ancora artisti: Lewenoeck era il suo ottico, Réaumur facea i suoi termometri, Deluc costruiva i suoi barometri, Nollet smaltava e torniva, ed Herschel fabbricava i suoi stupendi telescopj.

Nel dar cominciamento alle osservazioni e in tutto il corso degli esperimenti si riguarderà con attenzione ai venti, alla stagione, al caldo, al freddo, al secco, all'umido, allo stato in somma dell'atmosfera che altera i fluidi che si trattano, i vasi che li contengono, la posizione degli strumenti che si adoprano, e turba i risultati dell'esperienze. È cosa oramai molto nota che per quanto i fisici ingegnati si erano di estimare la relazione che passa tra il peso dell'aria e dell'acqua, non potevano determinarlo con due uniformi esperienze; perchè secondo che variava lo stato dell'atmosfera, si cangiava

e vario venía a farsi il loro peso. Lodevole quindi costumanza fu quella dei fisici di notare con diligenza, per mezzo degli strumenti meteorologici, lo stato dell'atmosfera in ogni esperimento ed osservazione, affinchè si potessero corregger gli errori provenienti dalle vicende dei tempi, e farsi comparabili quegli esperimenti che eseguiti in varie stagioni e in diverse contrade, ancorchè tra loro si convengano, dimostrano nondimeno un' apparente differenza. Per lo che dopo i progressi della moderna fisica si è già convenuto di riferire le nostre osservazioni ed i nostri esperimenti a zero di temperatura e a zero del barometro, affinchè si potessero meglio comparare con quelli che si mandano ad effetto in qualunque luogo del globo; giacchè lo zero di temperatura e quello del barometro che indica il livello del mare, son due punti comuni a tutti sulla terra.

Cadrebbe ora in acconcio di fornire alcune regole ed esporre alcune precauzioni da adoprarsi nell'arte difficile di osservare e di esperimentare; ma le regole riescono inutili, e i precetti poco o niente instruiscono in questo genere di cose. È la vista dei grandi modelli che solo può rischiarare il nostro spirito, e sono le memorie originali dei più illustri fisici che possono veramente educare la nostra mente. Ivi si vedrà che i primi nostri sforzi sono per lo più vani, i primi nostri passi non senza errori, e le prime nostre cognizioni sempre superficiali. Ci esorteranno questi grandi uomini a superare con pazienza gli ostacoli che a folla s'incontreranno, a ritornare spesso sul cammino da noi battuto, a rifare e talvolta a rigettare quello che da noi non senza molta pena si è fatto, mostrandoci col loro esempio che lottando colle difficoltà, errando e rifacendo si può finalmente giungere a discoprire. Leggendo le memorie originali, potremo noi pigliare quell'indole attenta, paziente, esatta, laboriosa tanto necessaria per aspettare il momento più favorevole a riguardare un oggetto, e per notare con scrupolosità il principio, le circostanze, il progresso, i cambiamenti, i rapporti, la storia tutta di un fenomeno. Réaumur, più attento di Borelli ai moti della torpedine, spiegò la ragione per cui dà la scossa; ed Haller, vincendo l'attenzione di Malpighi, scoprì il pollo che preesiste nell'uovo. Dietro la scorta di questi maestri non più si distinguerà tra i grandi ed i piccioli

fatti, ma chiaro si conoscerà che ogni fatto è una parte necessaria di un tutto, ed un anello staccato, che potrà legare alcune maglie della catena. Bacone, come quello che avea gran senno, ci avvertì che la cognizione delle piccole cose ci può presto condurre a quella delle grandi, che non fa la cognizione delle grandi a quella delle piccole, e solea egli dire che la chiave è la cosa più piccola della casa. Trembley, che diffidando dei propj occhi fa ripetere le sue famose osservazioni su i polipi a Bonnet ed a Réaumur, c'insegna a dubitare dei nostri sensi, e delle cose da noi vedute, finchè un lungo e maturo esame non ce ne avesse assicurato. Wells, che replica le sue esperienze per investigare la cagione e i fenomeni della rugiada, ci dà a conoscere che replicando, gli esperimenti si assodano e si confermano. Deluc, che porta il suo barometro a Ginevra, in Genova e nella bassa Linguadoca per misurare l'altezza del lago di Ginevra sopra il livello del mare, ci mostra che per diverse strade conviene arrivare allo stesso termine, e variando le osservazioni, e diversi metodi adoprando, ricavare i medesimi risultati, perchè l'uniformità in questo caso è un indizio di verità. Newton, che anatomizza la luce, e ora scompone, e ora ricompone il raggio solare, ci manifesta che, ove si può, la migliore pruova nell'arte di esperimentare è l'analisi e la sintesi, come fanno i chimici. Tutti insomma i sagaci investigatori della natura c'inspireranno ardore e diligenza, e tutti ci avvertiranno a tenere la mente e l'animo scevro d'ogni parzialità nel raccogliere i fatti; affinchè questi sfigurati ed alterati non fossero dai fantasmi interiori del *pregiudizio*, che sono assai più da temersi, che gl'inganni dei sensi.

E senza più dilungarci sopra questo argomento, ben si raccoglie da tutto ciò che l'arte di osservare e di esperimentare non è altro che la filosofia applicata alla discussione dei fatti della natura: i suoi apparecchi sono strumenti esatti, sensi esercitati, sano intendimento e metodo: i talenti che desidera, sono pazienza, attenzione, sagacità ed esattezza: le prove che somministra sono la ripetizione e variazione delle osservazioni e degli esperimenti, l'analisi e la sintesi. Ma questa prima parte della fisica colloca i fondamenti d'ogni speculazione, e deve esser seguita dalla parte più nobile che

eleva l'anima, e ricerca un ingegno più vasto, che dicesi arte di ridurre i fatti.

Riferendo le scienze alla natura, che intendono esse di conoscere e d'interpetrare, chiaro si scorge la loro imperfezione e la nostra ignoranza. Poichè l'universo risulta da fenomeni, che sono infiniti di numero, e varj tutti di forma, i quali derivano da pochi e generali principj; là dove le nostre scienze non bene e pochi fenomeni conoscono, ed abbondano di principj e di metodi. Ad accrescere dunque e perfezionare le scienze, l'oggetto delle nostre fatiche, dopo di aver adunato, quanto più si può, fatti, deve esser quello di contemplarli profondamente per iscoprire, a traverso della loro differente sembianza, il punto in cui tutti si convengono, e comprendere l'unità del principio in mezzo alla prodigiosa varietà delle apparenze. Questo principio non può nè deve esser altro che un fatto della natura che noi sogliamo esprimere per brevità di linguaggio con formule astratte; ed i varj fenomeni, che a questo fatto si attengono, non ne sono nè possono essere altro che pure e semplici traduzioni. Indi è che ove si trova per buona ventura un fatto che naturalmente ragion fa di tanti altri, dicesi di congegnare una teorica, ed allora si ha certezza e si mette fine alle nostre ricerche. I caratteri adunque della teorica son due: che il principio, secondo cui dichiaransi i fenomeni, sia un fatto; e che questo fatto senza stento e quasi spontaneamente vada spiegando e quasi traducendo tutti gli altri. Ma siccome per umana condizione travediamo la verità prima di vederla, e a poco a poco e tasteggiando, ed alcuna volta errando eziandio l'arriviamo; così nate sono le congetture che ci aprono la strada alle teoriche, e ci recano delle probabilità, secondo che più o meno alle teoriche si avvicinano, pigliando il nome d'ipotesi o di sistemi. Si dicono ipotesi quando si sforzano di legare i fatti con una supposizione del nostro cervello; e sono sistemi in due casi, cioè: quando spiegano i fenomeni per un principio che non è un fatto, ma ricavato e argomentato dai fatti, o pure quando il principio è un fatto, ma non sono ancora pervenute a ravvicinare e ridurre al medesimo tutti gli altri fatti. Per lo che i sistemi sono strade per arrivare alla teorica, e hanno diversi gradi di probabilità e non certezza; sono metodi

di abbreviazione delle fatiche già fatte, e indici di altre fatiche da farsi; sono schizzi abbozzati dalla nostra immaginazione da confrontarsi coi grandi originali della natura: i sistemi insomma vengono meno, o si rafforzano, secondo che i fenomeni ammettono o rigettano le loro spiegazioni.

Alcuni si danno a credere esser cosa ottimamente fatta fabbricare ipotesi per congetturare; ma questa maniera di congetture si vuol del tutto fuggire. Imperciocchè i fenomeni costanti della natura sono da legarsi con altri fenomeni, e non coi nostri pensamenti; e le cause da investigarsi vogliono essere esistenti e non possibili, o sia la natura s'interpetra e non s'indovina. Indi la storia ci addita i rottami e le rovine di tante ingegnose ipotesi, e colloca i loro architetti tra i romanzieri della fisica. Nè le ipotesi prendono alcun vigore da ciò, che verisimili ci sembrano, e fornite di quella semplicità che suol essere il carattere della verità. Imperciocchè tutto quello che non è un fatto, non può essere un principio vero, nè ciò che dai fatti non ricavasi, per quanto semplice e verisimile ci paja, può e deve a noi porgere una congettura opportuna a diciferare le cose naturali. Oltrechè, lasciando stare che sembra una temerità il credere che gli stessi principj debolissimi creati dalla nostra mente abbiano per avventura potuto guidare la sapientissima natura, egli è certo che la classe delle cose verisimili è pressochè tanto estesa quanto quella dei possibili, e non di rado accade che la nostra semplicità è vinta dalla semplicità della natura. Parea a prima vista cosa chiara e semplicissima che i pianeti si movessero in circoli perfetti; e ciò non ostante l'osservazione ci mostra che le loro orbite sono ellittiche e non circolari. E comechè il moto muscolare dei meccanici e la fermentazione dei chimici ipotesi fossero e verisimili ed atte a spiegare la digestione; pure i più sodi e belli sperimenti ci hanno senza alcun dubbio dimostrato che si opera in virtù dei succhi gastrici e del calorico. Però Newton stabilì come principio generale in fisica, che *non sono da ammettersi altre e più cagioni delle cose naturali, se non quelle che vere sono e sufficienti a spiegare i fenomeni.*

Poste da parte le ipotesi incerte ed arbitrarie, le nostre congetture sono da fondarsi sopra i fatti, e da ritrarsi

dalla loro inspezione. Indagare quindi la causa fisica dei fenomeni è lo stesso che sciogliere un problema, in cui le cose date sono le osservazioni e gli esperimenti, e da questi, che sono le cose note, è da svilupparsi l'incognita, che è la causa. Nè altra a ciò fare è la nostra algebra che l'analisi fisica, la quale è fondata, come anderemo divisando, sulla comparazione dei fatti, ed è ajutata dall'analogia, dalla induzione e dal calcolo.

Non essendo a noi dato di conoscere la natura delle cose, è oggi un assioma in filosofia, che la comparazione degli oggetti è l'unico strumento del nostro sapere. Di fatto ogni cosa che non è comparata, è per noi incognita; enumeriamo le proprietà degli esseri, enumerandone i loro rapporti; e lo spirito nostro è tanto più vasto e profondo, quanto più rapporti conosce, sì che tutta la nostra scienza si riduce a quella delle relazioni delle cose. Unico quindi è il metodo delle scienze, e la fisica ad altro non intende che alla comparazione dei fatti della natura. Ma le discipline matematiche, come quelle che riguardano oggetti semplicissimi, quali sono i numeri, le linee e le quantità, più facilmente li comparano, e sono meno sottoposte ad errori; là dove la fisica, che contempla gli oggetti intricati ed impacciati come stanno nell'universo, a stento e lentamente li può confrontare, e spesso va errata nel confrontarli. Indi è di necessità che l'analisi porti a semplicità i fatti prima di compararli, e che le scienze fisiche durino una fatica, che le matematiche non fanno. Si trova dunque la causa fisica dei fenomeni per mezzo della loro comparazione, e si comparano i fenomeni, conducendoli prima a quella semplicità che maggiore si può.

Nel dare questo primo passo l'analisi è molto industriosa. Rivede essa i fatti ad uno ad uno, e cercando ciò che hanno di straniero, di accidentale o di passeggiero, lo rigetta, come quello che non può nè deve essere un soggetto di comparazione. Isolati studia gli oggetti per notarne, dirò così, il carattere e la qualità principale, cui stanno quasi soprapposte le altre. Considera separatamente le cause che insieme concorrono alla produzione di un effetto, e va stimando il valore di ciascuna, e quella osservando che innanzi di ogni altra influisce. Trascurate le piccole variazioni, ne coglie le più sensibili, e restringendole dentro ad alcuni

limiti certi e determinati, ne stabilisce il principio, gli accrescimenti e il *maximum*. Modera l'ardore della nostra immaginazione, che tinge e annebbia l'aspetto delle cose, ed esprime con brevissime note i fenomeni già esaminati, per farli più adatti alle nostre combinazioni. L'analisi insomma dissipando l'illusione delle apparenze, e la confusione di tante qualità accessorie che turbano la nostra vista, dispone i fatti, e in guisa tale gli apparecchia, che chiaramente si veggano, e il loro legame più facilmente si possa discoprire. In questo artifizio consiste tutta l'opera nostra; per questa destrezza di ridurre a semplicità si elevano i grand' uomini sopra i volgari; e per sì fatto apparecchio, che danno ai fenomeni, acquistano gl'ingegni una superiorità, dirò così, di posizione; perchè *simplificando* si giunge al luogo e si coglie il giusto punto di vista, d'onde riguardare il legame delle cose, che si legge nelle cose medesime, e non si crea. Newton, che in ciò fare era valoroso, ebbe il gonfiamento dell'equatore terrestre come un anello distaccato dalla terra, ed una montagna allo equatore come una luna, che girando la terra, insieme gira e la segue; ed allora cominciò a comprendere perchè variar si debba l'angolo della obbliquità dell'ecclittica, e retrogradino i punti equinoziali.

A questo primo travaglio succede quello della comparazione dei fatti, che vogliono essere opportuni, multiplici e varj nelle circostanze; perchè le leggi generali risultano e sono quasi inviluppate in tanti casi particolari. Giova moltissimo riguardare i fenomeni coesistenti ed i successivi, lo stato presente ed il passato, le circostanze prossime e le remote, come ancora considerare ad una ad una le forze, e quando queste sono cospiranti, o pure quando, bilanciandosi, mettono la natura in uno stato di apparente riposo. Non di rado ci conforta il comparare i grandi ai piccoli fatti, e trasportare dal grande in piccolo; o pure, al contrario, riferendo i fenomeni ai nostri esperimenti, e dai nostri esperimenti passando ai fatti della natura. Con questi e altri simili argomenti possiamo prender fiducia di stabilire le gran fasi dell'universo, i periodi dei gran cangiamenti, il ritorno di questi periodi, le leggi secondo cui si governano i corpi, le cause delle loro vicende, l'uniformità in somma nella mobilità delle forme e nella varietà delle apparenze.

Sono prima d' ogni altro da riferirsi le nostre osservazioni ed esperienze alle verità ed ai fenomeni già conosciuti. Per la familiarità che abbiamo coi fatti gà noti e con sodezza stabiliti, o per l'uso di esprimerli con brevità, duriamo minor fatica nel compararli ai novelli, e ove questi a quelli si possono connettere, il legame loro corre più presto agli occhi nostri, e da noi più chiaro si vede. Siamo di certo sicuri che un pezzo nuovamente ritrovato si appartenga a un'antica colonna, se con tutti gli altri pezzi va esattamente incastrandosi e connettendo. Bradlejo, come discoprì l'aberrazione delle stelle fisse, tra il moto della terra collocandola e la propagazione successiva della luce, spiegò il fenomeno, e tre fatti per il loro legame vicendevolmente rassodò. Anzi sappiamo che per difetto di una tale comparazione tanti grandi uomini, vicini ad arrivare la verità, l' han perduta di vista, lasciando ai loro successori la gloria dell'invenzione. Se Hugenio avesse riferito i suoi belli teoremi sulla forza centrifuga, e le sue ricerche intorno all'*evolute* alle leggi di Keplero, avrebbe prevenuto Newton nella teorica dei moti curvilinei e nella gravitazione universale; e se Galileo avesse riferito il fenomeno delle trombe aspiranti alla gravità dell'aria, Torricelli non sarebbe illustre per la costruzione del barometro.

Un metodo assai opportuno a ricavare il desiderato legame dalla comparazione dei fatti, e a confermarlo già ricavato, è quello di studiare attentamente le corrispondenze che hanno i fenomeni tra loro, cioè a dire: come alcuni variando in pari modo, vanno pure altri modificandosi e alterando; poichè una puntuale corrispondenza d' accrescimento, di diminuzione o di altro ci appresta un segno quasi certo che gli uni agli altri, come causa ad effetto, siano connessi. Perchè la quantità de' vapori in un vaso chiuso, sia che questo fosse vòto di aria o pieno, e sia che l'aria fosse più o meno condensata, resta la stessa restando costante la temperatura, ed al contrario cresce o diminuisce come la temperatura si alza o viene meno; si è con giusta ragione argomentato che niente influisce all'evaporazione la forza, come una volta credevasi, dissolvente dell' aria, e che l'evaporazione dipende tutta dalla temperatura. In difetto delle osservazioni si giunge a indagare la corrispon-

denza dei fenomeni per la via degli esperimenti. Si colloca il barometro nel vôto, a livello del mare o sulla cima dei monti, e dal salire e scendere del mercurio ben si dimostra che il peso e la molla dell'aria tiene il mercurio sospeso in questo strumento. Ed ove le osservazioni e gli esperimenti non ci favorissero, non sarebbe allora disconvenevole di modificare o distruggere colla nostra mente le cause, affinchè coll'occhio dell'intelletto si vedesse a quali vicende in questo caso sarebbe sottoposto l'ordine e lo spettacolo delle cose. E ciò con sicurezza può praticarsi quando dalle supposizioni del nostro cervello siamo in istato, per mezzo della geometria e del calcolo, di ritrarre le conclusioni che per avventura ne potrebbero seguire, come fanno i matematici; perchè allora non ci è dubbio, come per lo innanzi più estesamente dimostreremo, che le nostre conclusioni hanno solo e certamente luogo nelle supposizioni da noi stabilite.

Ma siccome la mente nostra nello studio delle circostanze dei fenomeni, e nel comparare, per la moltitudine degli oggetti, si confonde; così l'analisi, dopo d'aver partitamente esaminato i fatti, nell'atto di paragonarli costuma di ridurli in classi. Ogni classe è una raccolta di fatti simili, la quale si rappresenta con un fatto, di cui gli altri sono dipendenti, e che l'analisi va collocando nel suo cammino, come un segnale per non ismarrirsi. Quando più di queste classi sono formate, comincia a riferirle tra esse, comparando i fatti che le rappresentano, e così di mano in mano, finchè le verrà il destro di unirli tutti, cogliendo un fatto centrale e primitivo, cui stanno appoggiate le classi, ch'è la causa fisica dei fenomeni. La nostra mente adunque a poco a poco e successivamente vede i rapporti delle cose, e questi va gradatamente estendendo, e poi può sperare di stabilire le leggi generali, o, come dicesi, di *generalizzare*. Indi è che le formule e le proposizioni generali, che adopra l'analisi quando generalizza, racchiudono le singole classi dei fenomeni, e perciò tutti i fenomeni particolari; e con sì fatte formule forte imprime al nostro intelletto, chiaro ricorda alla nostra memoria, brevemente descrive e con nettezza dipinge i fatti e i varj aspetti della natura.

Ma nel generalizzare non è da seguirsi il costume di

alcuni che amano di legare le varie classi dei fatti per mezzo di lunghi raziocinj, mettendo proposizioni, tirando conseguenti, e molto allontanandosi dai fatti medesimi. È tale la debolezza della nostra mente, che camminando al di là dei fatti, e perdendo la loro guida, si smarrisce, presta alle cose le sue forme, e lega i fenomeni colle proprie opinioni, o almeno senza l'avvertimento dei fatti non sarà mai certa della verità e solidità dei suoi ragionamenti. Nel dare adunque ordine a tanti materiali confusi e isolati, o nel connetterli, si ragionerà; ma i nostri raziocinj vogliono essere semplici e immediati conseguenti dei fatti senza più. Debbono essere quasi una seconda classe di fatti che ci somministrano certezza, perchè sopra gli stessi fatti si fondano, e dai medesimi immantinente procedono: o pure sono da considerarsi come i fatti medesimi in altra forma espressi; affinchè in virtù di questa traduzione avvicinati, e posti, dirò così, in contatto, meglio si vedesse il loro accordo, e più sensibilmente ne risultasse la loro identità. Abbiamo un modello di questa maniera di ragionare in molti luoghi delle considerazioni su i corpi organizzati del Bonnet, il quale, se qualche volta fallì, nè potè stabilire di certo la *teorica* della generazione per difetto di ulteriori osservazioni, ci ha indicato almeno con qual senno ed in che modo sono da incatenarsi i fatti coi nostri raziocinj.

È chiaro, dopo tali considerazioni, che il metodo dell'analisi è quello di ridurre a semplicità e di comparare. Comparando riferisce i novelli agli antichi fatti, studia e osserva la corrispondenza dei fenomeni, li riduce in classi e generalizza. In questo senso l'analisi, che simplifica, è una luce portata da vicino, che ci mostra e rischiara ad uno ad uno e in particolare gli oggetti. L'analisi, che compara, è una luce che in alto e in distanza si mette, ed illuminando uno spazio più grande, più oggetti insieme ci presenta. L'analisi in fine, che generalizza, è una luce collocata sopra un'eminenza che risplende da ogni parte, amplifica molto il campo della nostra vista, e ci fa a un solo sguardo scoprire l'unione dei fenomeni. Ma in ciò fare essa non porta mai la sua luce tanto alta e lontana, che si perdan di vista gli oggetti particolari, perchè in questi si appoggia ed è riposta ogni verità. Or siccome la rivista d'ogni sin-

golo fatto non solo fatica l'attenzione, dissipa le forze dell'intelletto, ricerca gran tempo, spesso riesce inutile, perchè rotta si trova la catena dei fatti; perciò l'analisi fisica ha, dirò così, i suoi *logaritmi*, abbrevia la strada, e supplisce alcune volte al difetto dei fatti per mezzo delle congetture, mettendo prima d'ogni altra cosa in opera l'analogia.

L'analogia, ch'è una maniera di argomentare per cose simili, è l'unica regola dell'umana prudenza nelle cose civili, ed il fondamento su cui riposano le scienze naturali. Certi, come noi siamo, che la natura si governa per leggi generali e costanti, e secondo un piano uniforme ed invariabile, siamo con ragione abilitati, conosciuta la somiglianza di molti individui, ad attribuire a questi le qualità che l'osservazione ci assicura di convenirsi ad uno o a più di loro. Col favore di questo metodo, rigettando mille e inutili discussioni sopra ogn'individuo, si guadagna tempo, e giugnendo là dove i sensi alcuna volta non giungono, si legge, come suole accadere, in un solo la storia di molti individui o di più classi. Ma l'analogia più utile ci porge l'ajuto nelle nostre congetture, quando dalla somiglianza degli effetti c'insegna a conchiudere quella delle cause; o al rovescio dalla somiglianza delle cause ci trasporta all'identità degli effetti. C'inspira allora un certo prevedimento, additandoci cause ed effetti non ancora conosciuti, aggrandisce ad un tratto la nostra vista, e dirizzandoci l'occhio alla somiglianza reale delle cose, ci accenna l'unità del disegno tra l'illusione delle apparenze diverse. E comechè questa maniera di congetturare sia ardita, e non senza pericolo di errore, pure è da seguirsi ove si può, considerando ch'è un filo il quale ci potrà scorgere in mezzo alla dubbietà dei fenomeni, ha guidato gl'inventori delle scienze, e ci ha insegnato il moto della terra, la teorica del fulmine, e tanti altri e belli discoprimenti della moderna fisica. Indi Newton pose come canone che *agli effetti naturali del medesimo genere siano da assegnarsi, quanto più si può, le medesime cause;* ed all'inverso secondo Brugman, *alle cause del medesimo genere corrispondono sempre i medesimi effetti.*

Se a noi fosse in alcun modo noto il disegno generale dell'universo, l'analogia sarebbe un argomento molto solido, e di leggieri andremmo argomentando la

disposizione, l'ordine e la simmetria delle singole parti. Ma come la nostra condizione è quella di trarre da pochi e non ben conosciuti fenomeni il loro legame ed il disegno della natura; così ricercasi grande accorgimento per non cadere in errore, massime che l'immaginazione, la quale presiede alla vista delle cose simili, si piace non di rado di unire quelle che tra loro non si confanno, e lusingando la nostra pigrizia ed il nostro amor proprio, c'illude colle proposizioni generali e colla novità. Ad evitare un sì fatto inconveniente, non dobbiamo recare innanzi quelle somiglianze che diconsi di fine, quasichè noi fossimo da tanto da comprendere i fini altissimi che si propose la natura nella formazione delle sue opere. Nè tampoco ristarci all'apparenza, e, dirò così, alla fisonomia degli oggetti, ma cercar le somiglianze in quelle proprietà che principali sono, e più d'ogni altro li distinguono e caratterizzano. Intenti oltre a ciò dobbiamo essere a multiplicare i rapporti di somiglianza; perchè quanto più cresce il numero delle proprietà simili, tanto più sodamente si argomenta che in tutto il resto tra loro si accordino. Giova finalmente, nel fondare le nostre analogie, il dimostrare, quando si può, che le differenze, le quali naturalmente ritrovansi negli oggetti di nostra comparazione, sieno pure modificazioni, e non giungano ad alterare i rapporti di loro scambievole somiglianza. L'analogia dunque è un argomento di calcolo, i cui elementi sono la verità, solidità e multiplicità dei rapporti simili, ed i suoi limiti la teorica e l'ipotesi. Quando tutti e tre gli elementi del calcolo concorrono, ed il numero dei rapporti simili va crescendo, va parimente crescendo la forza dell'analogia, e può giungere a segno di approssimarsi molto da vicino alla teorica, senza poterla arrivare giammai; perchè la teorica è tutta fondata sopra i fatti, là dove l'analogia si attiene in parte ai fatti ed in parte al raziocinio, che argomenta sopra i fatti. L'analogia dunque ha una scala, e misura i varj gradi di sua probabilità sopra i gradi diversi di avvicinamento alla teorica: nè ci potrà mai somministrare certezza, ma solo una massima probabilità, che tien luogo pressochè di certezza, com'era quella del moto della terra, prima che Bradlejo ce n'avesse dato una dimostrazione diretta. Quando poi uno degli elementi manca, ed il numero dei rapporti simili è molto pic-

colo, va scemandosi la probabilità dell' analogia, e va in corrispondenza avvicinandosi all' ipotesi, senza che colla medesima si possa confondere; perchè l' analogia per quanto sia debole, appoggiandosi sopra i fatti, è più che una semplice supposizione, che ha il suo fondamento nel cervello che la crea. Non sarà quindi conceduto di rovesciare le analogie colle ipotesi, siccome l' annunziò chiaramente Newton dicendo, che *nella filosofia naturale le proposizioni tratte da fenomeni per analogia, debbono esser tenute come vere o pressochè vere, non ostante le ipotesi in contrario, finchè si discopriranno alcuni fatti che render le potessero o più certe, o soggette le proveranno a qualche eccezione.*

A parte dell' analogia usa l' analisi dell' induzione. Questa di sua natura ad altro non intende che a raccogliere da tanti casi particolari una proposizione che tutti li racchiuda. In questo senso presiede alla riduzione dei fatti e dei fenomeni in classi, ed è uno strumento dell' analisi che generalizza per via d' induzioni particolari. Ma alcuna volta non è scrupolosa e severa, e si permette delle vie indirette per favorire le nostre congetture. Quando i fatti non ci danno indizio o sospetto del principio da cui derivano, introduce un metodo di *eliminazione*, o sia cerca di escludere le cause apparenti per avvicinarsi alla vera, e tira in questo modo gran profitto dagli stessi errori, perchè ogni errore conosciuto è un' eliminazione già fatta. Ed in verità, ristretto il numero dei principj, e conosciute le vie degli errori, possiamo, mirando ai fatti, scorrere con più facilità il diritto sentiero che ci guida alle cause vere delle cose. A questo artifizio ebbe ricorso Hallejo indagando l' origine dei fonti, ed al medesimo si sono spesso rivolti nelle loro speculazioni i grandi uomini, che per la loro sagacità sono i soli che sanno usarlo e ricavarne utilità. Keplero, ricercando il rapporto che passa tra i tempi delle rivoluzioni e le distanze dei pianeti, ritrovò prima falsi molti di questi rapporti, e poi in quello s' imbattè dei quadrati dei tempi periodici e dei cubi delle distanze medie. Il metodo poi più utile e confacente alla nostra debolezza, che ci suggerisce l' induzione, è quello di ricavare dai fatti i principj, e poi estendere i principj coi fatti, ed alternando contemplare le opere della natura, ora nel tutto della loro struttura, ed ora nel rap-

porto delle loro parti. Siccome sono tanto varie e mobili le forme dei fenomeni particolari, che diverse non solo, ma eziandio contrarie ci sembrano alcune volte le apparenze dei fatti; così resteremmo confusi, ed inutili riuscirebbero i nostri sforzi, se costretti fossimo ad argomentare dalla singola inspezione dei fatti l'unità del principio che tutti li signoreggia e dichiara. Per conforto adunque della nostra mente, si è con senno introdotto il metodo di elevarci prima, dai principali e più chiari fenomeni, per via d'induzioni, al conoscimento delle cause, e di ritornare poi e quasi scendere dalle cause argomentate alla spiegazione dei fenomeni particolari che oscuri erano, e dubbia e qualche volta contraria ci mostravano l'apparenza. S'interpetra allora la natura come si fa una scrittura, in cui leggendo alcune parole qua e là sparse, isolate e meno oscure, si trova l'opportunità di diciferare quei caratteri ed il senso di quelle parole che da principio erano per noi inintelligibili. Così Newton lesse in alcuni fenomeni l'attrazione, e poi coll'attrazione gli venne fatto di ridurre quei movimenti che a prima vista faceano sembianza di rovesciarla.

Io so bene che vi hanno alcuni che, cauti come sono e severi, sdegnano questa maniera di congetturare, e seguendo i soli fatti, non vogliono usare questi metodi che incerti sono e capaci di condurci in errore. Ma non so approvare tanta scrupolosità, come quella che nuoce al progresso delle scienze. È tanta e tale l'oscurità in cui è involto il legame dei fenomeni, che se la mente nostra non fosse prima avvertita di un principio, non lo saprebbe di certo riconoscere e svolgere in tante modificazioni ed in tanti casi particolari in cui è nascosto, e trovasi confuso con molte circostanze straniere. Nella dubbia strada delle fisiche ricerche, conviene *orientarci* per non ismarrirci, e giova grandemente di salire di quando in quando sopra un'altura, e di là pigliare la linea di direzione per non perderci. Per altro il nostro spirito, come debole, deve congetturare prima di conoscere; e perchè è dotato d'una certa molla, è capace di quei salutari sforzi per cui prevede da' fatti il loro rapporto generale. Chi volesse adunque togliere le congetture, mal conoscerebbe la nostra mente e la grandezza della natura, e ritarderebbe di certo l'avanzamento delle scien-

ze, in cui le congetture hanno sempre preceduto e debbono precedere le teoriche. Non mi so poi accostare ad altri, di cui abbonda la nostra età, che vogliono tutto supplire colla loro testa, ed illusi dalla propria immaginazione architettano all'infretta sistemi, o pure presi di vanità non curano di accertare i fatti, e di lancio fabbricano principj generali, per trovare i loro nomi nella lista degli autori. Questa classe di persone è di certo pericolosa, intralcia la via delle scienze, e poco rispetto porta alla verità. Due sono i casi in cui viene meno ogni congettura, ed il fisico deve ristarsi dal ragionare. Il primo si è quando gli oggetti delle ricerche o sono fuori dei nostri organi, o ad altri si attengono, che sono oltre la portata dei sensi; perchè mancando allora gli strumenti del nostro conoscere, mancherà di certo ogni ragionamento, e riuscirà vana ogni congettura. E senza dubbio, se nelle scienze trascurata non si fosse una tale precauzione, che per altro pare tanto naturale, non si sarebbero esaurite inutilmente le forze dell'umano intelletto, e sarebbe venuta meno la sorgente di tanti arzigogoli e di tante stravaganze. L'altro si è quando i fatti, su cui debbono fondarsi le nostre congetture, non sono solidi, nè multiplici o bastevoli ad indicarci le vere cause. Imperocchè senza i *dati* necessarj, non ostante tutti i nostri studi, la soluzione del problema riuscirà sempre incerta ed indeterminata, e con pochi fatti e molto raziocinio saremo costretti a trasportare i nostri imperfetti e strani pensamenti nelle opere della natura. In questo scoglio sono stati spinti dalla loro immaginazione tutti gli autori di cosmogonie e di geogonie, i quali, con picciolo numero di fatti e con pochi rottami dispersi qua e là, e sformati e rosi dal tempo, hanno impreso a disegnare le parti, la forma, le proporzioni e la simmetria del mondo e della terra primitiva, quasichè assistito avessero alla creazione e formazione delle cose. Io non intendo con questo di negare la debita lode ai talenti del Wiston, Burnet, Woodward, Buffon e di tanti altri, che nell'ordire i loro speziosi romanzi hanno arricchito di utili scoverte la storia naturale, e non poche verità per gran ventura insegnato; ma dico soltanto, che vaghi di sciogliere un problema senza i *dati* sufficienti, è convenuto loro d'imbattersi in supposizioni arbitrarie, e di ragionare sul-

l'equivoco verisimile, che nell'arena dell'immaginazione tien luogo di certezza, e mischiare così la favola colla fisica. Di che è avvenuto che noi, egualmente impazienti che gli antichi, siamo nello stesso errore caduti, con la differenza che quelli, fabbricando senza fatti, ci hanno lasciato dei poemi metafisici, e noi, sopra pochi fatti alcuna volta immaginando, andiamo di tempo in tempo formando de' fisici poemi. Bisogna dunque porre freno alla nostra immaginazione ed alla nostra vanità, e sacrificando alla verità la bizzarria della novità, aspettare che cresca prima e si assodi il numero dei fatti, e poi arrischiare le nostre congetture. Bisogna persuaderci, come i più sennati fanno, che vie più si promuove il progresso delle scienze colla scoverta di un nuovo fatto, che con mille ingegnosi sistemi, varj così ed instabili, com'è volubile ed incostante l'immaginazione che li crea. Al più, quando abbiamo molti fatti slegati e confusi, ci sarà permesso di ordinarli, e dar loro un punto comune di appoggio; affinchè la memoria facilmente li ricordasse, e l'intelletto meglio l'abbracciasse, come sogliono costumare i botanici colle loro classificazioni; ma allora sono da tenersi come puri metodi di abbreviazione senza più. Usando di questa moderazione, non perde lo spirito umano la facilità e la naturale attività a congegnare sistemi, e non si reca alcun torto alla verità: si mostra nello stesso tempo il desiderio che noi abbiamo di conoscere la causa dei fenomeni, ed il timore d'ingannarci nell'assegnare la medesima; o sia all'immaginazione si unisce il giudizio e la severità, che sono le qualità le più favorevoli al progresso dei lumi e delle scienze.

Esposte le precauzioni necessarie con cui dalla cognizione dei principali fatti si può elevare il nostro intendimento ai principj generali, e da questi scendere alla spiegazione dei particolari fenomeni, è ora da confessarsi che l'induzione, nell'istesso modo che l'analogia, è un argomento di calcolo e di probabilità. Gli elementi di questo calcolo sono il numero dei principj che spiegano ed il numero dei fenomeni spiegati. Cresce tanto più di forza ed acquista tanto più di probabilità questa maniera di congettura, quanto più si scema il numero dei principj e quanto più si accresce il numero dei fenomeni dichiarati; perchè colla diminuzione

degli uni e coll'aumento degli altri ci avviciniamo alla teorica, che vuole unità di principio, e ricerca intera e generale spiegazione dei fenomeni, o sia allo scopo cui mirano tutte le nostre congetture. Copernico, per ispiegare i moti apparenti degli astri, diè alla terra tre movimenti: l'uno attorno il sole, l'altro di rivoluzione sopra sè stessa, ed il terzo dei poli della terra intorno a quelli dell'eclittica. Ora il principio della gravità li fa tutti dipendere da un solo moto, impresso alla terra secondo una direzione che non passa pel centro di gravità della medesima, e lega i fenomeni che prima erano isolati. Il principio dunque della gravità, per sola ragione di calcolo, vince i pensamenti di Copernico, e deve sopra d'ogni altro prevalere. Ma per menomare i principj, o ridotti i principj ad un solo, per estenderlo coi fatti ed applicarlo ai singoli fenomeni, spesso si ha di bisogno del calcolo, e l'induzione come pure l'analogia, per assodare le loro congetture, debbono spesso ricercare l'ajuto dell'algebra e della geometria, che ci sogliono gran conforto apprestare nella ricerca delle cose fisiche.

Trattandosi dell'influenza delle pure matematiche nella fisica, conviene prima d'ogni altra cosa accennare l'utilità che ci ha recato il calcolo nello stabilire la certezza dalle nostre osservazioni e dei nostri esperimenti, o sia nel fondare la verità dei fatti. È cosa da tutti conosciuta, che per la varia disposizione dei nostri organi, o per quella degli strumenti, o per il continuo movimento che hanno gli esseri in natura, le osservazioni e gli esperimenti, per quanto si replicassero e diligentemente si dirizzassero, non sono mai uniformi, ma sempre tra loro più o meno si differiscono. In mezzo a questa perpetua diversità di risultati è il calcolo che rassicura la nostra dubbiezza, ci guida colle probabilità, e ci conduce molto vicino alla verità ed alla esattezza. Scoprendo, come di fatti è, che il caso più probabile sia quello in cui gli errori in più ed in meno egualmente si allontanano dalla verità, e che le differenze positive e negative in tale caso mutuamente si distruggono, ci ha insegnato a cercare tra tutti i termini, in cui sono espresse le varie osservazioni, il termine medio aritmetico, come quello che più al vero devesi avvicinare. Anzi trovando per avventura tra molte osservazioni una che un er-

rore positivo molto notabile introduce, senza che un altro ce n'abbia negativo che lo possa in corrispondenza distruggere, o pure al contrario un errore negativo, senza che ve ne sia un altro egualmente positivo, ci ha avvertito a rigettarla, consigliandoci a pigliare il medio aritmetico tra i termini residui che meno si differiscono; perchè è più probabile che un sì fatto errore, il quale più dagli altri si discosta, sia egualmente più lontano dalla verità. Il calcolo parimente ci ha raccomandato di adoprare i nostri strumenti, ora in un senso ed ora in un altro opposto; affinchè gli errori in questo modo compensandosi, per via del loro medio ci potessimo vie più avvicinare al termine vero. Il calcolo infine ci ha definito i limiti dentro cui si possono ristrignere gli errori, e ci ha indicato così fin dove giunger possa la fiducia sulla verità o certezza dei nostri risultati. Ma questi ed altri utili insegnamenti, che ritrarre si possono dall'arte di congetturare di Giacomo Eulero, dagli opuscoli fisico-matematici di Lambert, di Condorcet e di altri valorosi geometri, io tralascio ben volentieri, credendo più convenevole di qui rapportare in che modo l'analisi algebrica e la geometria ci scorgano nell'ordire e ridurre in sistema i fatti della natura.

Siccome ignoriamo le dimensioni assolute dell'universo, e solamente conosciamo le proporzioni delle sue parti; così spiegare i fenomeni non è altro che scoprire la proporzione che passa tra la causa ed i fatti della natura, e le leggi che da noi si ritraggono, non sono che l'espressione di questa proporzione. E comechè varj e diversi ci compariscono i fenomeni, o per la loro grandezza o per la loro picciolezza; pure sono e restano sempre i medesimi, perchè dichiarare i varj e multiplici fenomeni della natura non è altro che dimostrare costante la proporzione tra la causa e gli effetti. Indi è che i fenomeni sono risultati matematici di poche leggi generali, secondo i principj geometrici furono da prima disposti, e di continuo a tenore dei medesimi si combinano. Le matematiche adunque si debbono in primo luogo riguardare come la scala, con che il nostro spirito misura i rapporti dei fenomeni, e va ricavando in mezzo alle loro varietà la costante proporzione cui stanno immutabilmente sottoposti. E come sono di loro natura esatte e precise; così alle matematiche è solamente conceduto di apprezzare la squi-

sitezza delle misure della natura, e per questo solo mezzo può supplire il nostro spirito all'immenso intervallo che corre tra l'imperfezione dei nostri organi e la precisione dei fenomeni. Nè solo misurano con certezza, ma in breve esprimono e chiaramente annunziano tutte le loro misure, per cui le matematiche si possono in secondo luogo considerare come linguaggio. I fatti espressi in questa lingua non si presentano più confusi ed impacciati, la loro comparazione si fa più pronta, il loro legame diventa più semplice, la loro multiplicità si riduce ad una formula, la loro varietà sparisce, e mostrano a prima vista il principio cui tutti si riferiscono. E sebbene così l'algebra come la geometria sieno da tenersi per misura e per linguaggio; pure in maniere diverse ci confortano nella investigazione delle cose fisiche. La geometria ci descrive l'immagine dei movimenti dei corpi, riduce in linee le forze da cui sono sospinti, sottopone ai nostri occhi come queste si equilibrano, ed in quale proporzione si uniscono, perchè questa o quella curva trascorrano. L'algebra piglia i fatti, ed isolandoli dagli oggetti cui si appartengono, li traduce prima nella sua lingua ch'è generale, e poi da questa espressione fondamentale, connettendo una lunga e non interrotta catena di raziocinj, ritrae tutti i conseguenti. Ma non raccomanda questi raziocinj al nostro intendimento, che debole com'esso è, stancandosi o smarrendosi verrebbe meno; anzi con singolare artifizio li trasmuta ed involge in forme meccaniche, sottoposte a regole certe ed invariabili, e mostrandoci il punto da cui partiamo e quello cui arriviamo, dall'uno all'altro quasi cogli occhi bendati ci conduce, per non poter declinare dalla diritta via. Indi è che i dettati dell'analisi sono certi ed infallibili, e che la fisica e le scienze in generale, rigettate le opinioni, altro oggi non ammettono che i fatti ben discussi ed i risultati del calcolo, come i soli ch'eterni sono e non soggetti ad errore.

Essendo i risultati del calcolo conseguenti certissimi dei principj stabiliti, e legandosi intimamente e con eleganza ai fatti che dall'osservazione e dall'esperimento si ricavano, divengono essi la prova e come la pietra di paragone a cui si può riconoscere la verità o la falsità delle nostre congetture. Quando incerti e dubbj

siamo alla vista di più cause, che tutte verisimili ci sembrano, e adatte a spiegare i fenomeni, paragonando i risultati del calcolo con quelli delle osservazioni, si ferma la nostra incertezza, e si determina con fondamento la nostra scelta. Tante volte spiegati già alcuni fenomeni, non si sanno gli altri ridurre, perchè non si sa ancora la legge secondo cui si modifica la causa che li produce; ed il calcolo allora, mettendo per dati i fenomeni non dichiarati, va trovando in qual modo si varia la causa; o pure modificando in più versi la causa, quella legge discopre secondo cui i conseguenti analitici sono conformi alle osservazioni ed ai varj fenomeni. Posta la causa fisica insomma, a noi indicata dall'analogia e dall'induzione, come dato, ove i risultati del calcolo convengono coi fenomeni osservati, abbiamo di certo una prova che la causa argomentata si convenga agli effetti, ed appartener si voglia alla classe dei fatti. Newton mise prima l'attrazione come principio, e di poi venne dimostrando col calcolo che i corpi celesti, in virtù dell'attrazione, debbonsi muovere, come di fatti si muovono; senza di che ci avrebbe dato le idee fisiche del suo sistema, ma sfornite di forza e della prova conveniente. In questo senso volgarmente si dice che la fisica ci appresta il *come*, congetturando la causa dei fenomeni, ed il calcolo il *quanto*, dimostrando la necessaria corrispondenza tra la causa argomentata e gli effetti osservati.

Essendo il calcolo lo strumento più adatto alla misura degli effetti, e perfezionandosi la spiegazione dei fenomeni col dimostrare esatta e costante la proporzione tra la causa e gli effetti, considerati in tutte le modificazioni ed in tutti i casi particolari, hanno cercato i più valorosi algebristi di trovare nuovi mezzi per apprezzare il grado d'intensità di cui ogni effetto è capace a tenore che variano le cause che lo producono, e le circostanze con le quali suol essere accompagnato. Ci hanno di fatto somministrato i metodi *grafici*, con cui si descrivono e si rappresentano sotto una forma sensibile gli aumenti e i decrementi, e in generale le variazioni degli effetti nel modo che ci sono date dall'esperienze e dalle osservazioni. E tali metodi conferiscon di assai a mostrare a prima vista l'andamento e 'l progresso dell'esperienze, prima che da noi si cercasser di

legare per mezzo di formule numeriche. Biot costruì graficamente l'esperienze eseguite dal Gay-Lussac per conoscere la corrispondenza tra i gradi dell' igrometro e le tensioni del vapore acquoso a 10° del termom. centigrado, e corse immantinente agli occhi che queste esperienze formavano una iperbole, in cui le tensioni rappresentan le ascisse, e i gradi dell' igrometro le ordinate, la cui concavità è rivolta all' asse dell' ascisse, e potè di poi applicarvi le formule, e trarne i valori corrispondenti e stabilirne una tavola. Ma gli algebristi, quel ch'è più, ci hanno apprestato i metodi d' interpolazione, col favore de' quali, poste per *dati* le osservazioni, si ritrovano i risultati intermedj, si correggono le anomalie dell'esperienze, si stimano gli errori de' nostri processi e le imperfezioni de' nostri strumenti, si scopre il progresso delle variazioni, si stabilisce il ritorno di certi cangiamenti, in una parola, si determinano con esattezza le leggi dei fenomeni. Questo metodo ha per oggetto di trovare una equazione tra due o più variabili in modo, che assegnato un valore determinato ad una o a due di tali variabili, ne risultano dei valori determinati per la seconda e la terza. Indi è che il problema dell' interpolazione ha due parti: l' una di soddisfare ai numeri dati dall' osservazione e dall' esperienza; ed a ciò fare abbiamo già delle regole sicure e generali: l' altra è quella di cercare tra tutte le funzioni che soddisfano ai numeri dati, quella che si conviene ai fenomeni di cui si desidera la legge; perchè ogni fenomeno, riguardato come commensurabile, si rapporta sempre ad una funzione che deve rappresentarlo ad esclusione d' ogni altra. E comechè la soluzione di questa seconda parte, ad onta degli sforzi ostinati dei più grandi algebristi, non siasi finora potuto sottoporre a regole costanti e generali, massime quando il numero dell' esperienze e delle osservazioni è piccolo, e non abbraccia una grande estensione; pure coll' attenta riflessione ad ogni circostanza ed al progresso dell' esperienze, tentando ed usando della scienza delle combinazioni, si è più volte giunto, almeno dentro a certi limiti, a disporre le osservazioni in modo che i rapporti si scoprissero, i risultati, l' unione e la legge delle variazioni de' fenomeni. Basta a farci conoscere le difficoltà nell' usare di sì fatto metodo, e l' utile insieme che se ne può rica-

vare, la formula che fu dal Biot adattata all' esperienze del Dalton sulla forza elastica de' vapori a gradi diversi di temperatura. Poichè dalla formula si ebbe una tavola ch'è per poco concorde all'esperienze, e segna la forza elastica de' vapori sino a 130° centesimali; ma dalla medesima ricavar non si può la forza elastica de' vapori corrispondenti ai gradi che oltrepassano i 130°. Il che ci fa segno che sebbene la formula, forse per difetto di esperienze, non possa aver luogo per tutti i gradi, e che perciò non sia la vera e generale; pure è bastevole a indicarci la quantità elastica dentro certi limiti, che sono compresi tra 20° sotto lo zero, e 130° al di sopra. Altre simili ed utili applicazioni dell'algebra si sono fatte, e molte altre con singolar profitto della fisica e delle arti se ne faranno, se i travagli dei più illustri matematici della nostra età giungeranno una volta a render generale e perfetto in tutte le sue parti il metodo dell' interpolazione. Basteranno allora poche esperienze e poche osservazioni per stabilire la legge de' fenomeni, si conoscerà la funzione d'ogni effetto riguardato come commensurabile, il linguaggio della fisica diventerà analitico, la spiegazione dei fenomeni si estenderà facilmente a tutti i casi particolari, e quel ch'è più, le scoperte teoretiche si rivolgeranno ai bisogni della società, sapendosi a quale grado ed in quale punto gli *agenti* della natura si possono adoprare per agenti meccanici.

L'algebra supplisce non solo e corregge le esperienze, scoprendo la legge dei fenomeni; ma non di rado eziandio, più pronta a sviluppare in tutta la loro estensione i principj che noi non siamo ad osservare, e più dilicata che i nostri grossolani strumenti non sono, ci predice delle verità inaspettate, e ci annunzia le scoverte da farsi e le cose da osservarsi, che non sono ancora osservate. Il calcolo infatti ci ha manifestato tante ineguaglianze nella luna, che l'osservazione a stento avrebbe potuto discoprire; ci ha mostrato il moto di rotazione di Saturno prima che il movimento delle sue macchie ce l'avesse indicato; il calcolo ci ha rivelato che Urano, di cui tutti i satelliti si muovono in un piano perpendicolare all'ecclittica, gira rapidamente sopra sè stesso attorno ad un asse alquanto inclinato a questo piano; ed il calcolo è inteso al presente a svilup-

pare i veri valori dei cangiamenti secolari che l'azione dei pianeti produce negli elementi del sistema solare, per conchiudere e pesare con precisione la massa di quei pianeti che compariscono sforniti di satelliti. E ben lo potrà, essendo tanta e tale la forza dell' analisi algebrica, che dai fatti sensibili ed apparenti giunge a penetrare quei che nascosti ed insensibili sono, e dalle osservazioni presenti va maravigliosamente conoscendo il passato insieme ed il futuro.

Lungo sarebbe il riferire più oltre quanto le matematiche favoriscono, e quanta utilità promettono alle fisiche discipline. Da che Cartesio con sottil pensamento estese il calcolo delle grandezze in generale a tutte le quistioni che hanno per oggetto la misura dell'estensione, si comprese benissimo che si potea applicare ai fatti della natura, nè si è sin d'allora trascurato di condurre le verità fisiche al rigore del calcolo, per cui gran profitto ne han tratto la fisica, la meccanica, le arti e i mestieri. Coll'ajuto del calcolo, non è guari, si son conosciuti e misurati gli effetti del calorico, che prima ci erano ignoti e reposti, ed abbiamo or ora veduto ridursi il magnetismo per opera dell'Ampere ad elettricità. Ed in generale si può dire che la fisica a dì nostri si è aggrandita ed innalzata a maggior dignità per mezzo del calcolo, che corre pronto ad ajutarla in tutte le sue ricerche. Di fatto la fisico-matematica si è ita sempre più accrescendo; perciocchè non solo si è ampliata nell'ottica per le novelle proprietà discoperte nella luce, e per la dichiarazione dei fenomeni della diffrazione; ma si è arricchita altresì di trattati novelli colla dottrina elettro-dinamica e colla teorica matematica del calore. Ma a raccogliere il desiderato frutto da una sì fatta applicazione, ricercasi molto giudizio e somma circonspezione. Imperocchè essendo l'oggetto delle matematiche speculativo e semplicissimo, come sono le relazioni delle quantità, de' numeri e delle linee, non si possono direttamente applicare se non a quelle cose i cui rapporti si valutano con esattezza, e capaci sono di una misura precisa. Perchè dunque i soggetti fisici divenissero argomenti matematici, conviene spogliare i corpi della più parte delle loro fisiche qualità, e riguardarli d'una maniera tutta astratta ed intellettuale. Il corpo del fisico-matematico non è quello de' matematici, per-

chè vi considera qualche fisica qualità, nè quello dei fisici, perchè lo spoglia di molte proprietà, che lo renderebbero incapace delle misure matematiche, ma un corpo, dirò così, neutro. I pianeti alla vista de' fisicomatematici sono tanti punti animati dalla gravità, una leva è una linea inflessibile, e i corpi in meccanica non sono che potenze e resistenze senza più. E però gli argomenti, che oscuri sono e molto intralciati, non si lasciano signoreggiare e domare dai calcoli e dalla geometria. Poichè per ridurre i corpi a soggetti matematici, o si spogliano di quelle proprietà, senza le quali altri divengono di quello che sono, o pure per mezzo di supposizioni gratuite si accomodano al calcolo; e nell'uno e nell'altro caso si cangiano i corpi in esseri astratti ed ideali, e si corre pericolo, come suole avvenire, di trasportare i risultati immaginarj agli esseri reali. E siccome la natura nel creare i corpi non pensò al comodo dei matematici, ed alla facilità dei calcoli, ma li rivestì di molte qualità, senza le quali corrisponder non possono ai fini altissimi ch'ella si propose; indi è che la fisica particolare non può sempre ricever conforto dalle speculazioni dei geometri. Si è felicemente applicato il calcolo al sistema del mondo, che in sostanza riducesi ad un gran problema di meccanica; perchè considerandosi come nulla l'azione delle cause secondarie sopra i corpi celesti per la distanza immensa che li separa, chiaro dimostrano le forze principali da cui sono sospinti, e i loro moti hanno un rigore ed una precisione matematica. È un argomento di matematica la meccanica razionale, come quella che, astraendosi dai corpi, dimostra il gioco, l'equilibrio e gli effetti meccanici delle forze, sebbene, non essendo ancora pervenuta a rendere insensibile l'effetto di non poche inesattezze, che attualmente sono inevitabili nella teoria, sia obbligata a consultare l'esperienza, per ridurre ad effetto i suoi macchinamenti, e sia costretta a modificare le sue leggi secondo la norma e gl'insegnamenti della pratica. Si è infine applicato con felice ventura il calcolo alla luce, al calorico, alla elettricità; ed il calcolo e la geometria ci han servito di guida ne' fenomeni della cristallizzazione, additandoci le forme e le figure regolari e costanti che pigliano gli elementi dei corpi in natura. Ma quando i soggetti fisici sono oscuri, debbonsi ri-

schiarare coll' esperienza e coll' osservazione, non già col calcolo e coll' algebriche equazioni, perchè misurare non si possono con esattezza quelle proprietà che non ci sono abbastanza note. Quando del pari sono confusi ed intricati, non son capaci di precisione e di calcolo; perchè l'algebra, impacciata dalla multiplicità degli elementi, è costretta a trascurarne alcuni, che la natura vuole e vi comprende. Al più in alcuni casi si può adoperare il calcolo per misurare la probabilità de' principj, per definire alcuni limiti, dentro cui sta racchiusa la verità, e per avere qualche risultamento, se non esatto, almeno molto convergente verso i fatti. Non sono certo da imitarsi quei medici algebristi che han tentato di ridurre a calcolo l'arte di curare i morbi, trattando la macchina umana, che è molto inviluppata, come se la più semplice fosse e la più facile a scomporsi.

Ma ancorchè gli argomenti delle nostre ricerche si prestassero alla misura del calcolo, pure è da avvertire, in secondo luogo, che i dettati dell'algebra allora sono certi quando solidi e certi sono i fatti sopra i quali si riposano. Poichè essendo le matematiche uno strumento del nostro spirito, con cui misura i rapporti de' fenomeni, l' intensità delle forze e degli agenti, e la proporzione tra la causa e gli effetti; ne segue che con indifferenza adattar si possono alle verità ed agli errori, come il metro ed il palmo fa a qualunque maniera di lunghezza. Sono state di fatto egualmente cortesi ai vortici di Cartesio e all' attrazione del Newton, con eguale impegno hanno inteso ora ad allungare ed ora a schiacciare i poli della terra, e colla stessa destrezza si sforzano oggi a dichiarare i fenomeni della doppia refrazione coll' ipotesi dell' emissione, o con quella delle ondulazioni. Il momento adunque delle matematiche tutto dipende dai dati e dalla verità dei fatti che prendono a misurare, e le formule algebriche e le speculazioni geometriche mancano, mancando le osservazioni e gli esperimenti sopra i quali si debbono stabilire. Per lo che il fisico deve porre prima ogni studio a fondare con certezza i fatti, e sempre dai fatti passare al calcolo e dal calcolo ritornare alle osservazioni, come quelle che sole possono realizzare le sublimi immagini della geometria, e trasformare i risultati analitici in leggi di natura.

Ci sia in fine conceduto di avvertire che al presente

del calcolo e della geometria in alcun modo si abusa. Sicuri i fisici degl' ingegni dell'analisi, le loro esperienze all' infretta ci descrivono in curve, e di formule algebriche le vestono per provar la desiata corrispondenza tra gli esperimenti e le loro ipotesi, e dare a queste colle forme analitiche una vistosa talora ed apparente sodezza: Ma non di rado vengono delle esperienze novelle, a turbare le leggi da loro poste, insufficienti le additano a spiegare le circostanze tutte dei fenomeni, mal determinati dichiarano i coefficienti delle loro formule, e queste inopportune dimostrano a rappresentare i fatti con esattezza e precisione. Che se muovesi disparere e contrasto tra i pensamenti de' fisici, si veggono allora pugnare calcoli con calcoli, e formule con formule, e dubbia resta la vittoria, finchè nuove esperienze non giungano a deciderla; perchè la verità è riposta ne' fatti della natura. Biot e Brewster sono stati non ha guari discordi in più punti sulle leggi della polarizzazione mobile, e Biot e Fresnel del tutto contrarj; e sebbene siasi molto piatito, e sia ancor l' Arago entrato in lizza contro il Biot, pure pende ancora, non ostanti le loro formule, indecisa la gran lite. Ciò non pertanto è da confessare che nello stato attuale in cui le scienze fisiche si coltivano da sommi ingegni in mezzo a gran nazioni, che loro porgono ogni maniera di conforto, e rapido e continuo è il commercio de' lumi, e fervido è l' ardore degli scienziati a coglier gloria nelle vie del sapere, l'abuso del calcolo non reca quel male che di per sè avrebbe potuto in altri tempi recare. Poichè sebbene questi e quegli fidandosi della forza potente dell' analisi corra licenzioso ad ipotesi, e trasformi a sua posta l' esperienze coll' orpello delle formule; pure ciascuno è sollecito nelle diverse regioni di Europa di mettere i fatti in esame, e dei nuovi ne reca: ed eccitandosi così il contrasto e la gara s'imprendono delle vie non ancor conosciute, si trovano ordini novelli di fenomeni, si giunge talora in mezzo al trambusto delle controversie alle più brillanti ed inaspettate scoverte. Per altro il motto di ordine è già dato, *fatti*, i corpi accademici presiedono e discutono, nè si concede la palma che agl' inventori della verità, o a quelli che già trovata in pro la rivolgono della società. Trattandosi in fatti della polarizzazione, molte e nuove esperienze si sono

recate, altre verità sonosi conosciute sul numero e la posizione degli assi de' cristalli, nuovi strumenti sonosi costrutti, si è fondato ed ampliato un ramo novello di conoscenze fisiche, e se non altro, si è già dimostrato che i fenomeni della polarizzazione sieno stretto legati con quelli degli anelli colorati, e cogli altri della diffrazione, sebbene ancora non siesi giunto a stabilire con certezza e sodamente quale sia il legame che li stringa e connetta.

Queste sono le vie per cui si arriva al discoprimento delle cause fisiche. Si studia la natura per fatti separati, perchè questo studio si conviene più d' ogni altro alla nostra debolezza ed alla grandezza dei fenomeni. Si comparano i fatti già studiati, perchè colla sola comparazione si conosce la relazione de' fenomeni, e conosciuto il legame, si generalizza. Nella comparazione ci è di ajuto il calcolo, come quello che misura le relazioni e le proporzioni delle cose, e l' analogia e l' induzione, come le sole che, poggiando sopra i fatti, somministrar ci possono una fondata congettura. Congetturare in questo senso non è altro che disegnare ed abbozzare il piano e l' ordine che si conviene ai fatti esaminati. Questo schizzo sarà sempre imperfetto se non si confronta col gran modello, che è la natura; perchè essa ci dovrà indicare per mezzo del paragone se le linee da noi tracciate rappresentano le vere immagini delle cose, o pure i fantasmi della nostra mente. Il fisico adunque, dopo aver tratteggiato il suo piano, dovrà ritornare ai fatti, per correggerlo, contornarlo e ridurlo a perfezione, o sia non deve mai ristarsi dall'osservare e dallo sperimentare, finchè dal dubbio non passi al certo, dal sospetto al fatto e dal sistema alla teorica. Mentre questo non si è fatto, o, per dir meglio, mentre la natura non ha ancora approvato i nostri pensamenti, tutti i nostri raziocinj, per quanto belli, sodi e veri ci compariscono, non sono che sistemi, nostre maniere di vedere, metodi di abbreviazione, e semplici congetture che possono venir meno e distruggersi, e ci somministrano al più probabilità, e non mai certezza. Indi è che i sistemi e le congetture sono sempre indici di nuove fatiche e di nuove ricerche, e che l' invenzione è riposta tra i fatti che fondano le congetture, e quelli che le verificano; perchè ivi è collocata la verità. Quantunque innumera-

bili analogie avvertissero Franklin dell' identità del fulmine e del fuoco elettrico artificiale, pure fu sempre dubbio ed irrequieto, finchè non chiamò il fulmine alla sua obbedienza per mezzo del cervo volante, e non lo trattò come il fuoco delle nostre macchine.

Potrà dopo tutto ciò sembrare ad alcuno per avventura, che non ammettendo per causa fisica de' fenomeni un fatto di cui s' ignora la natura, e che ragion fa di tutti gli altri, vorremmo riprodurre le cause occulte degli scolastici, che sono state con tanto impegno bandite dalla moderna fisica. Ma in verità tra l' una e l' altra maniera di cause vi ha grande e molto notabile differenza. Le cause degli scolastici erano principj ideali, arbitrarj e metafisici, ed al contrario le nostre cause fisiche sono fatti di cui si pruova e si conosce l' esistenza. Quelli o non curavansi di sapere; o pure immaginavano i modi secondo cui sviluppavasi l' azione delle loro cause; e noi all' opposto andiamo con gran cura cercando nei fenomeni stessi le consuetudini, secondo le quali le cause costantemente operano, e queste leggi o in parte o del tutto conosciamo, e dimostriamo colle osservazioni e cogli esperimenti. Gli scolastici in somma non aveano segni determinati per discernere quando la causa da loro immaginata operava, nè spiegavano le minute circostanze dei fatti, ma la generalità. Noi all' inverso, studiate e raccolte le leggi dei fenomeni, abbiamo caratteri certi e non equivoci onde conoscere quando gli effetti provengono dalla causa stabilita, ancorchè ignota ci sia la sua indole e natura, e intendiamo a mostrare la proporzione tra la causa fisica e i fenomeni, in tutti i rapporti, in ogni cangiamento, in ogni posizione e per tutti i gradi di grandezza o d' intensità degli effetti. Ora bastaci il poter assegnare cause vere de' fenomeni per ordinare i fatti e scoprire il legame reale delle cose, ch' è l'oggetto cui dopo lunghi smarrimenti e tante false spiegazioni, sia per senno, sia per timidezza, si sono limitati i nostri desiderj e ristrette le nostre ricerche. Questo metodo fu la prima volta introdotto dal Newton, che spiegò i movimenti dei corpi celesti per l'attrazione, senza sapere cosa era, d'onde si proveniva e come si nascea; ed oggi è divenuto generale presso di noi, che conosciamo per prova le cause occulte degli scolastici essere ben diverse dalle cause fisiche dei

moderni; perchè con quelle si esprimea solamente la nostra ignoranza in riguardo alla spiegazione dei fenomeni, e con queste si sviluppa l'ordine reale che hanno le cose in natura, ch'è la vera ed unica scienza cui forse possiamo arrivare.

Vi hanno poi di quelli che sdegnano le scienze naturali, perchè apprestar solamente ci possono probabilità, e non mai evidenza. Ma chi potrà pretendere ad evidenza, trattandosi di cose che nel mondo reale si stanziano? Sono evidenti gli assiomi, perchè proposizioni identiche. Sono capaci di evidenza le matematiche, perchè astratte e semplicissime, come sono, si lasciano, dirò così, vagheggiare fuori del nostro mondo, e sopra definizioni da noi poste e tra noi convenute si riposano. Per lo resto poi non conoscendosi la natura delle cose, la nostra scienza si risolve tutta nella testimonianza dei sensi, che non sanno, nè recar possono evidenza. Ma la costanza de' fenomeni osservati, una successione di fatti simili, ed una ripetizione non interrotta dei medesimi avvenimenti, che sono il fondamento delle nostre fisiche cognizioni, bastano a dar certezza alle verità della filosofia naturale. Che se alcuno più fastidioso in luogo di certezza volesse dir probabilità, io glielo concederò benissimo, purchè non mi negherà che con la medesima probabilità si regolano tutte le cose umane, che una tale probabilità non ci ha ingannato giammai, e che la medesima ci muove e ci governa come se fosse certezza. Ma lasciando ai metafisici queste sottili discussioni, giova qui rappresentare ed esporre con quale intendimento e secondo quale disegno sieno stati da noi dirizzati gli elementi di fisica sperimentale.

Siccome i fisici han preso sinora questo e quell'argomento senza un disegno comune colle loro ricerche ad illustrare; così è accaduto che i varj trattati, di cui la fisica è venuta ad arricchirsi, non si sono potuti connettere con un legame vero e naturale, e ciascuno autore d'instituzioni prima o dopo a suo senno l'ha sinora disposto ed ordinato. A ridurre quindi gli elementi di questa scienza ad un ordine stabile e certo, mi venne in mente, anni sono, di rivolgermi alla spiegazione de' fenomeni, e questi dividendo in celesti, atmosferici e terrestri, a ciascuna di queste tre classi potei tutte incatenare le scoverte della fisica moderna. Ma altro è l'an-

damento che i fisici, almeno di Francia, cominciano oggi ad imprendere nel trattar della fisica; poichè la van circoscrivendo alle proprietà e ai movimenti della materia, negli stati solido, liquido, di fluido aeriforme, e di fluido che alcun peso non mostra, senza altra cosa di più. E però quella parte della scienza ch'espone il sistema del mondo, e l'altra che ragiona de' fenomeni dell'atmosfera, escluse ambidue dalla fisica, è stata la prima rimandata all'astronomia matematica, e la seconda sotto il nome di meteorologia forma una scienza da per sè. Ma lasciando stare che non si possono tra noi tante cattedre per l'insegnamento stabilire, quanti sono i rami in che ci piace di divider la fisica, non pare che alcuna soda e forte ragione ci stringa a questa novità. So bene che le scienze si dividono e suddividono a misura che si aggrandiscono, perchè meglio si potessero studiare e condurre a perfezione; ma non perciò dovranno essere tante scienze separate, che non hanno un centro comune e dei comuni elementi. Non andrà forse guari che la fisica si partirà in altri rami, formandosi della luce, dell'acustica e dell'elettricità, che si vanno sempre più accrescendo, tre altre scienze che saranno dal resto e tra loro disgiunte; ma non perciò questi tre rami non formeranno parte della fisica, e non si dovranno dettare negli elementi di questa scienza. Nè è da temere che i nuovi ritrovati non si possano per la copia tutti insieme insegnare. Le scienze, come si van perfezionando, mancano, dirò così, di volume, che in gran parte risulta da errori, da opinioni, da incertezze, da false vie, e riduconsi a poche e certe verità che sole son degne di collocarsi negli elementi, i quali son destinati ad esporre i progressi già fatti e le cose già certe, e non le opinioni e i vani pensamenti degli scienziati. Le nostre divisioni oltre a ciò non sono naturali, e in luogo di distoglierci, debbono concorrere all'oggetto vero e principale, ch'è la spiegazione dei fenomeni. Come dunque si vorrà levare dalla fisica la dichiarazione de' fenomeni celesti ed atmosferici, ch'è lo scopo unico e vero cui essa mira nelle sue ricerche? Per altro si conviene che la fisica debba parlare dell'equilibrio e dei movimenti de' corpi, e di quelle sostanze che nell'atmosfera si stanziano ed operano: perchè dunque non sospingere almeno l'animo dei giovani nello studiar tali dottrine col-

l'applicazione ai grandi e più cospicui fenomeni che di continuo si osservano, ed eccitano di continuo la nostra curiosità ed ammirazione, perchè di continuo alla nostra vista ricorrono? Pouillet di fatto, che ne ha compreso la ragionevolezza e 'l vantaggio, sta al presente pubblicando gli elementi di fisica sperimentale riuniti a quelli della meteorologia. Se lascio adunque incorporati, come fo, alle mie istituzioni i due trattati, il sistema del mondo e la meteorologia, potrò peccare al più contro la moda, non già contro la scienza, e dopo ciò non credo che alcuno mi vorrà a difetto mettere che io abbia disposto ed allogato le varie dottrine della fisica in ordine alla spiegazione de' fenomeni.

Ora i fenomeni celesti non si potranno mai degnamente spiegare, se prima non si comprenderà l'ordine e la disposizione di tutto il sistema, di cui la terra è una parte; perchè i fenomeni risultano dai movimenti combinati dei corpi celesti e della terra, che sono tutti sottoposti ad una legge comune. L'osservazione ci additerà i fenomeni e la disposizione dei loro movimenti, e la dottrina dell'equilibrio e del moto ci darà a conoscere come ogni singolo corpo celeste si muove, in qual modo movendosi si equilibra, e come tutto il sistema si bilancia. In questa considerazione i corpi saranno riguardati come un ammasso di punti materiali, i fluidi come punti materiali slegati, i solidi come punti materiali legati per rette inflessibili e senza massa; si avranno per masse eguali quelle che con velocità eguali e contrarie si equilibrano, le masse si ridurranno a punti, che diconsi centri di gravità; e tutta la materia sarà rappresentata come omogenea, come animata da forze e agitata dalle leggi del moto. Riguardando i corpi e la materia sotto questo punto di vista, esporrò il principio generale dell'equilibrio dei solidi e dei fluidi, indi le leggi del moto semplice ed uniforme, o per impulso, e poi le scoverte del Galileo sulla caduta dei gravi; ed unendo il moto vario ed uniforme, o sia considerando i corpi sospinti dalla gravità e dall'impulso, andrò spiegando il moto curvilineo e le forze che diconsi centrali. In questi capitoli racchiuderò le leggi cui obbedisce la materia ne' suoi movimenti, che si ricavano da' fenomeni, e succedono sulla terra; e senza dirizzare trattati estesi di statica e di dinamica, che particolarmente

riguardano le scienze fisico-matematiche, stabilirò quelle nozioni che si ritraggono dalle osservazioni e dagli esperimenti, si legano coi principj dell'algebra e della geometria, e ci aprono la strada a comprendere in generale il sistema del mondo. Diboscato così il terreno e spianata la via, intraprenderò la spiegazione dei fenomeni celesti. Delineerò prima, come in un quadro, il sistema planetario, ridurrò i moti apparenti ai veri, applicherò le leggi generali del moto ai corpi celesti, dimostrerò che l'attrazione ne rappresenta tutti i fenomeni, incatena la terra al cielo per le maree e la precessione degli equinozj, e che la curva descritta da un atomo, che pare sulla terra trasportato dal capriccio dei venti, è regolata dalle medesime leggi che le orbite dei pianeti. La terra in somma e i pianeti formeranno unico sistema, perchè animati si vedranno dalla medesima forza e sommesse alle medesime leggi. Ma in ciò fare è mio intendimento di ristarmi ai principali fenomeni, senza entrare nella dichiarazione spinosa e dilicata di tanti movimenti celesti, che intralciati sono per l'azione di più forze, le quali vicendevolmente si perturbano, e che spiegar non si potrebbero senza l'ajuto dell'analisi la più elevata, e senza i teoremi più ricercati della meccanica celeste. Il primo trattato adunque sarà per me il sistema del mondo, di cui saranno preliminari le principali nozioni della meccanica, e queste applicate ai moti celesti ne spiegheranno i fenomeni. Però questa prima parte della fisica prenderà il nome di *Fisica generale*, o di Fisica celeste.

Dai fenomeni celesti passando all'interpretazione degli atmosferici, ordino e divido la materia secondo gli *agenti* che influiscono in questa maniera di fenomeni. Saranno questi agenti considerati prima ad uno ad uno, e conosciute le leggi secondo cui operano, ed esaminati i loro effetti separatamente, saranno poi insieme riguardati, per mostrare in qual modo concorrano alla produzione dei fenomeni. E sebbene ancora non ci sieno forse noti tutti gli agenti che han parte nelle cose che nell'atmosfera succedono, pure si segna in questo modo il luogo a quelli che si andranno col tempo ritrovando. Ora la luce, il calorico, il fluido elettrico sono di certo tre agenti principali nell'atmosfera, e questi tre trattati quello precederanno dell'atmosfera. Colloco da principio la lu-

ce, come quella che ci mette, dirò così, in commercio coi corpi celesti, è il compimento della spiegazione dei loro fenomeni, e naturalmente occupa un luogo intermedio tra la fisica generale e particolare; perchè, sia che si abbracci il sistema dell'emissione, o l'altro, ch'è oggi in voce, delle vibrazioni, la luce è un argomento di calcolo non solo propagandosi, riflettendo e refrangendo, ma altresì in quelle sue modificazioni che diconsi *doppia refrazione*, *diffrazione* e *polarizzazione*. Andremo quindi ragionando partitamente di tutte le proprietà della luce, esporremo il famoso principio delle *interferenze*, e notando tutti i ritrovati dei moderni, descriveremo lo stato attuale della scienza. Parlo in secondo del calorico, perchè per lo più va congiunto alla luce, e perchè, secondo il pensamento di molti, il calorico non si riduce che a moto, e non in altro si differisce dalla luce, che nella lentezza ed estensione delle vibrazioni. Metto in terzo luogo la elettricità, che unita si manifesta colla luce e col calorico. E qui vasto si apre il campo alle novelle scoperte, parlando dell'elettricità che si eccita per istrofinio e per contatto, e della elettricità *dinamica*, che i fenomeni rappresenta del magnetismo. Per lo che la luce, il calorico, l'elettricità e 'l magnetismo, che oggi la *fisica* formano detta *degl' imponderabili*, non sono per noi che gli agenti de' fenomeni atmosferici, e le dottrine intorno a questi fluidi servono di preliminare al trattato dell'atmosfera, che è il primo per noi della fisica particolare, e dipende dalle proprietà particolari, e non generali, dei corpi. Trattando poi dell'atmosfera, l'ho sciolto nei fluidi, che la compongono, gas ossigeno, azoto, acido carbonico, vapori, elettricità, ec.; e dopo aver esaminato le loro proprietà separatamente, l'ho tornato a comporre per cavare da tali fluidi, e dall'azione di quelli tre agenti, quanto meglio si può nello stato attuale delle nostre cognizioni, la ragione dei fenomeni. Comprendo bene che al presente non ci sono forse noti tutti i componenti dell'atmosfera, o tutti gli agenti che in essa operano ed influiscono; comprendo bene che degli agenti e dei componenti forse vi avranno che sfuggono ai nostri sensi: ma egli è certo che studiando l'atmosfera, e scomponendola nelle sue parti, e ricomponendola, ci potrà venir fatto di giungere una volta alla spiegazione de' suoi

fenomeni. Per buona ventura la fisica è oggi rivolta a studiare la materia nello stato di sottigliezza, in cui principalmente dimostra la sua forza e la sua prodigiosa attività, e per opera del Becquerel si è trovata l'azione delle correnti elettriche, là dove non parea che fossero ed operassero. Meglio di più quelle sostanze che sono *incoercibili*, si riconoscono già per la loro azione, e la stessa attrazione che da sè sfugge i nostri sensi, cade sotto i nostri occhi per le leggi, giusta cui opera costantemente. È quindi da sperare che quanto più avanti i fisici procederanno colle loro ricerche, altri agenti, se ve ne avranno, ed altri componenti rinveniranno, con cui bene dichiarar si potessero i fenomeni dell'atmosfera. E però non è al presente da prender maraviglia, se alcuni ne interpetriamo con senno, e per altri non rechiamo innanzi che ipotesi ed opinioni.

È facile dopo ciò il comprendere che nell'esposizione delle proprietà fisiche dell'aria atmosferica si riconoscono quelle di tutti i gas. E ponendo soprattutto mente a quella qualità fisica dell'aria che chiamasi elasticità, abbiamo l'aria considerato come veicolo del suono e fatto parola dell'acustica. Al trattato indi dell'atmosfera l'altro aggiungendo dell'acqua, e in particolare de' suoi movimenti, mostrato abbiamo in questo liquido i modi con che operano e si muovono tutti gli altri liquidi. Ma a parte delle qualità fisiche dell'aria e dell'acqua siamo stati costretti ad esporne le chimiche; perciocchè non si può certo parlare della composizione, dei cangiamenti e dell'azione dell'atmosfera e dell'acqua senza indicarne le chimiche proprietà. Quei fisici, che oggi per severità vogliono bandir dalla fisica i fenomeni di affinità, han dovuto levar dalla fisica la meteorologia, e l'azione dell'atmosfera su i corpi, e la spiegazione di tanti fenomeni che sono alla fisica stretti e di loro natura inerenti. E ciò non pertanto giungono a dissimulare, non mai a bandire il linguaggio dei chimici; perchè la natura nel formar le sue opere usa di tutte le qualità de' corpi, e non si cura delle nostre divisioni. Come si può parlar della colonna del Volta senza parlar de' suoi effetti chimici, e come può non conoscersi il gas ossigeno, ch'è non solo il principio della vita, ma opera di continuo ed unitamente colle sue proprietà fisiche e chimiche su tutti i corpi, ed ossida il mercurio dei nostri strumenti,

e i ferri dei parafulmini, o di altre cose simili? Non sono per certo da stendersi trattati di chimica nella fisica, ma d'accennarne alcune principali nozioni, e dimostrare almeno che a parte dell'attrazione in distanza evvi la molecolare, che opera fisicamente nei fenomoni capillari, e chimicamente in quelli dell'affinità, in cui per altro ha gran parte, come oggi si pensa, la elettricità.

La luce dunque, il calorico e'l fluido elettrico, come quelli che influiscono su i fenomeni atmosferici, precedono il trattato dell'atmosfera; e luce, calorico, elettricità, atmosfera ed acqua, che gran parte hanno nei fenomeni terrestri, sono da premettersi alla spiegazione di questi. Ma io mi sono astenuto di mostrare l'azione dell' atmosfera, dell' acqua e degli altri agenti naturali sulla superficie del nostro globo, per schiarirne le vicende e le rivoluzioni; perchè il solo toccarne ci condurrebbe nella geografia fisica, nell'idrografia e nella geognosia, assai lungi dal nostro istituto. Ma egli è certo che queste scienze debbono da quelle fisiche dottrine essere illustrate e precedute, e che niuno potrà imprendere degnamente lo studio delle altre scienze naturali se prima addottrinato non sia delle conoscenze già poste e stabilite dalla fisica. Sicchè questi elementi vagliono più che gli altri ad aprirci la ragione dei fenomeni celesti ed atmosferici, e servono al par degli altri di preliminare alla geografia e alle altre scienze naturali.

Ogni trattato racchiuderà le speculazioni necessarie a fornire la ragione dei fenomeni, ed insieme la loro applicazione agli usi della vita, delle arti e della società. La dottrina dell'equilibrio sarà applicata alle macchine e alla idrometria; quella della luce alla visione, al microscopio ed al telescopio; l'elettricità sarà rivolta agli usi medici ed ai parafulmini, e così del resto. E perchè l'ordine con che si trovano le verità, è diverso e spesso contrario a quello con cui si dispongono negli elementi, ove, fatte già le scoperte, si cercano di collocare in un modo che più adatto e favorevole sia alla comune intelligenza; così ho pensato di mettere secondo l' opportunità un compendio storico, in cui secondo l'ordine dei tempi notati saranno gli sforzi dello spirito umano, i passi ora lenti ed ora rapidi per giungere ad alcune scoverte, il progresso in somma della scienza. Ed intendo di far ciò piuttosto in fine, che in principio de' varj

trattati; perchè allora, educata già la mente dei giovani, potrà conoscere quale sia stato lo sviluppamento delle verità, con quali mezzi l'umano ingegno ha saputo vincere tante difficoltà, e come si vanno a poco a poco e lentamente preparando i più belli ritrovamenti. In questo modo tutte le cognizioni della moderna fisica sono ridotte in classi come i fenomeni, ed ordinate alla loro spiegazione; ogni trattato risulta dalle verità speculative e teoretiche, e dalla loro applicazione agli usi della vita, e quasi alla pratica: la somma delle verità di ciascun trattato è prima spianata secondo l'ordine naturale, e che più si confà alla nostra intelligenza, e poi secondo quello delle invenzioni e dei tempi. Non resterebbe, dopo tutto ciò, che unire di tanto in tanto e disegnate insieme dimostrare, come in un quadro, quelle dottrine che di mano in mano sono state ad una ad una dichiarate; e questo l'ho praticato, aggiungendo qua e là dei compendj ragionati, in cui quasi ad un colpo d'occhio stese e legate le cose già annunziate si veggono.

Il metodo poi sarà unico e generale, e consisterà nell'analizzare per conoscere distintamente le parti degli oggetti che sono naturalmente impacciati e nell'unire le parti già conosciute, per ispiegare con esse i fenomeni. I fatti saranno i primi a stabilirsi, e le verità saranno i risultamenti immediati dei fatti. Si ridurranno i fatti a scelte, sode e decisive esperienze ed osservazioni, le quali, incatenandosi tra loro, indicheranno le verità, come conseguenti naturali e come loro spontanee traduzioni; ed in questo senso le verità non saranno da me proposte, ma quasi ritrovate dopo la scorta dei fatti incontrastabili. Di quando in quando annunzierò dei conseguenti che sono intimamente legati ai principj ritratti dalle esperienze e dalle osservazioni, senza mostrarne il legame, affinchè la mente dei giovani lo vada investigando, e prenda l'abito e senta piacere di trovarlo. Condurrò in somma i giovani, come per mano, per la diritta via; ma dovranno essi avvertire e scoprire la verità, prima che sia loro indicata ed annunziata. E credo, così facendo, di ben provvedere alla pubblica istruzione; perciocchè ogni istituzione che fa, o suppone passiva la mente dei giovani, è falsa, deprime, in luogo di esaltare, le forze dello spirito, nè prepara e

dispone la mente dei giovani ad ulteriori avanzamenti, ch' è l'oggetto cui innanzi d' ogni altro si deve mirare nel formare gli elementi delle scienze. Andrò inoltre con gran cura distinguendo il certo dall'incerto, l'ipotesi dai sistemi, i sistemi dalle teoriche, e notando insieme i gradi di probabilità che si convengono ad ogni congettura. Dove i fatti sono certi, concordi, e parlano senza equivoco, sarò dogmatico; dove sono in alcun modo incerti, sarò puramente istorico, rapportando la storia delle opinioni, spesso mostrando quelle congetture che fornite pajono di maggior probabilità, sempre lasciando ad ognuno la libertà di adottare quella opinione che più a grado gli tornerà. Per questo vo sempre soggiungendo, quasi per formula, le parole *relativamente allo stato delle attuali nostre cognizioni*, affinchè i giovani forte non aderiscano ai sentimenti che al presente sono più in onore, e tengano l'animo disposto ad accogliere qualche nuovo fatto e qualche altra scoperta che può mutare l'attuale nostra maniera di vedere le cose e di spiegare i fenomeni.

A norma di questi principj ho delineato le istituzioni di fisica sperimentale, colle quali intendo di educare i giovani alle fisiche discipline. Ma debbo confessare che non l'ho voluto nè saputo spogliare di un certo linguaggio matematico, ancorchè sappia che questo comunemente si sdegna, perciocchè la più parte vorrebbe saper di fisica senza durarne la fatica, più per sollazzo che per istruzione. So bene che i Francesi a propagarne la conoscenza non lasciano di scrivere schizzi, manuali, compendj, biblioteche, dizionarj ed enciclopedie portatili; ma con sì fatti libri si dà la tintura della scienza, non già la scienza; e questa tintura, se vale a levar da molti la ignoranza delle cose fisiche, non giova a somministrarne ad alcuno la vera conoscenza. È cosa ben diversa parlar di fisica per divertir la gente che dicesi di mondo, dallo scriverne per istituire la mente dei giovani in una università ch' è diretta a formar dei cultori delle scienze. Per lo che riesce oggi a chiunque manifesto, che maneggiando macchine, dando in ispettacolo delle esperienze, narrando fatti singolari, divertendo in somma gli occhi e la mente, si moltiplica il numero dei discenti, ma non si coltiva nè si educa il loro spirito alla fisica. Giacchè la scienza è ri-

posta nel trarre dai fatti particolari le leggi generali, nell'ordinare i fatti per argomentar la causa dei fenomeni, e nel mostrar la corrispondenza e proporzione tra queste e gli effetti naturali: le quali cose non si possono mandare ad effetto ed esprimere senza l'ajuto del calcolo e della geometria, che sono misura e linguaggio dei fenomeni. Non è, io ne convengo, da sfoggiarsi perciò in calcolo ed in formule, come fanno i fisico-matematici, perchè altro è iniziare la mente dei giovani alla fisica, e altro parlare a quei che già sono iniziati, o, come dicesi, agli *adepti*. Però nel dirizzar gli elementi abbiamo premesso l'esperienze e 'l ragionamento ai calcoli, e tra questi, lasciati da parte i sublimi, i lunghi ed intralciati, recato ne abbiamo i soli semplici ed elementari, affinchè si conservasse il vigor delle prove, il legame delle verità e la dignità della scienza.

Una volta si disponeano fra noi gl'ingegni dei giovani allo studio delle facultà con un'astratta metafisica o così detta filosofia, e cogli elementi della geometria, per la ragione che questa potea, secondo che si pensava, quadrar l'intelletto. Ma oggi che si è innalzato lo stato delle scienze, e presso tutti è migliorata la pubblica cultura, non sono più da seguirsi gli antichi metodi. Le matematiche servono a tutti per apprender le scienze, giacchè queste senza di quelle riescono incerte, slegate ed inesatte. E se le menti, quasi per una ginnastica, si istituiscono da prima colla filosofia, si vogliono poi rassodate dalle fisiche discipline. Poichè la filosofia in sostanza altro non fa che menarci in un circolo senza progredire giammai, circolo di cui una parte è occupata dallo scetticismo, e dove, ancorchè si avesse la verità per le mani, non si trovano caratteri certi e costanti per conoscerla e ritenerla. Nelle scienze fisiche al contrario e si progredisce e si ha certezza, perchè sodi sono e reali i fatti della natura che pigliano a dichiarare. Non intendo con ciò di togliere e screditare lo studio della filosofia, che sia curiosità, o coscienza delle forze della umana intelligenza, o tendenza naturale alla perfezione; è un bisogno dello spirito, di cui non si è potuto nè si potrà passare giammai. So per altro benissimo ch'essa apre, dirò così, l'intelletto, eleva la mente, nobilita i nostri pensieri, insegna a raccoglierli, a connetterli, ad astrarli, e dirizza ed informa ogni nostra scienza. Dico so-

lamente che la filosofia, la quale per ventura si trova in voce, deve far parte dell'educazione letteraria per iscuotere e rinvigorire le forze dello spirito; ma che a tale studio sia l'altro da unirsi degli elementi dell'algebra e della geometria, affinchè le tenere menti dei giovani preparar si possono con profitto alle instituzioni della fisica, senza di che monco ed imperfetto riuscirebbe l'ulteriore insegnamento delle scienze, monca ed imperfetta l'educazion della mente. Poichè alla fisica, che si occupa dei fatti della natura, e li osserva e ordina, e li rivolge a nostro pro, è dato di moderare l'ardore dell'immaginazione de' giovani, e dirigere nel diritto sentiero le loro menti, che vanno spaziando in vistosi pensamenti, che sebbene portino il nome di nobili e intellettuali, mancano di sodezza e realtà. Però sopra questa base stabile e salda è da innalzarsi l'insegnamento non che delle scienze naturali, ma di tutte le altre facultà. È tale e tanto il progresso dei lumi e della cultura, che oggi torna ad ignominia ignorare gli effetti naturali e le loro cagioni, ed eccita il riso e le beffe chiunque sia giurista o teologo, che al par del volgo ammira, teme e s'inganna per difetto di fisica scienza. Ma oltre a ciò temprati gl'ingegni colla certezza e col ragionamento delle cose fisiche, daranno più sodezza ai loro giudizj, più generalità ai loro concetti, e trasporteranno quanto più si può l'andamento e la precisione delle scienze certe in quelle discipline che dovranno fermare la loro attenzione ed occuparli in tutta la vita. Ottimo quindi ed utile divisamento è da stimarsi quello cui si mira al presente nelle nostre università e nei nostri licei di far precedere allo studio delle facultà l'altro delle scienze fisiche animate e rinvigorite dal linguaggio almeno elementare del calcolo; ed è da sperare, se i nostri voti non fallano, che gl'ingegni così disposti ed instituiti potranno più franchi e sicuri progredire nella scienza e nel sapere, ed elevar la Sicilia al grado più eminente di floridezza e di cultura.

DELLA

FISICA GENERALE

CAPO PRIMO

DI ALCUNE PROPRIETÀ GENERALI DE' CORPI.

1. Tutti gli oggetti che eccitano o son capaci di eccitare un sentimento ne' nostri organi si chiamano *corpi*, e le qualità che in questi si conoscono, sono il fondamento della fisica. Alcune di queste proprietà si dicono generali, perchè si osservano in tutti i corpi senza definire se sieno essenziali ai medesimi, o no; giacchè ignoriamo la natura dei corpi, e solamente li conosciamo come base, su cui si stanno e riposano le loro proprietà, senza più. Caviamo quindi qualche cognizione de' corpi per mezzo di sì fatte proprietà, e dalle voci con che queste s' indicano, si è formato il linguaggio della fisica. Però stimiamo di premettere alle nostre lezioni alcune di queste proprietà generali, affinchè gli studiosi piglino qualche idea de' corpi, ed apprendano in alcun modo il dizionario della scienza.

2. Il tatto da principio, e poi gli occhi educati dal tatto ci avvertono che i corpi hanno parti distinte le une dalle altre, sono forniti di lunghezza, larghezza e profondità, ed occupano una parte dello spazio. Questa proprietà costante de' corpi si dice *estensione;* forma l' oggetto della geometria, e si appartiene alla fisica, perchè i corpi, come estesi, si possono dividere in particelle tenui e sottilissime.

3. Quest'altra proprietà de' corpi, che si chiama *divisibilità*, si manifesta in una maniera maravigliosa. Per l'arte del battiloro, giusta le esperienze del Boyle e del Réaumur, l' oro si può ridurre ad una foglia così sottile, che abbia di spessezza una cinquanta millesima parte di linea,

e trentamila di queste foglie appena, quando sono soprapposte, possono formare l'altezza di 1^{lin}, 6. Indi è che, giusta i calcoli del Réaumur, 2^{gr},29 di oro si possono in tal modo assottigliare, che ne risultino 12trilioni di parti visibili. Per l'arte del pari del filaloro l'oro in foglie si estende sopra un filo di argento, e passandosi per la trafila prodigiosamente si allunga e riducesi in quelle laminette che servono per li galloni e per li ricami. Di ordinario con una quantità di foglie di oro che non sia più di otto once, nè meno di un'oncia e mezza, s'indora un cilindro di argento di più libbre, che dietro le operazioni della trafila si allunga per molte e molte miglia, ed in tal modo, che 2^{gr},29 di oro si vengono a dividere in 82trilioni di parti visibili. Wollaston in fatti vestendo di argento un filo di platino, che avea la grossezza di un centesimo di pol. ingl., ha formato coll'ajuto della trafila un filo sottilissimo, da cui tolto l'argento per mezzo dell'acido nitrico, è restato un filo di platino pressochè impalpabile; perciocchè si è ridotto alla sottiglíezza di $\frac{1}{1200}$ di millimetro. Si forman così i fili de' micrometri che servono agli astronomi per misurare i diametri dei corpi celesti.

Col favore del microscopio si distinguono le piccole anguille che nuotano nell'aceto e nell' acqua delle ostriche; si veggono alcuni animaletti nella milza del merluzzo, che a più e più migliaja possono stare sulla punta di un ago, e si osservano tanti altri piccolissimi animali che compariscono ad occhio armato quanto la bilionesima parte di un grano di sabbia. Ora gli organi di questi animaletti son tutti ben distinti; e supponendo che i globettini del loro sangue abbiano, in riguardo alla loro piccola macchina, lo stesso rapporto che i globetti del nostro sangue al corpo umano, si calcola che un minutissimo grano di sabbia potrebbe contenere assai più di quelli globettini, che 10256 monti i più grandi della terra non potrebbero contenere granelli di arena.

Da questi ed altri esempj che ricavar si possono dall'arte del tintore, da' fili dell'aragno, da' fili dei bachi di seta, ec., ci è conceduto di affermare che la sotti-

gliezza delle particelle de' corpi è maravigliosa; perchè l'oro ridotto in foglie o in laminette, e gli animaletti microscopici sono capaci di una ulteriore divisione; e giusta la testimonianza de' sensi i corpi sono divisibili sino ad un punto che oltrepassa i confini della nostra immaginazione. Che se le nostre divisioni hanno un termine, questo proviene dal difetto de' nostri stromenti per eseguirle, e dei nostri organi per osservarle.

4. I corpi, che sono estesi e divisibili, s'oppongono una mutua resistenza quando vengono ad urtarsi. Così vediamo che i metalli, le legna, le pietre e in generale i solidi resistono con gagliardia quando si vogliono ravvicinare e ridurre ad occupare il medesimo luogo. L'acqua del pari oppone una resistenza al remo che la batte, e l'acqua e i liquidi in generale giungono a spezzare il vaso che li contiene, se immerso in essi un solido, non si possono elevare per occupare un altro spazio. Tanto egli è vero che il solido e i liquidi non possono stare nel medesimo luogo. L'aria stessa oppone una invincibile resistenza all'acqua. Di fatto se immergete capovolto e verticalmente nell'acqua un bicchiere che porta attaccato al suo fondo un pezzetto di carta, non giungerete mai ad empiere di acqua tutta la capacità del bicchiere ed a bagnare la carta, perchè l'aria che si frappone tra l'acqua e 'l fondo invincibilmente resiste e l'impedisce. Su questo principio è fondata la campana del palombaro, sotto cui collocandosi una persona può calare sino al fondo del mare, ed ivi pescare i cannoni o altre masserizie che siensi perdute per naufragio. Nè per altra ragione che per la resistenza dell'aria non si può versare al di fuori il liquido di una boccetta che n'è piena, ancorchè questa si capovolga, nè si può introdurre acqua o altro fluido per mezzo dell'imbuto in un fiasco vôto; poichè l'aria, ch'è interposta nel collo del fiasco o della boccetta, impedisce l'uscita o l'ingresso del liquido. È di necessità che per mezzo di una spilla che si caccia a più riprese nel collo stretto del fiasco o della boccia, da prima si escluda l'aria, affinchè il liquido possa liberamente entrare o pure uscire. Ora questa proprietà, in virtù della quale due corpi, quali che si fossero, non possono nel medesimo tempo occupare il medesimo spazio, si chiama *impenetrabilità;* e per una sì fatta proprietà distingue il nostro spirito la materia

dallo spazio, considerandola come l'estensione materializzata.

5. Ciò non pertanto molti sono i fatti che pare a prima vista smentissero l'impenetrabilità. Il mercurio, tolta la resistenza dell'aria, scorre e trapela dal legno; la cera liquefatta, gli olii e gli alcool penetrano i marmi, e i colori preparati collo spirito di trementina internamente li colorano; le legna succhiano l'umido, l'uova si vôtano, gli animali e le piante traspirano; ed in generale coll'ajuto del microscopio si distinguono in ogni maniera di corpo alcuni piccoli intervalli o spazietti vôti tra le particelle de' corpi che diconsi *pori*. Però si tiene come generale proprietà de' corpi la *porosità*, e questa si riconosce a cagione delle apparenti loro penetrazioni. Per i pori si feltra il mercurio a traverso il legno, l'acqua a traverso le pietre; i colori penetrano i marmi, ec.; e dalla porosità si può argomentare che la quantità di materia nell'universo è assai meno di quello che a' nostri occhi comparisce, perchè gli spazj vôti di materia fornita di peso sono incomparabilmente più vasti di quelli che ne sono occupati. La Place supponendo che ne' corpi più densi la materia sia al vôto come l'unità a' sei migliaja di milioni, andò dichiarando la cristallizzazione de' corpi, le combinazioni chimiche e gli altri fenomeni dell'attrazione. Tanta e così vasta si reputa la porosità de' corpi.

6. In seguito di queste considerazioni si è chiamata *massa* la quantità di materia racchiusa in un corpo che si determina e si valuta col peso, e si è denominata colla voce *volume* la grandezza apparente de' corpi che risulta dalla massa e da' pori. Riferendosi quindi ne' corpi la massa al volume, si è formata l'idea di *densità*, che si può ridurre in linguaggio algebrico, chiamando D la densità, M la massa e V il volume, a $D=\frac{M}{V}$, ossia la densità è eguale alla massa divisa pel volume. È solo da avvertire che in questa espressione M e V non indicano la massa e il volume, ma il rapporto tra la massa e l'unità di massa, tra il volume e l'unità di volume, o sia due numeri astratti, che come tali si possono tra loro comparare. E però l'espressione $\frac{D}{1}=\frac{M}{1}\times\frac{1}{V}$ si riduce per brevità a $D=\frac{M}{V}$, da cui si trae $M=DV$, $V=\frac{M}{D}$.

7. Se vi fosse un corpo senza pori, rapportando a questo tutti gli altri corpi, si stimerebbe la loro densità assoluta. Ma in difetto di un tal corpo privo di pori si è scelto per termine di comparazione o sia per unità quello che ne ha meno, come sarebbe il platino ridotto a laminette o a verghette spesse, e riferendogli tutti gli altri corpi si misura la loro densità relativa. Indi è che a dirizzar la tavola di sì fatte densità si comparano i corpi con masse o con volumi eguali. Poichè essendo $D:d :: \frac{M}{V} : \frac{m}{v}$, ove V e v sono eguali, si avrà $D:d :: M:m$ o sia $\frac{D}{d} = \frac{M}{m}$; però le densità de' corpi che hanno volumi eguali sono in ragion diretta delle masse, e dal rapporto delle masse o sia de' pesi si ricava quello delle loro densità. Se poi in luogo di essere $V = v$, sia $M = m$, si avrà $D:d :: \frac{1}{V} : \frac{1}{v}$, o sia $D:d :: v:V$, e quindi $\frac{D}{d} = \frac{v}{V}$; e però le densità de' corpi che hanno masse eguali, sono in ragione inversa de' volumi, o sia dal rapporto inverso de' volumi si ritrae quello delle loro densità. Ed in generale comparando corpi con masse e volumi ineguali si avrà $\frac{D}{d} = \frac{M}{m} \times \frac{v}{V}$; o sia il rapporto delle densità di due corpi è eguale al rapporto diretto delle loro masse multiplicato pel rapporto inverso de' loro volumi. Di ordinario si valutano le densità, posti volumi eguali, col rapporto de' pesi, e si è così trovato che i termini estremi sono il gas idrogeno e 'l platino, e che le densità degli altri corpi sono a quel gas e a questo metallo intermedie.

8. Non è da maravigliare, conosciuta la porosità de' corpi, se le molecole de' metalli sono ravvicinate da' colpi del martello, come si vede nel segno che resta su di essi dopo la percossa; se per mezzo del mercurio si può ristringere il volume dell'aria racchiusa nel braccio di un tubo ricurvo; e se i liquidi che prima opponeano una resistenza gagliardissima, poi sieno stati compressi per le macchine poste in opera dal Zimmerman, dal Canton, dall'Oersted e da altri. Poichè abbondando tutti i corpi più o meno di pori, stan tutti soggetti ad avere più o meno ravvicinate le loro molecole dall'azione di una forza esteriore, com'è quella del martello in riguardo a' metalli, del mercurio per l'aria, e

degli strettoi per i liquidi. Ora un sì fatto ravvicinamento di molecole operato da una forza esteriore si chiama *compressione*, e 'l ravvicinarsi delle molecole per mezzo della compressione fonda e suppone ne' corpi una proprietà che si addimanda *compressibilità*.

La compressibilità adunque che viene dalla porosità, appartiene più o meno al par di questa a tutti i corpi della natura. E come non si conoscono finora corpi incapaci di compressione o sia interamente duri; così i fisici dicono volgarmente *corpi duri* quelli che gagliardamente resistono alla compressione. Sono solamente i meccanici che per comodo de' loro calcoli fingono corpi del tutto duri.

9. Questa proprietà la strada ci apre a conoscerne un'altra che meglio si ricava e dimostra dall'esperienze.

Una palla di avorio imbattendosi sopra un piano di marmo unto di fuliggine risalta, e senza mostrare alcun segno di compressione ritiene nel punto dell'urto una macchietta nera e rotonda più o meno ampia. E come la palla, perchè sferica non dovrebbe toccare il marmo che in un sol punto, così il circoletto nero ci argomenta che la palla comprimendosi si appianò in più punti, ed in più punti battè contro il marmo. Ma perchè questi punti dopo la compressione si ristabilirono nello stato in cui da prima erano, perciò la palla dopo l'urto ripigliò la sua rotondità. Come si apre l'uscita all'aria racchiusa e condensata in uno schioppo a vento, scappa essa con impeto, e cacciando la palla riprende il suo antico volume. La polvere tuona, perchè coll'accensione si sprigionano le sostanze aeriformi o simili all'aria che ripigliano con impeto il loro volume; indi è che le arme a fuoco rinculano, e i razzi volano in aria.

L'arco del tornitore, la molla degli orologi e delle carrozze vanno e vengono, e piegandosi si ristabiliscono. E lo stesso fanno le corde degli strumenti quando si toccano, e i virgulti ed il vetro filato quando si piegano.

10. Questa proprietà, in virtù della quale i corpi tendono a ritornare al loro stato primiero, subito che cessa la causa che l'impediva, si dice *elasticità*. La quale può esser doppia: per compressione cioè, che importa ravvicinamento di molecole, come nella palla che risalta, e nell'aria che scappa; o per estensione, che indica al contrario allontanamento di molecole, come nelle corde

sonore che si strappano, e nel vetro che si piega. Di modo che si distinguono due specie di elasticità: l'una di compressione, per cui i corpi risaltano e si riflettono; e l'altra di estensione, per cui si estendono o inflettono: ma nell'uno e nell'altro caso, prima che i corpi ritornino allo stato primiero, vanno e vengono, e lo riprendono dopo un lungo dondolare, o sia dopo una serie di oscillazioni, ch' è proporzionale alla violenza con cui n' erano stati distratti.

11. L'elaterio sarebbe perfetto quando il corpo ripiglia il suo stato primiero in egual tempo e colla stessa energia con cui l'ha perduto. Son dotati di un elaterio quasi perfetto o almeno molto eminente tra i corpi conosciuti la luce, la materia o la causa del calore, detta oggi calorico, e le sostanze aeriformi chiamate gas. Sono forniti di una mediocre elasticità tra i minerali l'acciajo temperato, e i metalli battuti a freddo posti in lega; e tra le sostanze animali le cartilagini, le piume, i peli, i crini, la lana, l'osso di balena, ec. Ne' liquidi è molto debole l'elasticità, e la manifestano solamente trasmettendo i suoni, e schizzando, e risaltando sopra sè stessi. Si tiene finalmente per nulla nel burro, nella terra e nell'argilla bagnata, per cui pigliano il nome di *corpi molli* o sia privi di elaterio.

12. L'elasticità dunque è una proprietà variabile; nè si danno corpi perfettamente elastici, nè corpi perfettamente molli, come suppongonsi da meccanici; perchè gli stessi corpi che si chiamano volgarmente molli, quando sono compressi, mostrano una piccola tendenza a restituirsi, nè sono perciò privi del tutto di elaterio.

13. Procedendo nella considerazione de' corpi, siamo avvertiti dall' osservazione e dalla continua esperienza, che tutti i corpi cangiano di luogo e possono essere trasportati da un punto ad un altro dello spazio, proprietà che si distingue col nome di *mobilità*.

14. Per accorgerci che i corpi cangiano situazione, dobbiamo stabilire un sistema di corpi in riposo, o almeno giudicarlo come tale; ma questo sistema finora non si conosce. I corpi tra di noi cangiano situazione in riguardo alla superficie della terra che gira intorno al suo asse, ed il centro della terra si muove intorno al sole, che è trasportato colla terra e coi pianeti nello spazio. Per mettere dunque un termine a questi moti, e stabi-

lire alcuni punti fissi si è immaginato uno spazio senza limite, immobile, penetrabile alla materia, alle cui parti si rapporta dalla nostra mente la posizione de' corpi, e si chiama spazio assoluto, a differenza dello spazio mobile e limitato, che dicesi relativo. Ora lo stato di un corpo, che corrisponde successivamente a diversi punti dello spazio, si distingue col nome di moto, e con quello di *moto assoluto* o *relativo*, secondo che si rapporta allo spazio assoluto o relativo. Così il marinajo che cammina sulla nave ferma nel porto, si muove con un moto relativo. In questo senso i corpi si possono muovere relativamente, e non assolutamente, o pure al contrario.

15. Siccome i corpi non sogliono essere isolati, ma pel loro mutuo legame formano un sistema; così può avvenire che un corpo cangia situazione insieme con tutto il sistema degli altri corpi, di cui è una parte; o pure muta luogo in riguardo ai corpi del suo sistema. Si è convenuto di chiamare il primo *moto comune*, e 'l secondo *proprio*. Indi è che un corpo si può insieme muovere con entrambi questi moti. Un uomo che passeggia sopra una nave che cammina, si muove con un moto proprio in riguardo alle parti della nave, e con un altro comune con la nave, di cui è una parte.

16. Una costante osservazione c'insegna che tutti i corpi terrestri di qualunque figura, mole o tessitura si fossero, abbandonati a loro medesimi cadono per una linea perpendicolare alla superficie delle acque tranquille, che dicesi *linea verticale*. Gli stessi corpi che fan vista di non cadere, come sono il fumo e la fiamma, racchiusi in una campana vôta di aria, in luogo di salire si abbassano e van cadendo.

17. Se la terra fosse perfettamente sferica, le verticali, per cui cadono i corpi terrestri, partendosi da tutti i punti di un meridiano, anderebbero tutte a finire nel centro della terra. Ma come dalle misure della terra si sa che la sua curvatura è ineguale, così le verticali esprimono la direzione del raggio di curvatura di un dato luogo o punto della terra, e non di tutta la terra. Quando adunque i corpi terrestri cadono per la verticale, tendono verso il centro di curvatura del luogo in cui sono situati, ed una sì fatta tendenza si chiama *gravità*.

Sebbene sia cosa chiara che le verticali, per cui si muovono i gravi cadendo, non siano tra loro paralelle;

pure si è osservato che due verticali sotto lo stesso meridiano alla latitudine di Parigi fanno appena un angolo di 1″ alla distanza di 14 in 15 canne. E siccome l'angolo di 1″ si reputa per la sua picciolezza come nullo; perciò la direzione dei gravi si riguarda come sensibilmente paralella in ogni latitudine alla distanza di poche canne.

Esperimento.

Si adatti sulla campana *BB* (*fig.* 1) l'apparecchio chiamato della caduta de' gravi, si pongano le tre palette *d*, *b*, *c*, mobili per le loro rispettive cerniere, sulla piastrina *a*, e si collochi sopra *d* una piuma con un'oncia d'oro, sopra *b* un pezzo di piombo e un pezzettino di carta, e in fine sopra *c* ferro e lana. Indi si estragga l'aria dalla campana, e girando il cursore in *A* si lascino successivamente cadere le palette. Ora tenendo gli occhi fissi al piatto della campana, si vede che l'oro e la piuma, la lana e 'l ferro, la carta e 'l piombo giungono nello stesso tempo al fondo. Ma se la campana fosse piena di aria, vi giungerebbero in tempi ineguali, prima l'oro della piuma, il ferro della lana, il piombo della carta.

18. La gravità adunque, tolta la resistenza dell'aria, comunica nel medesimo luogo della terra a' corpi di qualunque massa, volume o forma che sieno, la medesima prontezza a scendere per la verticale. Un grano di sabbia ed una montagna, tolta la resistenza dell'aria, e partendosi dalla medesima altezza, giungerebbero nello stesso istante alla superficie della terra; perchè l'effetto della gravità, come si vede dall'esperimento rapportato, è indipendente dalla massa de' corpi. Ma ciò non potrebbe avvenire se la gravità non operasse egualmente sopra tutte le parti materiali de' corpi, o sia se ogni punto materiale de' corpi non ricevesse dalla gravità la stessa tendenza all'ingiù. Come mille punti materiali tra loro slegati scenderebbero nello stesso tempo, perchè ognuno di essi ha la stessa tendenza all'ingiù; così 990 punti materiali uniti nel piombo e 10 uniti nella piuma debbono scendere nel medesimo tempo, e giungere nello stesso istante alla superficie della terra. Indi è che la gravità si considera come interna ed inerente ad ogni punto materiale de' corpi; che l'azione della gravità nel medesimo luogo della terra si stima eguale in ciascun punto

materiale; e che la somma di queste azioni ne' corpi si dice proporzionale alle loro masse.

19. Segue da ciò che la gravità non è da confondersi col peso di un corpo. La gravità si esprime per la tendenza che ha ciascun punto materiale a scendere per la verticale; e 'l peso di un corpo è rappresentato dalla somma di queste tendenze. Quella si misura dalla prontezza che ha ciascun punto materiale a scendere per la verticale: questo si valuta dallo sforzo necessario per sostenere un corpo che tende a cadere per la verticale. La prima imprime ad ogni punto materiale nel medesimo luogo della terra la stessa tendenza all'ingiù, e produce lo stesso effetto, sia che cresca o manchi la massa dei corpi. Il secondo aumenta o viene meno, come cresce o manca la massa, e però dicesi relativo e proporzionale alla massa.

20. Bouguer si accorse il primo che la montagna di Chimborazo in America attirava a sè il filo a piombo de' suoi strumenti, e venne poi Maskeline in Iscozia e Humbolt in America a renderlo certo. Ma senza aver ricorso all'azione delle montagne, Cavendish dimostrò che due globi di piombo del peso di 498 libbre movendosi tiravano a sè per 10 o 12 linee due palle di piombo del peso di libbre 2 $1/2$ ch'eran poste in equilibrio sulle braccia di una bilancia. Anzi oggi per mezzo della bilancia inventata dal Coulomb, che chiamasi di *torsione*, si dà a vedere a chiunque l'attrazione che si manifesta tra palle immobili di una materia qualunque, ed un ago orizzontale in equilibrio, da cui risulta la bilancia. Sicchè è fuor di dubbio che i corpi terrestri tendono gli uni verso gli altri, e che questa loro tendenza non possono dimostrare sensibilmente, perchè distolti sono dalla gravità.

21. L'osservazione c'insegna che Saturno si allontana dal suo cammino in vicinanza di Giove. Saturno secondo Flamsteed turba il moto de' satelliti di Giove, tirandoli a sè. La luna girando intorno alla terra è turbata ne' suoi movimenti dal sole e dagli altri pianeti. Ed in generale tutti i corpi celesti camminando nelle loro orbite manifestano la tendenza che hanno gli uni verso gli altri. Ora la tendenza che hanno i corpi ad avvicinarsi gli uni verso gli altri si chiama *gravitazione*. E come questa tendenza si osserva ne' corpi terrestri e ne' celesti, e per analogia siamo abilitati a supporla in tutti i corpi

della natura; perciò la gravitazione si riguarda come una proprietà generale della materia, e la causa incognita di tal proprietà si chiama *attrazione*.

22. L'attrazione non solo si manifesta ne' fenomeni della gravitazione, che han luogo tra le masse e in distanza; ma altresì in quelli che provengono dalla tendenza ad unirsi che mostrano le molecole dei corpi, quando sono ad una distanza piccolissima e quasi in contatto. In tale stato l'attrazione chiamasi *molecolare*, *forza di coesione*, o pure *affinità*; è cagione della composizione de' corpi e di altri fenomeni, di che a suo luogo si parlerà; e si considera come una modificazione di quella che produce i fenomeni della gravitazione.

CAPO II.

DEL MOTO E DELLE SUE LEGGI.

23. Dalla parziale ispezione di alcune proprietà dei corpi elevandoci alla contemplazione generale dell'universo, osserviamo che tutti gli esseri di continuo si muovono, dal moto hanno origine i loro principali cangiamenti, ed il moto unisce a prima vista e lega noi e la nostra terra a' corpi lontani ed alle masse celesti. Fermandosi la nostra mente in questa considerazione, trascura le differenze che hanno i corpi tra loro, riguarda tutta la natura, come la materia agitata e regolata dalle leggi del moto; e secondo un punto di vista così semplice e generale forma quella parte della fisica che dicesi generale. Da ciò proviene che la fisica generale non tratta di altro che del moto de' corpi; ed ove in questi suppone e riguarda altre proprietà, le ravvisa solamente per l'influsso e la relazione ch'esse hanno al moto. L'impenetrabilità è la base e 'l mezzo di comunicazione del moto; l'attrazione non è altro che causa de' movimenti; i corpi duri ed elastici non sono che casi particolari delle leggi del moto, e le divisioni della fisica generale si stimano come particolari considerazioni della dottrina del moto. Stabilendo in fatti la fisica generale le leggi del moto de' solidi, le cui parti materiali sono tra loro legate, piglia il nome di *meccanica*, ap-

plicando le medesime leggi a' fluidi, che risultano da punti materiali slegati, o pure a' corpi celesti, si distingue colla denominazione d'*idromeccanica* e di *meccanica celeste*. Per lo che la meccanica, l'idromeccanica, la meccanica celeste, che dichiarano tutta la dottrina del moto, danno origine e perfezione a tutta la fisica generale. Ora siccome è nostro intendimento di spiegare innanzi di ogni altro i principali fenomeni celesti, i quali dal moto derivano de' corpi che formano il sistema di cui la nostra terra è una parte; così stimiamo ora opportuno di riguardare il moto in generale, e premettere quelle nozioni della meccanica e dell'idromeccanica che ci apparecchiano la strada a comprendere la ragione de' fenomeni celesti.

. Nell'ignoranza in cui siamo della natura del moto, è di necessità che ci rivolgiamo a' fenomeni che costantemente accompagnano i movimenti dei corpi per istabilire le misure del moto, e formare un linguaggio di convenzione con che esprimere gli effetti, le cause e le leggi del moto. Questi fenomeni, che han luogo in ogni movimento, sono due: lo spazio che un corpo movendosi trascorre, e 'l tempo che impiega a trascorrerlo.

24. Avendo per ispazio la lunghezza o distanza frapposta tra un luogo ed un altro, questa distanza si considera divisa in un numero di parti eguali, ed una di queste parti, che chiamasi *unità di misura*, si esprime col palmo, col piede o altro, secondo il vario costume delle nazioni. I Francesi posero ad unità la diecimilionesima parte dell'arco del meridiano terrestre compreso tra il polo e l'equatore, e la chiamarono *metro*, che corrisponde in misura legale di Sicilia a $3^{\text{pal.}}\ 10^{\text{onc.}}\ 5^{\text{lin.}}$, 654. Ma l'antico piede di Parigi equivale in misura di Sicilia a $1^{\text{p.}}\ 3^{\text{onc.}}\ 1^{\text{l.}}$, 148; o più esattamente il rapporto tra quel piede e questo palmo è :: 387261 : 307844. Il piede inglese in fine è eguale a $1^{\text{pal.}}\ 2^{\text{onc.}}\ 1^{\text{l.}}$,971, di modo che il rapporto tra questo piede e 'l palmo legale di Sicilia è :: 169,971 : 144, o più esattamente :: 363326 : 307844.

25. Parlando poi del tempo, sebbene se ne possa ricavare l'idea dalla successione degli esseri, o da quella delle idee della nostra mente; pure meglio e più sensibilmente si ritrae dal moto o sia dal passaggio suc-

cessivo de' corpi da un luogo ad un altro. Indi si è convenuto di misurare il tempo dal moto apparente del sole. Ma siccome il moto del sole non è egualmente rapido, ed ora più presto ed ora più tardo si fa; così il moto apparente del sole non può nè dee riguardarsi come una misura esatta del tempo. A correggere questo difetto d'esattezza, han diviso gli astronomi l'intero movimento del sole in un anno pel numero de' giorni ch'esso contiene, ed han supposto in questo modo che il sole si muova con la stessa rapidità per ogni giorno dell'anno e per ogni ora del giorno. Han chiamato *medio* questo moto fattizio del sole, e *medio* il tempo misurato da questo moto, a differenza del tempo vero ch'è misurato dal moto vero, ma ineguale, del sole. D'ordinario però l'unità del tempo è l'istante, o il secondo.

26. Posto che un corpo si muove per tutta la lunghezza di uno spazio con la stessa prontezza e rapidità, si può misurare la lunghezza totale che ha scorso, per mezzo del tempo che ha impiegato a scorrerla. Basta a tal uopo che si conosca il tempo tutto, l'unità di tempo e 'l numero de' piedi o palmi scorsi dal corpo in questa unità di tempo. Poichè l'unità del tempo sta all'unità dello spazio, o sia al numero de' palmi o de' piedi scorsi nell'unità di tempo, come il tempo totale sta alla lunghezza totale. Se l'unità dello spazio è 2 piedi, ed il tempo totale 20″, moltiplicando 20 per 2 si ricava la lunghezza totale ch'è di 40 piedi. Così noi dal moto apparente del sole abbiamo la misura del tempo, e dal tempo la misura degli spazj che i corpi movendosi trascorrono.

27. Dal tempo rapportato agli spazj, come misura, è nata la distinzione di *moto uniforme* e *vario*. Quando un corpo in ogni unità di tempo percorre la stessa lunghezza o unità di spazio, come p. e. una canna in ogni secondo, il moto del corpo si dice *uniforme*; o, come volgarmente esprimesi, quando a tempi eguali corrispondono spazj eguali, il moto è *uniforme*. Se poi un corpo percorre porzioni ineguali di spazio in porzioni eguali di tempo, o, come dicesi, a tempi eguali corrispondono spazj ineguali, il moto si chiama *vario*. Che se la variazione degli spazj in tempi eguali è costante, il moto allora si distingue col nome di *uniformemente vario*. Così un corpo che movendosi trascorre nel primo minuto secondo una canna, nel successivo 3 canne, nel terzo 5 canne, ec.,

ha un moto uniformemente vario, perchè la sua variazione è costante di 2 canne. Ora di queste maniere di moto il più semplice è il moto uniforme e in linea retta, e di questo piglieremo in primo luogo a ragionare.

28. Il moto di un corpo che in ogni 1″ descrive una canna è uniforme, come uniforme è il moto di un altro corpo che in ogni 1″ descrive due o più canne; ma di questi due moti uniformi l'uno è diverso dall'altro. Ed in generale è facile il comprendere che si può dare un numero infinito di moti uniformi, come può essere d'infiniti modi la lunghezza dello spazio corrispondente all'unità di tempo. A distinguere quindi un moto uniforme da un altro si pensò a comparare lo spazio descritto al tempo che s'impiega a descriverlo; e questo rapporto di spazio a tempo si chiamò *velocità*. E come la velocità è diversa in ciascun moto uniforme; però ebbesi in essa il carattere secondo cui si conosce, e l'elemento per cui un moto uniforme si differisce da un altro. Così la velocità di un corpo che in 10″ percorre 20 canne, è 2; perciocchè considerando il tempo 10″ e lo spazio 20 canne come due numeri astratti (num. 6), ne risulta il loro rapporto 2. La velocità adunque è il rapporto dello spazio al tempo considerati come numeri astratti, e l'unità di velocità è la velocità di un corpo che trascorre l'unità di spazio, come sarebbe il palmo o la canna nell'unità di tempo, come sarebbe 1″.

29. Dopo tutto ciò, si può stabilire, come proprietà del moto uniforme, che gli spazj descritti sono nel moto uniforme proporzionali sempre a' tempi scorsi dal cominciare del moto; e da questa proprietà si è ricavato il modo di misurare la lunghezza totale degli spazj per mezzo de' tempi (num. 26). Ma come nel moto uniforme la velocità è sempre proporzionale allo spazio diviso pel tempo; così chiamando V la velocità, S lo spazio, T il tempo, si ha l'equazione fondamentale del moto uniforme $V=\frac{S}{T}$. Indi è adoperata la velocità (num. 28) come un carattere che distingue i moti uniformi tra loro. Per lo che ridotto V, S, T a tre numeri astratti, ne segue che $T=\frac{S}{V}$, $S=VT$, o sia che il tempo è eguale allo spazio diviso per la velocità, e lo spazio è eguale al prodotto del tempo per la velocità.

30. Se da' fenomeni inseparabili del moto, quali sono lo spazio e 'l tempo, ci rivolgeremo a considerare la causa del moto, dobbiamo confessare che questa causa è a noi del tutto ignota. Ma come è certo che il moto ha una causa, qualunque ella sia, che lo produce; così, non ostante che ci sia incognita, abbiamo designato questa causa colla parola *forza*. Indi i meccanici sogliono usare le espressioni di *effetto* e *direzione* di forza; intendendo per effetto di forza quello di mettere in moto un corpo quando niente si opponga, e per direzione di forza la linea retta ch'essa tende a far descrivere ad un corpo eccitandolo al movimento.

Non si può meglio comprendere l'indole della forza, che studiandone gli effetti, e ritrovando le leggi secondo le quali costantemente essa opera. Però la prima ricerca da farsi essa è: un corpo può da sè e senza l'ajuto di una forza passare dallo stato di quiete a quello di moto? e nell'atto che si muove può da sè cangiare il moto ricevuto, o pure dallo stato di moto mettersi in quiete?

31. Non avendo i corpi in loro stessi alcuna ragione che li determini a muoversi a destra o a sinistra, in un senso piuttosto che in un altro; si è conchiuso che un corpo in quiete non può da sè stesso mettersi in movimento. E però si è stabilita come prima e generale legge del moto, che *ogni corpo resterà in quiete, finchè una causa straniera non lo forzerà ad abbandonare lo stato di quiete.*

32. L'esperienza ci dimostra sulla terra che il moto de' corpi dura tanto più, e tanto più séguita la direzione rettilinea, quanto minori sono gli ostacoli che incontra; e l'osservazione c'insegna che il moto de' corpi celesti dopo tanti secoli non ha provato alcuna alterazione sensibile. Se i corpi dunque movendosi non s'imbattessero in ostacoli, conserverebbero sempre il loro moto di una maniera uniforme e nella direzione rettilinea. Indi si è ricavata, come seconda e generale legge del moto: *Un corpo posto in movimento da una causa qualunque si manterrà in moto sempre d'una maniera uniforme e nella direzione rettilinea, finchè un ostacolo o una causa novella non gli si opporrà.*

E veramente la direzione del moto dee sempre conservarsi in linea retta, perchè non ci è ragione per cui si allontani a destra piuttosto che a sinistra della dire-

zione primitiva. E parimente dee il moto conservarsi sempre uniforme; perchè un corpo essendo da sè incapace a mettersi in moto per la prima legge, è da credersi che sia egualmente incapace di alterare o d'estinguere il moto ricevuto. Alembert nella sua Dinamica ed altri meccanici sonosi sforzati di dimostrare queste due leggi di moto; ma le loro dimostrazioni sono negative, cioè a dire: hanno dimostrato che non ci è ragione per cui queste due leggi siano altrimenti di quello che sono. Bisogna persuaderci una volta che non può darsi una dimostrazione diretta, e, come dicesi, *a priori*, delle medesime, per l'ignoranza in cui siamo della natura de' corpi e della forza, e che la migliore pruova è ricavata da' fatti. Perchè queste leggi si accordano con tutti i fenomeni del moto da noi conosciuti, e tutti i fenomeni l'indicano e suppongono, sono da tenersi per vere, e ridursi così a verità di esperienza. (Vedi La Place, *Esposizione del sistema del mondo*, l. 3. cap. 2.)

33. Or questa tendenza della materia a perdurare nel suo stato di quiete o di moto, finchè una causa straniera non la turbi, si chiama *inerzia*, e dalle leggi già poste che diconsi d'inerzia segue: 1.° Che in caso di alterazione del moto di un corpo, o nella direzione o nella velocità o in ambedue, abbiamo ragione di credere che una causa straniera sia sopraggiunta, che l'abbia turbato. 2.° Venendo meno l'azione perturbatrice di una causa straniera, un corpo si moverà in virtù dell'inerzia nella direzione della retta in cui si trova. 3.° La forza non solo eccita al moto un corpo che si sta in quiete, ma è causa ancora di alterare e modificare il moto di un corpo; di modo che si può chiamare forza, in un senso più esteso, tutto ciò che può vincere l'inerzia de' corpi. Indi è che la forza piglia diverse denominazioni, secondo i modi diversi con cui vince l'inerzia. Se la forza comunica una velocità finita ad un corpo, come fa la polvere accesa contro la palla di cannone, o una palla in moto contro una palla in quiete, allora la forza si dice *impulsiva*. Se poi la forza tende ad imprimere ad un corpo una velocità infinitamente piccola, che dopo qualche tempo e per l'azione continua della forza diventa finita, allora la forza si distingue col nome di *pressione*. Così è la gravità la quale opera per gradi infinitamente piccoli contro una palla lanciata all'insù, e dopo qualche tempo l'obbliga a discendere.

34. Un' altra ricerca da farsi intorno alla forza, è quella d' indagare come si possa da noi stimare e misurare. E perchè i fenomeni del moto da noi conosciuti ed esaminati sono lo spazio e 'l tempo o, più brevemente, la velocità; così è da investigarsi se la forza sia proporzionale alla semplice velocità, o al quadrato, o ad altra funzióne qualunque della velocità; giacchè conosciuta la proporzione tra la forza e la velocità, da questa subito si va misurando l' energia di quella.

Osserviamo che in una nave, il cui moto è uniforme, un mobile lanciato o sospinto da una forza qualunque si muove relativamente alle parti della nave nella medesima maniera, come se la nave fosse in quiete, qualunque sia la celerità o la direzione della nave. E parimente sulla terra, che muovesi, siccome in appresso dimostreremo, i corpi sollecitati da una forza qualunque si mettono in movimento, in riguardo a' diversi punti della superficie, sempre nello stesso modo, sebbene la direzione de' loro moti sia sempre varia, e la terra si muova in un tempo dell'anno più presto, in un altro più tardo. Ciò posto, una palla che si muove sulla nave o sulla terra, ambedue in movimento, è sollecitata da due forze: l' una che la trasporta con un moto comune alla nave o alla terra, e l'altra sopraggiunta, per cui muovesi con un moto proprio in riguardo ai diversi punti della nave o della terra. Se dunque il moto apparente della palla in virtù di questa forza sopraggiunta resta sempre lo stesso, qualunque sia la direzione e la velocità della nave o della terra; è da conchiudersi che la palla, spinta da due forze, l'una comune alla terra o alla nave, e l'altra sopraggiunta, percorre nel medesimo tempo uno spazio eguale alla somma degli spazj che descritto avrebbe separatamente, se separatamente fosse stata sollecitata da queste due forze. Una palla collocata alla poppa di una nave, e spinta da una molla, si muove sempre per 4 canne in distanza dalla poppa, sia che la nave stia ferma o cammini, sia che vada più o meno veloce; perchè nell'atto che la nave cammina, la palla in virtù del moto comune descrive uno spazio eguale a quello che descrive la poppa; e inoltre in virtù della molla descrive nello stesso tempo 4 canne di spazio. Indi è che il moto della palla in riguardo alla poppa è sempre lo stesso, sia che la nave cammini o no. Dall' os-

servazione adunque de' moti che succedono sulla terra, si ricava che più forze operando nel medesimo senso fanno percorrere nello stesso tempo uno spazio eguale alla somma degli spazj che ciascuna di esse avrebbe fatto separatamente percorrere.

Secondo ciò non ci è alcun dubbio che la forza sia proporzionale alla semplice velocità. Poichè, posti tempi eguali (num. 29), le velocità sono proporzionali agli spazj; e perciò se le forze sono proporzionali agli spazj, le forze sono proporzionali alle velocità. Per altro tutti i fenomeni del moto così terrestri come celesti dimostrano e suppongono questo rapporto tra la forza e la velocità, e noi siamo in istato di conchiudere, per terza e generale legge, che *la forza è proporzionale alla semplice velocità.*

35. Sono conseguenti immediati di questa legge: 1.° È impossibile di giudicare del moto assoluto di un sistema, di cui si fa parte, dalle apparenze che si osservano. Un uomo che si muove sulla terra, o sopra una nave in moto, non può nè sa avvertire il movimento della terra o della nave per mezzo de' moti relativi a' diversi punti della terra o della nave, perchè questi moti e tutte le apparenze succedono come se la nave e la terra fossero in riposo, o sia il moto comune conserva a tutti i corpi del sistema lo stesso rapporto come se fossero in quiete, ed altra differenza non ci ha che quella la quale proviene da' moti relativi. 2.° Si può misurare la forza, che d'altronde è per noi ignota, misurando lo spazio ch'essa fa descrivere in un tempo determinato.

36. Se in luogo di considerare l'azione della forza sopra un punto materiale, come abbiamo fatto stabilendo le leggi del moto, ci piacesse di riguardare l'azione della medesima sopra un sistema di punti materiali legati tra loro o, più brevemente, sulla massa di un corpo; si dovrebbe tener conto nella misura della forza, oltre alla velocità, di un altro elemento, ch'è la massa. Imperocchè per muoversi la massa di un corpo, ciascun punto materiale, da cui la massa risulta, deve essere fornito della medesima velocità con cui il corpo si muove; altrimenti un punto materiale o una porzione del corpo si muoverebbe più presto, ed un altro punto materiale o porzione dello stesso corpo si muoverebbe più tardo, la quale cosa non è, nè può avvenire. L'effetto dunque della

forza è quello di animare ciascun punto materiale di un corpo della medesima velocità, per cui ogni corpo che si muove, è fornito di una somma di velocità eguale alla somma de' suoi punti materiali: questo effetto, com'è chiaro, si valuta moltiplicando la velocità di un corpo pel numero de' suoi punti materiali, o sia per la sua massa, ed il prodotto della velocità per la massa diventa la misura della forza di un corpo in moto, e dicesi *quantità di moto*. Chiamando adunque M la massa, Q la quantità di moto, F la forza, e V la velocità, sarà $F=Q=MV$, o sia *la forza è eguale alla quantità di moto, e questa è eguale al prodotto della massa per la velocità.*

37. Siccome le quantità F, Q, M e V sono numeri astratti ch'esprimono il rapporto che ognuna di esse ha all'unità della loro rispettiva specie (num. 6); così dall'equazione precedente si ricava $M=\frac{F}{V}$, o sia *la massa è uguale alla forza divisa per la velocità*, e $V=\frac{F}{M}$, o sia *la velocità è in ragion diretta della forza, e nell'inversa della massa.* Indi è che le velocità impresse da una medesima forza a masse differenti sono in ragione inversa delle masse. In fatti la forza della polvere che lancia una palla di schioppo, può appena mettere in moto una palla di cannone; perchè l'energia della forza spargendosi e dividendosi in un numero maggiore di punti materiali, diviene meno sensibile, ed imprime perciò una velocità minore. Poste dunque forze eguali, le velocità sono in ragione inversa delle masse, per la diffusione della forza in un numero maggiore di punti materiali o sia in proporzione della massa.

38. Similmente si ricava dall'equazione (num. 36) che in due corpi che si muovono con eguali velocità, le forze sono proporzionali alle masse. Poichè $F:f::MV:mv$, e posto $V=v$, sarà $F:f::M:m$. Due corpi adunque non si possono muovere colla medesima velocità, se non sono sospinti da forze proporzionali alle loro masse. In fatti come la gravità opera egualmente sopra tutte le parti della massa de' corpi, e la sua azione assoluta è proporzionale alla massa; così l'effetto della gravità è lo stesso per tutti i corpi, perchè a tutti imprime la medesima velocità, come abbiamo dimostrato (num. 18).

39. Supponendo in fine che le velocità di due corpi sieno in ragione inversa delle loro masse, ne segue che questi due corpi sono animati da forze eguali, e sono forniti di eguali quantità di moto. Poichè posto che $V : v :: m : M$, sarà $MV = mv$, o sia $F = f$, e $Q = q$. Si possono quindi ottenere eguali quantità di moto in due o più corpi, imprimendo a' medesimi delle velocità che sieno in ragione inversa delle loro masse. Questo teorema è fondamentale in meccanica, ed è molto utile alle arti e alla società; perchè crescendo la massa e diminuendo la velocità, o pure al contrario, possiamo all'uopo produrre la stessa forza. Così avendo una piccola quantità d'acqua per mettere in moto una ruota, facciamo in modo che cada da una grande altezza, affinchè colla caduta acquisti una maggiore velocità, e dia la stessa spinta alla ruota, come se fosse acqua in più copia che sbocca da un'altezza minore. I nostri cannoni per aprire la breccia vagliono più che gli arieti degli antichi; perchè, sebbene le palle sieno di massa minore degli arieti, pure per mezzo della polvere acquistano una gran velocità, e sono atte a penetrare le muraglie piu prontamente che quelli non faceano.

CAPO III.

DELLA COMPOSIZIONE E RISOLUZIONE DELLE FORZE.

40. Dalla semplice considerazione di una sola forza che agita i corpi, passiamo ora ad esaminare il caso più intricato, qual è quello di più forze che nel medesimo tempo sospingono uno o più punti materiali al movimento per la medesima direzione, o per direzioni differenti. Siccome un punto materiale non può nello stesso tempo pigliar moto per differenti direzioni; così è chiaro che spinto dall' azione simultanea di più forze, esso si moverà come se animato o tirato fosse da unica forza che lo sospinge per la linea che difatti descrive. Per lo che se molte forze nel medesimo tempo sono applicate al medesimo punto materiale, deve certamente essere unica forza che lo mette in moto, o tende a sospingerlo nello stesso modo che fanno tutte le forze unitamente. Questa forza unica si chiama la *risultante* di quelle forze; tutte

le forze applicate al punto materiale in riguardo alla risultante diconsi *componenti;* e date le componenti, trovare la risultante si dice *composizione delle forze;* e al contrario data la risultante, rinvenire le componenti è ciò che dicesi *risoluzione delle forze.*

41. Se due o più forze hanno la medesima direzione e operano nel medesimo senso, non vi è dubbio che tutte insieme si uniscono a produrre lo stesso effetto, come se fosse una sola forza eguale alla loro somma che avesse la medesima direzione ed operasse nel medesimo senso (num. 34). E però si tiene, come una legge, che in questo caso *la risultante delle forze è eguale alla somma delle forze componenti.* Se dunque le forze son tutte paralelle e operano nello stesso senso, la risultante delle forze paralelle sarà eguale alla loro somma.

42. Se due forze eguali operano in senso contrario nel medesimo tempo sopra un punto materiale, è chiaro che questo punto in virtù dell' azione contraria delle forze eguali non si muove. Poichè non essendovi ragione per cui l' una vinca l' altra forza, le due forze eguali mutuamente si distruggono, e il punto resta in riposo. In questo caso *la risultante delle forze è eguale a zero*, le due forze *si equilibrano*, e il punto materiale, che resta immobile pel contrasto delle forze eguali, si dice *in equilibrio.* Per lo che da ciò che due forze si equilibrano si può ricavare che due forze sono eguali, e presa una di queste ad unità si può avere la forza doppia, tripla, ec.

43. Se due forze ineguali sollecitano in senso contrario e nel medesimo tempo un punto materiale, vale lo stesso che unica forza eguale alla loro differenza lo eccitasse al moto nella direzione della forza maggiore. Imperocchè la più grande si può considerare come composta di due forze dirette nel medesimo senso, di cui una sarebbe eguale alla minore, e l' altra eguale alla loro differenza. Ora di queste due ultime forze la prima è distrutta per la legge seconda; e non resta, per muovere il punto materiale, che la differenza, la quale è diretta nel medesimo senso della più grande. *La risultante dunque di due forze ineguali che direttamente si contrastano, è eguale alla loro differenza; e un punto sospinto da questa risultante si muove nella direzione della forza più grande.*

44. Se in luogo di due, fossero più forze ineguali che tra loro direttamente si contrastano, si piglierebbero prima le risultanti rispettive secondo la legge prima, e ridotte tutte le forze a due risultanti ineguali, si troverebbe (num. 43) una terza risultante eguale alla differenza delle prime due.

45. Ma se le direzioni di due forze fanno un angolo, quale sarà la risultante? e secondo quale direzione si muoverà un punto spinto dalle medesime?

Esperimento.

Girando il manubrio *B* (*fig.* 2) si tira una girella mobile a cui è avvolto il filo a piombo *Am*, e scorrendo la girella sopra i due fili diritti di ferro *p*, *p*, si osserva che il piombo si muove da *i* in *h*, da *h* in *g*, e poi in *f*, descrivendo la diagonale de' rispettivi paralellogrammi segnati nella tavola.

Ora al moto del piombo concorrono due forze, le cui direzioni fanno un angolo retto: l'una è quella della gravità che porta il piombo per la verticale, e l'altra è quella della mano che tira la girella e con essa il piombo nella direzione orizzontale, o sia in una direzione ad angolo retto colla verticale: la risultante di queste due forze è rappresentata dalla diagonale di ciascuno de' paralellogrammi, perchè il piombo si muove lungo la diagonale.

E parimente se una palla collocata nell'angolo di un bigliardino è sospinta nel medesimo tempo da due martelli, i cui colpi fanno un angolo tra loro, si vede che la palla descrive una direzione intermedia a' due colpi.

I pesci, gli uccelli e i rettili cominciano a muoversi battendo la coda a diritta e a sinistra, e in virtù di queste due impulsioni vanno in una direzione che tiene il mezzo tra la dritta e la sinistra.

Quando una persona salta da una carrozza o da una barca in moto, cade al di sotto del luogo cui mira e cui si dirizza lanciandosi; perchè partecipando alla direzione della carrozza e a quella del salto, che formano un angolo, piglia una direzione intermedia.

46. Questi esperimenti ed osservazioni, ed altri simili che per brevità si tralasciano, chiaro ci manifestano che la risultante di due forze, le cui direzioni sono ad an-

golo, piglia una direzione intermedia, e il moto di un corpo per questa risultante si chiama *moto composto*, perchè deriva dall' azione contemporanea di due o più forze. Ma la geometria più esattamente, che non fanno gli esperimenti, ci dimostra che, se partendo dal punto di concorso di due forze, si prendono sulle loro direzioni due rette per rappresentarle, e formasi sopra queste rette un paralellogrammo: 1.° *la diagonale di questo paralellogrammo rappresenterà per la direzione e per la quantità la loro risultante;* 2.° *che un punto materiale sollecitato da queste due forze dovrà percorrere la diagonale del paralellogrammo nello stesso tempo che descriverebbe l'uno de' lati del medesimo se fosse spinto separatamente per la forza che è rappresentata da questo lato.* Ed in questi due articoli è espressa la quarta legge generale che riguarda il moto composto.

47. Le dimostrazioni di questa legge che soglionsi d'ordinario recare, hanno due difetti: o sono rigorose, ma lunghe ed intricate; o non sono esatte, perchè suppongono continua e non istantanea l'azione delle due forze a e b (*fig.* 3) sul punto mobile B. Ad evitare quindi l'uno e l'altro inconveniente abbiamo scelto la breve ma soda dimostrazione del Newton nel modo ch' è stata dichiarata dal Fontana in un opuscolo matematico. Il punto B adunque è spinto nel medesimo tempo da due forze a e b, delle quali l'una tende a portarlo per la direzione BA verso AC, e l'altra per la direzione BD verso DC. I due lati BA, BD rappresentano per la quantità e direzione le due forze a e b; e l'angolo qualunque ABD rappresenta l'angolo sotto cui le due forze a e b congiunte operano nel medesimo tempo per una spinta istantanea sul mobile B.

Siccome la forza b o sia BA è paralella alla linea DC; così non può avvicinare o pure allontanare il punto B da DC in virtù della sua azione sopra B, o sia la forza b non può influire, nè facilitando nè difficoltando l'accostamento di B a DC. E però dovendo il mobile B per l'azione dell'altra forza a arrivare alla linea DC, esso vi arriverà nel medesimo tempo nè più nè meno, tanto se soggiacerà alla sola azione separata della forza a o sia BD, quanto se soggiacerà all' azione congiunta di ambedue a e b, o sia BA e BD. Nello stesso modo si dimostra che B giugnerà alla linea AC nel medesimo tempo determi-

nato, sia che in esso operi istantaneamente la sola forza BA, sia che operino ambedue insieme BA, BD. Laonde alla fine di quel determinato tempo il mobile, sottoposto all' azione congiunta delle due forze, dovrà esser pervenuto così alla retta DC, come alla retta AC, cioè al punto C comune ad entrambe. E quindi in quel dato tempo sarà il mobile passato da B a C, ed avrà descritta uniformemente la diagonale BC, giacchè dopo il primo istante il punto mobile B, abbandonato a sè stesso, dee continuare il suo moto nella stessa direzione e colla stessa velocità per la legge d' inerzia.

48. Riflettendo all' azione congiunta delle due forze a e b, che colle loro direzioni formano un angolo, è chiaro: 1.° Che parte di esse si distrugge, come opposta, ed il resto si congiunge per muovere il punto B. La forza dunque a congiunta colla forza b influisce sul moto di B in quanto rende quel moto più o meno veloce, secondo che meno o più di esse forze si distrugga. 2.° Ne' tre parallelogrammi (*fig.* 5 e 6) ne' quali i lati AB, AC rappresentano le forze che fanno angoli differenti colle loro direzioni, la diagonale AD, ch' è la risultante, diviene più lunga a misura che l' angolo delle due forze BAC della *fig.* 5 diventa più acuto, ed al contrario si accorcia a misura che l'angolo BAC della *fig.* 6 va facendosi più ottuso. Poichè cresce l' opposizione delle forze, come cresce l' angolo BAC, e divengono esse del tutto opposte quando l' angolo è infinitamente grande, o sia quando AB è direttamente opposta ad AC. Ed all' inverso le forze vanno tra lor più cospirando, come l'angolo BAC si fa più acuto, e si possono considerare come del tutto cospiranti quando l'angolo è infinitamente acuto, o sia quando AB si congiunge con AC. Dunque la forza a combinata colla b influisce sul moto di B (*fig.* 3), in quanto rende il cammino di B più lungo o più corto di quello che sarebbe per l'azione separata di una delle due forze. 3.° Sebbene la forza a congiunta ad angolo con la forza b può alterare la velocità del punto mobile B, e lo spazio BA ch' esso punto descrive in virtù dell' azione separata della forza b; pure non può mutare il rapporto di questo spazio a quella velocità. Poichè l' aumento o diminuzione dello spazio e della velocità dipendendo interamente dall'angolo delle due forze, nello stesso modo che cresce o diminuisce lo spazio, va

nella stessa ragione aumentando o menomando la velocità, e perciò il rapporto dell'uno all'altra si conserva invariabilmente lo stesso. Così nella *fig.* 6 la diagonale o lo spazio *AD* si accorcia o si allunga in riguardo allo spazio *AB*, nella stessa ragione che la velocità di *A* per descrivere *AD* manca o cresce in riguardo alla velocità di cui era animato il punto *A* per descrivere *AB*; e la velocità di *A* in virtù di una sola forza sta allo spazio *AB*, come la velocità di *A* in virtù della combinazione delle due forze sta allo spazio o diagonale *AD*. Se dunque la combinazione e l'angolo delle due forze non può mutare il rapporto dello spazio alla velocità, non può certamente alterare il tempo (num. 29), ed il punto *A* andrà per una via più corta o più lunga, con più o meno velocità, per una direzione piuttosto che per un'altra, ma sempre descriverà la diagonale nello stesso determinato tempo che descriverebbe uno de' lati del paralellogrammo (Ved. tomo I degli *Elementi di Meccanica* del Boucharlat, pag. 4, e la nota 1 a pag. 436 e 444).

49. Il paralellogrammo *ABCD* della *fig.* 3, in cui i lati *BA*, *BD* rappresentano le forze componenti, e la diagonale *BC* la risultante, si chiama *paralellogrammo delle forze*, e in esso porta qui il pregio di notare le seguenti cose: 1.° Le direzioni di due forze che s'incontrano, sono sempre nel piano medesimo colla direzione della risultante; perciocchè la diagonale è sempre nel piano del paralellogrammo. 2.° Come la retta *AD* (*fig.* 4) può essere diagonale de' paralellogrammi *EAFD*, *CABD*, e di un numero indefinito di paralellogrammi differenti; così un numero indefinito di forze che operano a due a due colle loro direzioni ad angolo, possono avere la medesima risultante. 3.° A due forze componenti si può sostituire la loro risultante, ed all'inverso a questa si possono quelle due sostituire; perchè l'effetto di due forze componenti è eguale a quello della loro risultante. Nella *fig.* 3 alla risultante *BC* si possono sostituire le componenti *BA*, *BD*; a *BA* le componenti *DF*, *FC*; a *BD* le componenti *AG*, *GC*, e le quattro forze *AG*, *GC*, *DF*, *FC* sono eguali alla sola *BC*. Poichè *DF* ed *AG* distruggendosi, come eguali e contrarie, restano le forze cospiranti $FC + GC = FC + FB = BC$. Laonde data una forza, si può risolvere in un numero qualunque *n* di forze; e dato un numero qualunque *n* di forze, po-

tranno sempre ridursi ad $n-1$, $n-2$, $n-3$, e finalmente ad una sola.

50. Per fornire un esempio della composizione e risoluzione di più forze, date le forze P, O, R, S (*fig.* 7) dirette nel medesimo piano, si cerchi la loro risultante. A ciò fare si prolunghi la direzione di P e di O sino al punto di concorso in A; e come la loro azione si può supporre di essere esercitata ad un punto qualunque della loro direzione, si prenda AB per rappresentare P, e AD per rappresentare O. Indi formato il paralellogrammo $BADC$, la diagonale AC sarà la risultante delle forze P e O. Si prolunghi dopo CA sino all' incontro di R in E, e preso $HE = CA$ e EN per rappresentare R, si formi il paralellogrammo $HENG$, la cui diagonale EG sarà la risultante delle tre forze P, O, R. Finalmente nello stesso modo si prolunghi GE sino all' incontro della direzione della forza S in F, e pigliando FL per rappresentare la forza S e $IF = GE$, dal paralellogrammo $IFLM$ si ha la risultante FM, che si può sostituire alle quattro forze P, O, R, S.

All' inverso data la forza FM si può sciogliere, secondo il principio della risoluzione delle forze, nelle quattro S, R, O, P, e in un numero indefinito ed arbitrario di altre forze particolari.

51. Considerando il paralellogrammo delle forze, corre subito alla mente la relazione trigonometrica che passa tra la risultante e le forze componenti. Poichè nel paralellogrammo $ABCD$ (*fig.* 9) essendo $BD = AC$, le due forze P, Q e la risultante R sono rappresentate da' lati del triangolo BAD. E come sì fatti lati sono come i seni degli angoli opposti, così ne viene la proporzione $P : Q : R$ :: sen BDA : sen BAD : sen ABD. È facile dopo ciò di ricavare colla trigonometria il valore di R quando son conosciute P e Q, ed è noto l' angolo che fanno tra loro le due forze. Ma di ordinario per ottenere il valore di R si reca la formola $R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B$. A comprendere la quale è da sapere che in un triangolo rettangolo, com' è AEB (*fig.* 10), l' ipotenusa AB moltiplicata pel coseno di B esprime il lato adjacente BE, e la stessa ipotenusa multiplicata pel seno di B esprime l' altro lato AE. Ciò posto, nel triangolo rettangolo AED (*fig.* 10) è noto che $AD^2 = (BD - BE)^2 + AE^2$. Sostituendo quindi $AB \cos B$ a BE, e AB sen B ad AE, e

facendo $sen^2 B + cos^2 B = 1$, si avrà $AD^2 = BD^2 + AB^2 - 2BD.AB.\cos B$, o sia $R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B$. Che se l'angolo della formola sia quello delle forze, o sia BAC (*fig.* 9), siccome questo angolo è supplimento di B, perciò verrà $\cos B = -\cos A$, e la formula sarà $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos A$.

52. Nella risoluzione da farsi di una in due forze, se lo stato della questione non determina la direzione delle componenti, si possono queste prendere in una direzione arbitraria, purchè vengano a rappresentare i lati (num. 46) di un parallellogrammo di cui sia diagonale la forza da risolversi. Si può quindi scomporre una forza in due, le cui direzioni sien paralelle a due linee date di posizione e perpendicolari tra loro, che chiamansi *assi*. E per darne un esempio, sien le forze P, P', P'' (*fig.* 11) nel medesimo piano ed applicate tutte al medesimo punto A; si vuole che ciascuna sia sciolta in due altre dirette giusta i due assi perpendicolari Ax, Ay. A ciò fare sieno rappresentate P, P', P'', dalle rette AP, AP', AP'', e gli angoli che queste fanno coll'asse di x da α, α', α'', e quelli che fanno coll'asse di y, da β, β', β''. Dopo di che egli è chiaro, pel num. 51, che le componenti dirette secondo l'asse di x saranno $P \cos \alpha$, $P' \cos \alpha'$, $P'' \cos \alpha''$, e quelle dirette secondo l'asse di y saranno $P \cos \beta$, $P' \cos \beta'$, $P'' \cos \beta''$. Per lo che si avrà $P \cos \alpha + P' \cos \alpha + P'' \cos \alpha'' = X$, e $P \cos \beta + P' \cos \beta' + P'' \cos \beta'' = Y$; e da queste due somme risultano due componenti, l'una X che opera secondo l'asse di x, e l'altra Y che opera secondo l'asse di y, la cui risultante $R^2 = X^2 + Y^2$

53. Le forze che sinora sono state da noi considerate in un piano, si possono ravvisare in diversi piani o, come dicesi, nello spazio, purchè concorrono in un punto. Ma di tali forze è di leggieri il trovar la risultante giusta le cose stabilite intorno al paralellogrammo delle forze. Sien di fatto le forze BE, BA, BD (*fig.* 8), che sono in due piani e concorrono al punto B: non vi ha dubbio che trovandosi nello stesso piano BA, BE, e e nello stesso piano BA, BD, si possono dirizzare due paralellogrammi $BAPE$, $BAFD$. Per lo che guidando PC paralella a BD, e CO a FD, si avrà un paralellepipedo. E come la risultante delle forze BE, BA è la diagonale BP, e quella di BP e BD, che sono nello stesso piano, è BC ch'è diagonale del paralellepipedo; così è chiaro

che la *risultante di tre forze, che concorrono in un punto e sono in piani diversi, è eguale in quantità e direzione alla diagonale di un paralellepipedo formato sulle forze medesime.*

54. All'inverso, data una forza BC, si può ridurre a tre, che operano in piani diversi e che sono perpendicolari tra loro. Siccome BC è inclinata al piano $OCFD$, si abbassi sopra questo piano dall'estremità B della retta, che rappresenta la forza, la perpendicolare BD, e si congiunga colla retta DC l'estremità D della perpendicolare con quella C della forza. In questo modo BC è scomposta (num. 50) nelle due BD, DC. Indi si sciolga DC nelle due componenti DF, DO perpendicolari tra esse, e così la forza BC è sciolta in tre altre BD, DO, DF, che sono in piani diversi e perpendicolari tra loro. Se una forza adunque è inclinata ad un piano dato di posizione, la perpendicolare abbassata dall'estremità di questa forza sul piano sarà la forza primitiva scomposta perpendicolarmente al piano; e la retta che, condotta sul piano, unisce la forza e la perpendicolare, sarà la forza primitiva sciolta paralellamente al piano. E come questa seconda forza si può sciogliere in due perpendicolari tra loro; così la forza primitiva si può scomporre in tre altre perpendicolari tra loro.

55. Si vede da ciò che $CB^2 = BD^2 + CD^2$; e come $CD^2 = FD^2 + OD^2 = AB^2 + EB^2$; così la risultante $CB = \sqrt{BD^2 + AB^2 + EB^2}$, o sia alla radice della somma de' quadrati delle tre forze componenti perpendicolari tra loro.

56. Ora le forze che operano nello spazio si possono riferire a tre assi rettangolari: così posti i tre assi rettangolari in un punto qualunque O (*fig.* 12), si possono guidare pel punto di applicazione di una forza P rappresentata da DA tre assi rettangolari Ax, Ay, Az paralelli agli assi coordinati. Chiamando quindi α, β, γ gli angoli che la forza P fa rispettivamente con quegli assi, dalla conoscenza di sì fatti angoli si ricava non solo la direzione di P, ma il valore de' suoi componenti giusta gli assi Ax, Ay, Az. Di fatto sciogliendo la forza AD in DC e CA (num. 54), e CA in AB e BC, si ottiene immantinente il valore delle tre componenti. Poichè essendo γ l'angolo che fa la forza P o sia DA col-

l'asse Az, ed essendo questo angolo $= ADC$, si avrà (num. 51) $DC = DA \cos \gamma$. E per le stesse ragioni sarà $AB = DA \cos \alpha$, e $BC = AD \cos \beta$. Laonde le tre componenti saranno $P \cos \alpha$, $P \cos \beta$, $P \cos \gamma$.

Se in luogo di una sola forza fossero più P, P', P'', ec., che sollecitano il punto A; allora guidati i tre assi Ax, Ay, Az, e dati gli angoli α, β, γ della forza P; α' β' γ' di P'; e α'' β'' γ'' di P''; ec.: le forze scomposte secondo gli assi coordinati saranno:

$P \cos \alpha$, $P \cos \beta$, $P \cos \gamma$, ec.
$P' \cos \alpha'$, $P' \cos \beta'$, $P' \cos \gamma'$, ec.
$P'' \cos \alpha'$, $P'' \cos \beta''$, $P'' \cos \gamma'$, ec.

Pigliando adunque la risultante di tutte le forze scomposte secondo ciascuno di quegli assi, si avrà:

$$P \cos \alpha + P' \cos \alpha' + P'' \cos \alpha'' \text{ ec.} = X$$
$$P \cos \beta + P' \cos \beta' + P'' \cos \beta'' \text{ ec.} = Y$$
$$P \cos \gamma + P' \cos \gamma' + P'' \cos \gamma'' \text{ ec.} = Z$$

E come X, Y, Z sono le tre projezioni AB, BC, CD della retta AD che rappresenta la risultante R; così pel num. 55 si avrà $AD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2$, o sia $R^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$, e però $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$.

57. Si ricava, da ciò che abbiamo esposto, il modo più facile di avere la risultante di un numero qualunque di forze che operano sopra un punto materiale. Le cose da farsi sono tre: 1.° Ciascuna forza si scioglie (num. 56) in tre altre paralelle a tre assi dati di posizione e perpendicolari tra loro. 2.° Tutte le forze paralelle al medesimo asse si riducono ad una sola; poichè o tutte operano nel medesimo senso, e la loro risultante (num. 41) sarà eguale alla loro somma, o alcune operano in un senso ed altre in senso contrario, e la loro risultante sarà eguale alla differenza delle somme dell'une e delle altre (num. 43). Di che viene che tutte le forze si riducono a tre che sono perpendicolari tra esse. 3.° Finalmente è da trovarsi la risultante di queste forze perpendicolari. A questo oggetto dal punto di concorso delle tre forze si pigliano sopra ciascuna delle loro direzioni tre rette per rappresentarle, e dirizzato sopra queste tre rette un paralellepipedo rettangolo, la diagonale di questo solido (num. 53) rappresenterà per la direzione e per la quantità la risultante di tutte le forze che operano sopra un punto materiale.

Dal che si deduce che *dato un numero qualunque di forze, si ritrova la loro risultante, riducendo prima tutte le forze a tre che sono perpendicolari tra esse, e pigliando poi per risultante la diagonale di un paralellepipedo rettangolo formato sopra tre rette che rappresentano le tre forze perpendicolari.* Questa è l' ultima e fondamentale legge della composizione e risoluzione delle forze; la quale, come quella che suppone un numero indefinito di forze, e la posizione di esse in più piani, o sia abbraccia tutti i casi particolari, così racchiude in sè le leggi da noi stabilite e la loro applicazione.

—

DELLA STATICA

CAPO PRIMO

DELL' EQUILIBRIO DI UN SISTEMA DI CORPI.

Siamo ora in istato di ricercare e comprendere i varj ed intricati fenomeni del moto, in cui più corpi formano un sistema per la loro reciproca azione, si comunicano il moto, sono animati da forze diverse e si sospingono in direzioni differenti. Le proprietà che nel dirizzare una sì fatta ricerca da noi suppongonsi nella materia, sono l'impenetrabilità e l'inerzia. Il linguaggio che da noi si adoprerà per esprimere i varj effetti e fenomeni del moto, sarà quello che abbiamo ricavato dalla considerazione dello spazio e del tempo, e particolarmente dalla nozione della velocità. E i principj in fine che ci guideranno a risolvere tutte le quistioni della meccanica saranno quei tre che già abbiamo posto, cioè a dire: l'inerzia, l'equilibrio e il paralellogrammo delle forze. Ma siccome per causa dell'equilibrio di più forze che tra loro si contrastano, siamo obbligati a riguardare i corpi in due stati diversi, quali sono lo stato di riposo e di moto; così la meccanica è stata divisa in *statica* che tratta dell'equilibrio, e in *dinamica* che tratta del moto de' corpi; e nello stesso modo l'*idromeccanica* è stata distinta in *idrostatica* ed *idrodinamica*. Dovendosi quindi da noi applicare i principj or ora stabiliti ai casi particolari della meccanica, cominceremo a far ciò dalla statica, esaminando quali sieno le condizioni necessarie perchè un sistema di corpi si riposi in equilibrio.

58. Cominciando dall'urto de' corpi ch'è l'effetto del moto a noi più familiare, supponiamo, per maggiore semplicità, due corpi del tutto duri, di figura sferica, i quali si urtino in senso contrario, e per la linea che unisce i loro centri. In questa supposizione i due corpi resteranno immobili nel punto del loro incontro, o, come dicesi, in *equilibrio,* se le loro masse e le loro rispettive velocità saranno eguali, o pure le velocità, di cui sono essi animati, saranno in ragion reciproca delle

loro masse. Imperocchè nell'uno e nell'altro caso le loro quantità di moto saranno eguali, o sia eguali le forze che direttamente contrastano e mutuamente si distruggono. (num. 36). I fenomeni dunque dell'urto, in cui è l'equilibrio, sono due, e questi due fenomeni si possono esprimere con una formola generale, dicendo che *per darsi equilibrio le velocità debbono essere in ragion reciproca delle masse.* Le quantità poi di moto, o sia le forze eguali si distruggono nell'urto per l'impenetrabilità della materia, e l'*equilibrio* altro non denota che *lo stato de' corpi che operano mutuamente gli uni sopra gli altri, e per la loro mutua azione restano in riposo.* Indi il riposo de' corpi in natura non nasce dal difetto, ma dal contrasto delle forze. Questo caso di equilibrio, in cui due corpi si urtano in senso contrario con velocità in ragion reciproca delle masse, è il più semplice, ed al medesimo si possono ridurre tutti gli altri casi più intricati di equilibrio, in cui molti corpi operano tra loro per direzioni differenti. Ma per fornire una sì fatta riduzione è da chiamarsi in ajuto il principio del parallellogrammo delle forze.

ARTICOLO I.

Dell'equilibrio secondo il paralellogrammo delle forze.

Esperimento I.

Pongo il centro di una carta circolare sul centro della tavola rotonda (*fig.* 13). E come sulla carta si trova descritto il triangolo ABC, i cui lati sono tra loro come 2, 3 e 4, conduco CE paralella ad AB, e prolungo AC verso D.

Prendo tre corde che sono congiunte per un nodo su un punto, e ponendo questo punto sopra C, adatto le corde lungo CE, CB e CD, facendole passare per le girelle T, T', T'', che sono fermate con le viti sull'orlo della tavola. Appendo in fine all'estremità della corda CD un peso di 4 libbre, a CE di 3, e a CB di 2 libbre; e dopo ciò si osserva che restando il nodo sopra C i tre pesi restano immobili in equilibrio.

59. Ora le corde in meccanica si considerano come

rette flessibili, ma incapaci di estensione, e i tre pesi denotano tre forze, le quali sono rappresentate in quantità e direzione dalla direzione e tensione delle corde. E come le forze si possono reputare applicate ad un punto qualunque della loro direzione, così i tre pesi o le tre forze si possono trasportar mentalmente e tenersi per applicate in *C*. Le due forze in fine o i due pesi di 2 e di 3 libbre hanno per loro risultante la diagonale o una forza rappresentata in direzione di *CA*, e nella quantità dal peso di 4 libbre. Ciò posto, chiunque si accorge che il peso di 4 libbre, o sia la forza trasmessa da *DC*, applicata in *C*, è eguale e direttamente contraria alla risultante delle due forze componenti *CB*, *CE*. Vale dunque come se due pesi di 4 libbre o sia due forze eguali operassero in direzione contraria sul punto *C*; e perciò ne deve avvenire, siccome abbiamo veduto, equilibrio tra i tre pesi (num. 42).

Si raccoglie da questo esperimento che *se due forze operano nello stesso tempo sopra un corpo nella direzione de' lati di un paralellogrammo, e sono proporzionali a questi nella quantità, una forza opposta nella direzione della diagonale e ad essa proporzionale contrappesa le altre due, e il corpo sollecitato resta in quiete*. Che se ci piacerà di esprimere la stessa proposizione con altri termini, potrà dirsi che *un corpo sollecitato da tre forze, rappresentate nella quantità e direzione da' tre lati di un triangolo, rimane in quiete o in equilibrio*. Perchè dall'inspezione del triangolo *ABC* è chiaro che le due forze *BC*, *EC* sono rappresentate da due lati *AB*, *BC*, e la forza opposta *CD* è rappresentata dal terzo lato *AC* dello stesso triangolo *ABC*.

Esperimento II.

Se un corpo è sollecitato da quattro forze rappresentate in quantità e direzione da' quattro lati di un trapezio, esso si riposa in equilibrio.

Questo esprimento si riduce ad effetto per mezzo delle corde e de' pesi nello stesso modo che il precedente. Poichè poste le due corde *BC*, *EC* coi rispettivi pesi che rappresentano i due lati del trapezio, o sia due forze la cui risultante è espressa da *AC*, si mettono dalla parte opposta altre due corde ad angolo con altri due pesi che

rappresentano in quantità e direzione gli altri due lati del trapezio, o sia le altre due forze, la cui diagonale sia espressa da *CD*. Allora un corpo collocato in *C*, non ostante che sia spinto da quattro forze, vale lo stesso come se fosse sollecitato da due forze eguali e contrarie *AC*, *CD*, e perciò deve restare in quiete ed in equilibrio.

60. Nella stessa guisa col favore della composizione delle forze si potrebbe ritrovare l'equilibrio di 5, 6, o più forze, che operano in direzioni differenti. Per lo che ci è conceduto di ritrarre in generale, che *quando la forza di cui è animato un corpo si trova applicata a quel punto della sua direzione, in cui vanno a concorrere le direzioni delle altre forze che la distruggono, vi ha sempre equilibrio.* Questa è una condizione dell'equilibrio, la quale si dimostra, come abbiamo osservato, per mezzo del paralellogrammo delle forze; perciocchè componendo le forze si riducono al caso il più semplice di due eguali e contrarie, o pure a due masse eguali che si urtano con velocità eguali ed opposte.

Esperimento III.

Si sospendano alla divisione 3.ª del braccio di una bilancia (*fig.* 14) i tre pesi *b*, *c*, *d* che valgono tre once, e il peso *a* di un'oncia alla divisione 9.ª dell'altro braccio; in tal caso i pesi e la bilancia si riposano in equilibrio.

I pesi e la bilancia formano un sistema di corpi, in cui il punto di mezzo dell'asta, ch'è sostenuto dal piede sottoposto, si riguarda come un punto fisso, l'asta di ferro come una retta inflessibile, e i pesi che sono animati dalla gravità rappresentano tante forze paralelle, le quali operano nella medesima direzione (num. 17). E però la risultante di queste forze è eguale alla loro somma, o sia alla somma de' pesi (num. 41). E come questa risultante è distrutta dal punto fisso del sistema, perciò tutto il sistema o sia i pesi e la bilancia restano in equilibrio. Ma la risultante non può essere distrutta dal punto fisso, se i pesi o le forze non siano tra loro nella ragione inversa delle distanze perpendicolari, a cui essi son collocati dal punto fisso. Infatti nell'esperienza rapportata il peso d'un'oncia è posto alla 9.ª divisione,

e quello di tre once alla 3.ª divisione: o sia un'oncia sta a tre once, come distanza 3 sta a distanza 9; e nel caso che ci piacesse di trasportare il peso a dalla 9.ª alla 8.ª o più in là, l'equilibrio all'istante si romperebbe. L'esperimento adunque c'insegna che in un sistema di corpi che hanno un punto fisso, allora c'è equilibrio quando le forze sono tra loro nella ragione inversa delle distanze perpendicolari delle forze medesime dal punto fisso; perchè in questo sol modo la risultante potrà essere annullata dal punto fisso del sistema.

61. Questa verità, ch'è stata ritratta dall'esperienza nel caso delle forze paralelle, si dimostra e rende generale coll'ajuto del paralellogrammo delle forze e della geometria.

Essendo le due forze P, Q (*fig.* 15) rappresentate da AB, AD, ove si forma il paralellogrammo $ABCD$, la risultante R sarà espressa da AC. E però se da un punto qualunque F preso sulla direzione della risultante si guidano le due perpendicolari FE, FG, alla direzione delle altre due forze, e si congiungono le due perpendicolari per GE, si avrà $P:Q:R :: FG:FE:GE$. Poichè essendo retti i due angoli FGA, FEA, se sopra FA come diametro si descrive il circolo $AEFG$, questo circolo passerà per li punti G, E. Di che viene che gli angoli FEG, DAC sono eguali, perchè poggiano sullo stesso arco GF, ed eguali sono gli angoli FGE BAC, che poggiano sullo stesso arco FE. Simili dunque sono i due triangoli ABC, GEF, e però $AB:BC = AD:AC :: GF:FE:GE$, o sia $P:Q:R :: GF:FE:GE$.

62. Se in luogo di pigliare un punto sulla direzione di R si volesse prendere su quella di Q (*fig.* 16), o di P (*fig.* 17), allora si guiderebbero nella *fig.* 16 le due perpendicolari GF, GE alle altre due forze, e si tirerebbe EF; e nella *fig.* 17 si condurrebbero prima le due perpendicolari EF, EG, e poi la retta GF. Dopo di che descrivendo sul diametro GA (*fig.* 16) e sul diametro EA (*fig.* 17) il circolo $AEFG$, questo nella *fig.* 16 passerà per i punti E, F, e nella *fig.* 17 per i punti G, F. E però ne risulterà che i due triangoli ABC, GEF sono sempre simili, e si avrà nella *fig.* 16 $P:R:Q :: GF:GE:FE$; e nella *fig.* 17 $Q:R:P :: FE:GE:GF$; e in generale $P:Q:R :: GF:FE:GE$.

Se dunque la risultante delle forze, di cui è animato un sistema di corpi, è costantemente annullata dal punto fisso, allorchè le forze sono nella ragione inversa delle perpendicolari guidate da quel punto sulle loro direzioni, egli è chiaro che per darsi equilibrio, o sia per distruggersi dal punto fisso la risultante, debbano le forze essere nella ragione inversa delle perpendicolari guidate dal punto fisso sulle loro direzioni.

63. Questa stessa condizione di equilibrio si ricerca quando le direzioni delle forze P e Q sono paralelle. Poichè nella supposizione delle forze paralelle il punto di concorso (*fig.* 15) si considera ad una distanza infinita, e le linee GF, FE, GE si confondono in una sola; ma resta sempre fermo ch' essendo $P : Q :: GF : FE$, la risultante R sarà distrutta dal punto fisso F, come nell' Esperimento III.

Ma levando la supposizione che le forze paralelle si possono considerare ad una distanza infinita come riunite in un solo punto, si dimostra la proporzione già posta, riguardando alla *fig.* 18. Poichè date le forze paralelle p, q, che operano applicate all' estremità E, F della retta EF sotto qualunque inclinazione, egli è chiaro che lo stato del sistema affatto non cangia se vi s' introducano due novelle forze p', q' eguali ed opposte che operano nella direzione della linea EF. Ora componendosi le due forze p, e p' in una sola P, e le altre q e q' nell' altra sola Q, la risultante di p e q sarà la stessa di P e Q, che concorrono nello stesso punto A. Di fatto guidando le paralelle BC a EF e AR a Ep, e concependo le due forze P, Q applicate in A, si viene a scomporre la forza P nelle due p' e p che operano secondo AB, AO. E parimente si può risolvere Q nelle due q' e q, che operano secondo AC, AO. E come le due forze p' e q', che sono eguali, si distruggono; così la risultante di p e q opera secondo AO, ed è $= p + q$.

Di più essendo P risultante di p' e p, sarà (num. 51) $\frac{p'}{p} = \frac{\text{sen } pEP}{\text{sen } p'EP} = \frac{\text{sen } EAO}{\text{sen } AEO} = \frac{EO}{AO}$. Nella stessa maniera si dimostra che $\frac{q}{q'} = \frac{AO}{FO}$. Per lo che oltre alle due forze eguali p' e q', che si distruggono, si avrà $\frac{q}{p} = \frac{EO}{FO}$, o sia $p \times EO = q \times FO$, o sia $p : q :: FO : EO$, e nel punto O

si divide EF in parti reciprocamente proporzionali alle forze p e q. Si può quindi in generale conchiudere che la *risultante di due forze paralelle è eguale alla loro somma, è loro paralella, e divide la retta di applicazione in due parti reciprocamente proporzionali alle componenti.*

64. Segue da ciò che il punto O, cui è applicata la direzione di R, non dipende nè dalla direzione comune, nè dalla grandezza delle forze componenti p, q, ma solamente dal loro rapporto; di modo che il punto O resta invariabile, quantunque varii la direzione e grandezza delle forze componenti, purchè queste conservino costante il paralellismo ed il rapporto. È però se le forze s'inclinano in diverse situazioni, ma in modo che conservino i loro punti di applicazione, le grandezze e il paralellismo, la risultante delle forze paralelle passa sempre pel medesimo punto, che per la sua costanza piglia il nome di *centro delle forze paralelle.* Oltre di che, egli è manifesto che se il punto O, per cui passa la risultante, è immobile, le due forze p e q si equilibrano. E come in tal caso le distanze perpendicolari FO, EO sono reciprocamente proporzionali alle forze; così si può conchiudere che anche nel caso in cui le forze sono paralelle, come nell'Esperimento III, la loro risultante è annullata dal punto fisso, ove le due componenti sono in ragione inversa delle perpendicolari guidate dal punto fisso alle loro direzioni.

65. Volendo ora racchiudere in una proposizione generale tutto ciò che abbiamo finora dimostrato, è da dire che *per darsi equilibrio, la forza di cui è animato ogni corpo di un sistema si può concepire applicata a quel punto della sua direzione in cui vanno a concorrere le direzioni delle altre forze, che componendosi con essa formano una risultante ch'è distrutta da' punti fissi del sistema.* Questa proposizione, ch'è un conseguente del paralellogrammo delle forze, vuole che le forze componenti sieno reciproche alle perpendicolari tirate dal punto fisso sulle loro direzioni (num. 62), e in questo riguardo si può ridurre al caso di due corpi che si urtano in senso contrario con velocità reciproche alle loro masse. Che se il punto fisso, che distrugge la risultante delle forze, si considera come una forza contraria, si può esprimere più brevemente e generalmente l'equilibrio di un sistema di corpi, o ci abbiano o no punti

fissi, dicendo che *allora vi è equilibrio quando la risultante delle forze è eguale a zero.* E però l'equazione del num. 52 si riduce a $\sqrt{X^2+Y^2}=o$, o piuttosto $X^2+Y^2=o$. Ma come ciascun quadrato è essenzialmente positivo, ed una somma di quantità positive non può essere eguale a zero; così è di necessità che ciascuna di esse sia nulla separatamente, o sia $X=o$, e $Y=o$.

66. Non resta, per dar perfezione a questo argomento, che riguardare le forze nello spazio, e definire l'equilibrio in un sistema di corpi animati da un numero qualunque di forze che operano in piani diversi.

Siccome tutte le forze si riducono a tre, paralelle a tre assi, che passano per lo stesso punto e sono perpendicolari tra loro (num. 57); così è da ricercarsi quando l'effetto di queste tre risultanti è eguale a zero; giacchè non può esservi equilibrio se l'azione simultanea di tutte le forze, la quale è rappresentata dalle risultanti, non sia nulla.

Ora l'effetto delle tre risultanti non può esser nullo se ciascuna risultante presa separatamente non sia nulla; perciocchè le tre risultanti non si distruggono, e il loro effetto, come si sa (num. 53), è rappresentato dalla diagonale di un paralellepipedo rettangolo; ed ove una delle risultanti fosse nulla, l'effetto delle altre due sarebbe espresso dalla diagonale di un paralellogrammo (num. 49). Ciascuna risultante poi presa separatamente può essere eguale a zero in due modi: o nel caso che sia annullata da' punti fissi del sistema, o pure nel caso che tra le forze paralelle a ciascun asse, alcune son dirette in un senso, ed altre in un senso contrario, per cui tutte mutuamente si distruggono, e la loro somma o sia la risultante viene a farsi eguale a zero. *Se dunque più forze collocate in più piani, operando le une sopra le altre, si equilibrano, le tre risultanti paralelle a tre assi e perpendicolari tra loro saranno nulle ciascuna in particolare.* In tal caso l'equazione del num. 56 si riduce a $X^2+Y^2+Z^2=o$, o sia (num. 65) $X=o$, $Y=o$, $Z=o$.

Questo teorema, che abbraccia tutti i casi particolari, riguarda il moto progressivo de' corpi, o, come dicesi, di traslazione.

ARTICOLO II.

De' momenti.

67. Essendosi introdotti in meccanica, oltre al parallelogrammo delle forze, il principio de' momenti e quello delle celerità virtuali, stimiamo opportuno di qui accennare l'uno e l'altro. Sebbene il Galileo, il Wallis ed altri non abbiano inteso per momento che lo sforzo, l'energia, l'impeto di una forza; pure oggi comunemente si chiama *momento di una forza*, per rapporto ad un punto o ad una linea, il prodotto di questa forza per la distanza della sua direzione a questo punto o a questa retta. Quando si considera il momento di più forze in riguardo ad un punto, questo punto si denomina *centro de' momenti*; e quando ci è una retta, alla quale tutti i momenti sono rapportati, questa retta si chiama *asse de' momenti*.

68. Date le forze componenti P e Q (*fig.* 19), suppongasi AD una retta inflessibile, e il punto D immobile. Si conducano quindi dal punto D le DB, DC perpendicolari sulle direzioni delle forze P e Q: allora la forza $P \times DB$ rappresenta il momento di P; $Q \times DC$ esprime il momento di Q, e D è il centro de' momenti. Suppongasi in fine che le perpendicolari DB, DC sieno verghe inflessibili, alla cui estremità sono applicate le forze P e Q, le quali tendono a far girare A intorno al punto D. Ciò posto, si domanda qual è il momento della risultante di P e Q?

Per rispondere con esattezza al proposto quesito sono da distinguersi due casi: l'uno quando D è fuori dell'angolo, come nella *fig.* 19; e l'altro quando è dentro dell'angolo delle forze componenti, come nella *fig.* 20. Se D trovasi fuori dell'angolo PAQ, il momento della risultante sarà rappresentato da $R \times DE$, ed eguale alla somma de' momenti delle forze componenti, perchè ambe le forze tendono a far girare A intorno a D nel medesimo senso. Se poi D è dentro, il momento della risultante sarà espresso per $R \times DE$ (*fig.* 20), ed eguale alla differenza de' momenti delle forze componenti, perchè le due forze tendono a far girare A in senso opposto, come appare dalla inspezione della *figura*.

E veramente rappresentata la forza P da AF (*fig.* 19 e 20), e scomposta in x e y, l'una diretta secondo AD, e l'altra giusta la direzione di Q, o sia in AG e AH; il momento di AG o sia di x è zero, per la ragione che giace sulla direzione di AD, e il momento di y o sia di AH è eguale al momento di $AF = P \times DB$. Imperocchè pel num. 62, $P \times DB = AH \times DC = y \times DC$. Di che si deduce che se il momento di una forza componente è zero, perchè la sua distanza dal centro de' momenti è zero, il momento dell'altra forza componente è eguale a quello della risultante.

Ciò posto, se D è fuori dell'angolo PAQ (*fig.* 19); siccome le forze Q e y operano secondo la medesima direzione e nello stesso senso, così possono essere rappresentate da $Q + y$, e R risultante di P e Q è parimente la risultante di x e $Q + y$. Il momento adunque di R è eguale al momento di $Q + y$, perchè il momento di $x = o$, cioè a dire $R \times DE = (Q + y)\, DC = Q \times DC + y \times DC$. Ma $y \times DC = P \times DB$, dunque $R \times DE = Q \times DC + P \times DB$, o sia *quando D trovasi fuori l'angolo delle forze, il momento della risultante è eguale alla somma de' momenti delle forze componenti.*

69. Se poi D è dentro l'angolo delle forze componenti (*fig.* 20), la risultante di P e Q è risultante di x e di $Q - y$, perchè le forze Q ed y sono nella medesima direzione, ma operano in senso contrario. E però il momento di R è eguale al momento di $Q - y$, giacchè il momento di $x = o$, cioè a dire $R \times DE = (Q - y)\, DC = Q \times DC - y \times DC$, e come $y \times DC = P \times DB$, così $R \times DE = Q \times DC - P \times DB$, o sia *quando D cade dentro l'angolo delle forze, il momento della risultante è eguale alla differenza de' momenti delle forze componenti.*

70. Da questo teorema s'inferisce: 1.° Che se il punto a cui si rapportano i momenti è nella direzione della risultante, il momento di questa risultante e perciò la somma de' momenti è eguale a zero. 2.° Se il centro de' momenti è nella direzione della risultante, i momenti delle forze componenti sono eguali e contrarj, perchè la loro somma è eguale a zero. In fatti supponendo (*fig.* 20) $Q \times DC - P \times DB = o$, ne segue che $Q \times DC = P \times DB$, o sia che le due forze P e Q tendono egualmente a far girare A in senso contrario. 3.° Quando i momenti

sono eguali risulta $P : Q :: DC : DB$, o sia le forze sono in ragione inversa della distanza perpendicolare della loro direzione al punto a cui si rapportano i momenti. Il che è conforme esattamente alla condizione di equilibrio da noi dichiarata (num. 62).

71. Ora considerandosi il punto D come l'incontro di un asse perpendicolare col piano delle forze P e Q, queste due forze tendono a far girare A intorno al detto asse, che per questa ragione dicesi *asse di rotazione*. E se le forze P e Q (*fig.* 20) tendono a far girare in senso contrario il corpo A intorno all'asse di rotazione, che si suppone immobile, vi sarà equilibrio, ove i momenti delle forze P e Q rapportati al punto D di rincontro dell'asse col piano sieno eguali. L'*equilibrio* adunque, secondo la teorica de' momenti, consiste nell'eguaglianza de' momenti contrarj, o, ciò, che vale lo stesso, allora ci è equilibrio quando la somma de' momenti è eguale a zero. Indi si è che la teorica de' momenti esprime l'*equilibrio* che chiamasi *di rotazione*, ed è una traduzione diversa dell'equilibrio secondo il parallelogrammo delle forze, giusta cui l'equilibrio proviene dalla risultante delle forze eguale a zero.

Questo teorema, che ha luogo per le forze che fanno tra esse un angolo qualunque, deve ancora estendersi, pel num. 63, alle forze paralelle.

ARTICOLO III.

Delle celerità virtuali.

72. Se il punto m (*fig.* 21), cui è applicata la forza P, turbato per poco l'equilibrio, si porta alla posizione infinitamente vicina in n, la piccola linea mn, che descriverà, sarà la *celerità virtuale* della forza P. E parimente se il sistema de' corpi CAB (*fig.* 22) riposa in equilibrio, ove questo sarà alquanto turbato, i piccoli archetti Cf, Bd designeranno le celerità virtuali delle forze P, Q applicate ai punti C, B. Per lo che le celerità virtuali suppongono un sistema di corpi in equilibrio; vogliono che questo si turbi, ed i corpi restino almeno nel primo istante tra loro legati; e designano quella celerità che i corpi in equilibrio sono disposti a ricevere nel caso che questo vada turbandosi, o sia la celerità

di cui sarebbe animato ogni corpo nel primo istante del suo moto. E però le celerità virtuali sono espresse dalle piccole porzioni di linea retta o curva, che i corpi legati tra loro descrivono nell' istante che muovonsi pel turbato equilibrio.

73. Posto che il sistema *CAB* (*fig.* 22) sia in equilibrio, si prolunghino le direzioni delle forze *P* e *Q* sino ad *E* e *D*, finchè si possano condurre dal punto fisso *A* le perpendicolari *AE*, *AD*. Indi cangiata infinitamente poco la posizione del sistema senza alterare la connessione delle sue parti, i punti *B* e *C*, rotto l'equilibrio, descriveranno gli archetti *Bd*, *Cf*, di cui saranno raggi le distanze dirette *AB*, *AC*. Condotte in fine le perpendicolari *de*, *fg*, queste perpendicolari e le piccole linee *gC*, *eB* saranno le componenti delle celerità virtuali *fC*, *dB*, e le rette *Cg*, *eB* comprese tra le perpendicolari e la prima posizione de' punti, *C*, *B*, esprimeranno gli avanzamenti di *C*, e *B* nella direzione delle forze *P* e *Q*, da cui sono sollecitati.

Ora nel caso che le forze *P* e *Q* sieno in equilibrio intorno al punto fisso *A*, la somma dei prodotti $P \times gC$ e $Q \times eB$ sarà eguale a zero. E siccome l'avanzamento *Be* nella direzione di *Q* è in senso contrario a *Cg* nella direzione di *P*, sarà $gC \times P - eB \times Q = o$, e perciò $gC \times P = eB \times Q$, o sia $\frac{Q}{P} = \frac{gC}{eB}$. Di fatto siccome i triangoli *deB*, *ADB* sono simili, e simili sono *fgC AEC*; così $\frac{dB}{AB} = \frac{eB}{AD}$, e $\frac{Cf}{AC} = \frac{gC}{AE}$. E perchè gli archi *dB*, *Cf* sono descritti coi raggi *AB*, *AC*, ne viene $\frac{dB}{AB} = \frac{Cf}{AC}$, e però $\frac{gC}{AE} = \frac{eB}{AD}$, e $\frac{gC}{eB} = \frac{AE}{AD} = \frac{Q}{P}$, o sia $Q : P :: AE : AD :: gC : eB$: le forze adunque *P* e *Q*, come quelle che sono in ragione inversa delle perpendicolari *AD*, *AE* (num. 61), sono in equilibrio; e come $AD : AE :: eB : gC$; così mettendo $\frac{Q}{P} = \frac{gC}{eB}$, o sia $gC \times P - eB \times Q = o$, si esprime il loro equilibrio.

74. Si raccoglie da questa dimostrazione: 1.° Che per adoprare le celerità virtuali non è necessario di sapere le loro quantità assolute, ma basta conoscere il loro rapporto. Così non si conosce il valore di *Cf* e *Bd*, ma

siamo certi che sono proporzionali ai raggi AC, AB. 2.° Che scomposte le celerità virtuali, bisogna valutare l'avanzamento di ogni corpo e di ogni punto materiale nella direzione della forza che lo sollecita; il quale avanzamento è sempre eguale ad una parte della direzione della forza compresa tra la prima posizione del corpo o del punto, e la perpendicolare abbassata dalla seconda posizione del corpo o del punto sopra questa direzione, siccome è nella *fig.* 22, gC, Be, e ma nella *fig.* 21. E come ma è la projezione di mn sulla direzione di P, e Be è la projezione di Bd sulla direzione di Q, ec.; così non si calcolano le celerità virtuali, ma le projezioni di queste sulla direzione delle forze. 3.° Che quegli avanzamenti o queste projezioni debbono pigliarsi positivamente e negativamente, secondo che si fanno nel medemo senso o in senso contrario a quello della forza, nel modo che abbiamo fatto prendendo $+gC - eB$. 4.° Il principio delle celerità virtuali consiste in ciò, che *nel caso di equilibrio la somma de' prodotti di ciascuna forza per la quantità della sua direzione, per cui si avanza il corpo o punto al quale stassi applicata, è nulla.*

Sebbene il Galileo fu il primo che a dimostrare l'equilibrio mise in moto il sistema delle forze che si contrappesano, e considerò gli archetti e gli spazj trascorsi da ciascun punto del sistema dopo aver rotto l'equilibrio; pure fu Giovanni Bernoulli che introdusse e stabilì il principio delle celerità virtuali. Indi La Grange discoperse che in questo principio racchiudeansi di una maniera la più generale le condizioni dell'equilibrio di un sistema di punti materiali animati da qualunque forza, e ridusse al medesimo tutta la meccanica. Finalmente il Fossombroni il primo e poi tanti altri han dimostrato la verità del principio delle celerità virtuali, ed oggi a norma di questo principio si sciolgono i problemi tutti della meccanica.

CAPO II.

DEL CENTRO DI GRAVITÀ.

Esperimento I.

Un cubo di legno o una sfera di qualunque materia si sostiene ferma sopra la punta aguzza di una piramide regolare, e in generale un corpo qualunque resta sospeso in aria quando è legato ad un filo per un punto solo.

Un cubo o una palla è un sistema di punti materiali legati, che sono animati dalla gravità, e perciò da tante forze paralelle. E come la risultante o sia la somma delle forze paralelle è sostenuta da un punto fisso, qual è la punta aguzza della piramide, o il punto di sospensione a cui è legato il filo; così la sfera o il cubo o sia il sistema dei punti gravitanti sta in equilibrio e in riposo.

Riflettendo a questo esperimento, non ci è dubbio che un corpo qualunque sostenuto per un punto non è altro che un sistema di forze eguali e paralelle le quali sono in equilibrio. E giusta una sì fatta considerazione è chiaro che la direzione della risultante de' pesi di ciascun punto materiale, da cui è formato un corpo, è la verticale o sia la stessa della direzione della gravità; perciocchè (num. 63) la risultante delle forze paralelle è paralella alla direzione delle componenti. Oltre di che è manifesto che qualunque sia la posizione di un corpo, la risultante delle sue molecole gravitanti passerà sempre per lo stesso punto, perchè (num. 65) qualunque sia la posizione delle forze paralelle, la loro risultante deve sempre passare per lo stesso punto, o sia il centro delle forze paralelle è costante. Donde viene che mettendosi un corpo in varie posizioni, le direzioni della risultante si dovranno tutte tagliare nel medesimo punto.

75. Ora il punto per cui passa la risultante di tutti gli sforzi che fanno le differenti parti di un corpo per obbedire alla gravità, qualunque sia la situazione di questo corpo, si chiama *centro di gravità*; la direzione di questo centro è la verticale, e la massa di un corpo si considera come se fosse raccolta e riunita nel centro di gravità.

Se in luogo di un corpo o di un sistema di punti materiali, si avessero più corpi tra loro legati in modo che formassero un sistema, il punto per cui passa la risultante di questi corpi, qualunque sia la posizione del sistema, si dice il *centro di gravità del sistema.*

Esperimento II.

Mettete un corpo in equilibrio nel senso della sua lunghezza sopra il taglio di un prisma, di una tavola o di una lamina, e notate sul corpo la linea che corrisponde al taglio del prisma o della lamina. Indi collocate di nuovo in equilibrio il medesimo corpo sullo stesso taglio nel senso della sua larghezza, e notate sul corpo la linea che corrisponde al taglio in cui si equilibra. In sì fatto modo avrete nell'intersecazione delle due linee già notate il centro di gravità del corpo.

Ed ove vi fosse tolto di far ciò, perchè il corpo di cui si cerca il centro di gravità è molto grande e difficile a trattarsi, suol costumarsi di formarne un altro in piccolo del tutto simile al grande, affinchè determinato il centro di gravità nel piccolo, si possa in quello conoscere proporzionalmente la posizione del centro di gravità.

76. Questo metodo è fondato in ciò, che il punto costante, in cui si equilibra l'azione della gravità di un corpo, è giusto il suo centro di gravità (num. 75).

Esperimento III.

Sospendete pel punto *A* il corpo *AB* (*fig.* 23), e per mezzo del filo a piombo notate la linea verticale *AB*. Sospendete poi per un altro punto *C* (*fig.* 24) il corpo medesimo, e notando per mezzo del filo a piombo la verticale *CB'* avrete nel punto d'intersecazione delle due verticali il centro di gravità del corpo.

77. Le linee a piombo *AB*, *CB'* rappresentano le direzioni di due risultanti del corpo sospeso. E perchè il centro di gravità deve essere comune a tutte le risultanti del peso del corpo in qualunque posizione, è chiaro che il punto d'intersecazione indicherà il centro di gravità. Indi si può conchiudere in generale che *se un corpo pende o vibra liberamente intorno a diversi punti di so-*

spensione, l'intersecazione delle linee guidate da quei punti perpendicolarmente all' orizzonte, quando il corpo è in quiete, sarà il centro di gravità.

78. Questi metodi, che sono meccanici, riposano sul principio del paralellogrammo delle forze; perciocchè il problema di trovare il centro di gravità ad altro in sostanza non si riduce, che a trovare il punto in cui si equilibrano le forze eguali e paralelle. Di fatto se due masse ineguali, che hanno il rapporto di $1:4$, sono legate all' estremità di una linea retta (*fig.* 25), avranno il loro centro di gravità in C, le cui distanze perpendicolari sono nella ragione inversa delle masse, o sia si considerano ambe le masse riunite in C; e se questo punto fosse sostenuto, si equilibreranno. Per trovare poi le distanze che sieno in ragione inversa de' pesi, basta una semplice proporzione. Chiamando A la massa $= 1$, B la massa $= 4$, AB la lunghezza della verga o linea inflessibile, si avrà $A + B : B :: AB$: alla distanza di A da C; o pure $A + B : A :: AB$: alla distanza di B da C.

79. Quando adunque due corpi si avvicinano o pure si allontanano con velocità reciproche alle loro masse, il loro centro di gravità resterà in quiete.

80. Se a' due corpi A e B (*fig.* 27) vi fosse aggiunto un terzo D, preso il centro di gravità di A e B in C nel modo ora indicato, facilmente si ritroverà il centro di gravità tra C e D in K, il quale sarà il centro di gravità de' tre corpi A, B e D. Poichè considerandosi raccolte le due masse A e B in C, il centro di gravità di C e D è lo stesso de' tre corpi A, B, D.

81. A parte del paralellogrammo delle forze ci potrà servir di guida a trovare il centro di gravità la dottrina de' momenti. Si prendano in fatti i momenti di ciascuno de' pesi che pendono dalla verga (*fig.* 26), i quali saranno 3×7; 4×10; 1×11. E siccome il centro de' momenti, ch'è posto alla estremità o della verga, cade fuori del sistema delle forze o de' pesi; così il momento della risultante sarà (num. 68) eguale alla somma de' momenti di ciascun peso. Chiamando dunque x la distanza del centro di gravità, e facendo la risultante eguale alla somma de' pesi (num. 41), sarà

$x = \frac{3 \times 7 + 4 \times 10 + 1 \times 11.}{3 + 4 + 1} = 9$ palmi. Di che è

chiaro che quando i pesi sono disposti sopra una retta, il centro di gravità del pari è sopra un punto di questa medesima retta.

82. In generale adunque tutti i metodi che han posto in opera i meccanici per trovare il centro delle forze eguali e paralelle, vagliono a trovare il centro di gravità (V. Poisson, tomo I, § 2, num. 99). Col favore in fatti di questi metodi e coll'ajuto de' loro calcoli ritrovano i matematici i centri di gravità dei corpi. Considerano essi di ordinario le linee, le superficie e i solidi come composti di punti egualmente pesanti, e però di uniforme densità, o pure come punti tirati da forze eguali e paralelle; e ricercando per mezzo di opportune formule i centri delle figure e delle grandezze dei corpi, determinano la posizione dei loro centri di gravità. Poichè se la densità di un corpo è uniforme, il centro della sua figura è lo stesso che quello della gravità o della massa, e dividere il corpo in due punti eguali è lo stesso che dividerlo in due parti di eguale massa che si contrappesano. Così han definito che il centro di gravità di un triangolo è a $^2/_3$ della perpendicolare condotta dal vertice sulla base, quello di un paralellogrammo nella intersecazione delle due diagonali, quello di un circolo o di una circonferenza nel centro, ec. Hanno similmente riguardato i corpi come sogliono essere in natura, cioè a dire con densità varia e difforme; e quando la densità de' corpi varia secondo una legge costante, è venuto ad essi fatto di ridurla a calcolo, e rinvenire colle solite formule il centro di gravità de' corpi che sono forniti di varia densità. Quando poi la densità de' corpi è irregolare, nè sta sottoposta ad alcuna legge, han cercato per via di esperimenti e di prove di ridurre le irregolari densità del corpo alla media; e supposta questa come uniforme in tutta la massa, han poi calcolato il centro di gravità. Dal che è manifesto che la dottrina de' centri di gravità è un articolo di molta importanza nella fisico-matematica, e molto giova ai fisici ed ai meccanici, giacchè una massa, di quale che si fosse peso o grandezza, si può considerare non altrimenti che un sol punto sospinto da una sola forza, e però basta sostenere questo punto per tenere quella in equilibrio.

83. Ridotto il centro di gravità di un corpo a centro di forze paralelle, egli è certo che supponendosi questo

fisso, il corpo resta, pel num. 64, in qualunque posizione in equilibrio. Ma se un corpo in luogo di aver fisso il suo centro di gravità, ne avesse un altro, si domanda quando ha luogo l' eliquibrio?

Esperimento IV.

Se un corpo pende liberamente da un centro di sospensione, non rimane in quiete, se non quando la linea di direzione prolungata passa pel centro di sospensione, ec. Così il filo a piombo della *fig.* 23 non resta in riposo, se la linea verticale per cui si sforza di scendere il piombo, prolungata da B, non passa pel centro di sospensione A.

E veramente per aver luogo l' equilibrio, e perciò il riposo del corpo sospeso, l' azione del peso dev' essere tutta distrutta; e questa non potrà essere interamente distrutta, se il centro di sospensione non è direttamente opposto al centro di gravità, o sia se il centro di sospensione e di gravità non sono nella medesima linea verticale. *Un corpo adunque sospeso a un punto resta in equilibrio e in riposo quando il suo centro di gravità e il punto di sospensione sono nella medesima linea verticale;* e al contrario *se un corpo è in equilibrio*, è da conchiudersi che *il suo centro di gravità è sostenuto in una linea verticale.*

Esperimento V.

Se la linea di direzione di un corpo collocato sopra un piano orizzontale, ch' è un piano fisso, cade dentro la propria base, o sia dentro quello spazio che occupa sopra il piano, questo corpo si sosterrà; se però passa fuori la base, certamente cadrà.

84. Siccome il centro di gravità è sostenuto quando la linea di direzione passa per la base, e non è sostenuto quando passa fuori; così avviene che i corpi si tengono nel primo caso e cadono nel secondo. Non è quindi la posizione diritta o pure obbliqua che contribuisce a sostenere o a rovesciare i corpi, ma la posizione del centro di gravità. La torre $ACLF$ (*fig.* 28) situata obbliquamente al piano orizzontale si manterrà ferma perchè ha il suo centro di gravità in E, e la linea

di direzione di questo centro passa dentro la base *CKLD*. Ma se la torre avesse il centro di gravità in *I* si rovescerebbe, perchè la linea di direzione passerebbe fuori la base, e il suo peso non sarebbe sostenuto, e distrutto dal piano fisso. Si comprendono da ciò tutti i movimenti della nostra macchina: alzando il piede destro c' inchiniamo sulla sinistra, finchè la nostra linea di direzione cada sul piede sinistro, che diventa tutta la nostra base quando il piede destro è innalzato. Nell'atto di salire le scale o di sormontare il giogo di un monte ci curviamo in avanti, ed al contrario nello scendere portiamo il corpo chinato all' indietro, perchè la linea di direzione non cada fuori de' nostri piedi che formano la base del nostro corpo. Per lo che *i corpi si sostengono, o sia restano in equilibrio, quando la linea di direzione cade dentro la loro base*. Per questa ragione i ballerini di corda portano nelle mani un bastone ben impiombato, che muovono all' uopo ora in un senso e ora in un altro, per mantenere la linea di direzione del loro corpo sopra la fune ch' è la loro base.

85. In Francia hanno immaginato sopra questo principio del centro di gravità un *odometro* o sia *misura di cammino*. Si pone una piccola ruota che gira liberamente intorno al suo asse nelle razze di una delle ruote della carrozza. Quella piccola ruota gira girando le razze, compie un intero giro ad ogni rivoluzione della ruota della carrozza, e nota ogni giro, che perfeziona, per mezzo del suo albero ch' è connesso con un rocchetto, che incappa nei denti di altre ruote. Per fare che la piccola ruota giri girando le razze e compisca un intero giro, quando compie una intera rivoluzione la ruota della carrozza, quella piccola ruota s' impiomba in un lato. Così il centro di gravità, che scende per mantenersi nella parte più bassa, obbliga la piccola ruota a girare. Finalmente il cammino che s' è fatto, si misura dal registro delle rivoluzioni. Poichè si sa quanto cammina la carrozza ad ogni rivoluzione della sua ruota, e perciò conosciuto il numero tutto delle rivoluzioni, si sa immantinente il cammino intero.

Esperimento VI.

Ove si pone il doppio cono EF (*fig.* 29) sopra i due regoli CD, AB, che rappresentano due piani inclinati, i quali si alzano gradatamente da C in D e da A in B; si osserva che il doppio cono va successivamente salendo lungo i due regoli.

Per eseguire questo esperimento, è necessario che i due regoli siano ad angolo, e che la loro massima altezza non sia maggiore del raggio della base de' due coni.

86. Siccome il centro di gravità del doppio cono EF è nel suo mezzo; così quando EF è collocato in CA, il suo centro di gravità è più alto del piano su cui giace il doppio cono; e questo centro volendo scendere per la linea di direzione, mette in giro i due coni e li fa montare. In questo modo il salire del doppio cono non è altro che lo scendere del suo centro di gravità. E perchè i due regoli sono ad angolo, perciò a misura che il doppio cono si rivolge e sale, le parti di esso cono, che toccano e poggiano su i regoli, sono di un diametro più piccolo. Laonde il centro di gravità trovandosi più alto, vuole sempre proseguire a scendere, finchè i due apici de' coni toccano i regoli, e il centro di gravità, mettendosi a livello dell' altezza del piano, cessa di scendere. Indi è che *si possono comporre de' corpi in tal maniera che facciano sembianza di ascendere, mentre i loro centri di gravità discendono.* Quei burattini che, comunque si mettono, sempre si drizzano in piedi, hanno il loro centro di gravità nella base in cui ci ha piombo o mercurio, e il loro centro di gravità che cade è la causa per cui si drizzano.

87. Ma sebbene il centro di gravità di un corpo cade sulla base, pure non sempre il corpo sortisce uno stato stabile di equilibrio.

Esperimento VII.

Se l'anello ellittico ABC (*fig.* 31) posto sopra un piano sul suo asse maggiore si tocca leggermente e mettesi nella posizione abc, si vede che comincia a muoversi e va dolcemente cadendo, finchè rovescerà sul suo asse

minore. Ma se l'anello medesimo sta sul piano sopra il suo asse minore, come si osserva nella *fig.* 30, allora mettendosi nella posizione *abc*, comincia ad *oscillare*, e tanto va e viene, finchè ritornerà alla sua antica posizione *ABC*.

88. L'anello rappresenta un sistema di punti materiali, il quale è in equilibrio, o sull'asse maggiore o sul minore. Quando si tocca leggermente, si turba l'equilibrio del sistema, perchè la linea di direzione *FG* si allontana dalla sua posizione. Ma si rompe l'equilibrio e l'anello cade quando sta sull'asse maggiore, perchè la linea di direzione *FG* (*fig.* 31) pigliando la posizione *fg* cade fuori della base; e al contrario il turbato equilibrio dell'anello si restituisce quando sta sull'asse minore, perchè la linea di direzione *FG* (*fig.* 30), pigliando la posizione *fg* non esce fuori della base. Si può avere di ciò un esempio sensibile nelle bilance. Se il centro di gravità dell'asta (*fig.* 14) è situato sopra il punto o asse di sospensione, l'equilibrio della bilancia diventa instabile; perciocchè appena che l'asta si viene ad inclinare, il centro di gravità cade fuori la linea di direzione, e cadendo sempre più a misura che se ne allontana, non può ritornare all'equilibrio. Al contrario, nel caso che il centro di gravità fosse sotto l'asse di sospensione, quando s'inchina la bilancia, quello cadendo ritorna alla direzione della verticale, e l'equilibrio si rimette e diviene stabile.

89. La posizione dunque del centro di gravità produce due stati diversi di equilibrio. Nel primo un corpo o un sistema di corpi, come è allontanato dalla sua posizione, se ne discosta sempre più, e il suo equilibrio non è stabile. Nell'altro, turbandosi un poco l'equilibrio di un corpo o di un sistema di corpi, questi vanno e vengono *oscillando* intorno alla loro primitiva posizione e tendono a ritornarvi. Allora l'equilibrio si mantiene, e i corpi del sistema sono *stabili*. È però la stabilità dei corpi dipende dalla posizione de' loro centri di gravità, e si può argomentare la stabilità dell'equilibrio di un sistema di corpi dall'oscillazione ch'essi fanno per ritornare a quella posizione da cui sono stati allontanati.

90. Di leggieri comprendesi dalle cose esposte che la stabilità de' corpi dipende da due condizioni. Primieramente dalla distanza del centro di gravità dalla base su

cui riposa un corpo; poichè quanto più il centro di gravità è distante dalla base, tanto più presto la linea di sua direzione esce fuori della base in caso di urto o di turbato equilibrio. La torre (*fig.* 28) è più stabile quando ha il centro di gravità in E che in I, e l'anello nella fig. 30 è più sodo sul suo asse minore che sul maggiore, perchè il centro di gravità è più vicino alla base, e nella fig. 31 è più distante dalla medesima. In secondo luogo la stabilità di un corpo dipende dalla grandezza della sua base; perciocchè quanto è più grande la base, tanto più difficilmente la linea di direzione ne può cader fuori. *Un corpo* adunque, *a circostanze di altronde eguali*, *è tanto più stabile quanto più il suo centro di gravità è vicino alla base*, *e quanto più questa base è grande.*

91. Abbiamo osservato che l'anello ellittico (*fig.* 30) *oscillando* da ABC in abc ritorna alla sua primiera posizione; ma se ci piacesse di muoverlo di avanti in dietro, non si manterrebbe in equilibrio. Una nave al contrario urtata da' venti dalla prora alla poppa, o da destra a sinistra, *oscillerebbe* in ogni senso, e tenderebbe a ritornare alla sua naturale posizione. La stabilità dunque della nave sarebbe più soda di quella dell'anello. Indi è nata la distinzione di *stabilità assoluta* e *relativa:* si dice *assoluta* se ha luogo per ogni maniera di *oscillazioni*, e *relativa* quando succede in certe *oscillazioni* e non in tutte. Così la stabilità della nave è assoluta, e quella dell'anello è relativa. Ma sempre è vero che tra due navi della stessa conformazione, quella è più stabile che ha la base più grande, e il suo centro di gravità più vicino alla base.

La considerazione dunque del centro di gravità è un caso particolare dell'equilibrio; dalla sua posizione dipende lo stare o il cadere de' corpi, e la loro stabilità assoluta o relativa.

CAPO III.

DELL'EQUILIBRIO APPLICATO ALLE MACCHINE.

92. Soglionsi adoperare per gli usi della società e per li bisogni del viver civile alcuni strumenti, coll'ajuto de' quali con prontezza o con comodità e di una ma-

niera la più acconcia ci vien fatto di vincere gli ostacoli che si oppongono al moto dei corpi che intendiamo di eccitare. Questi strumenti portano in generale il nome di *macchine* o di *forze meccaniche*, e ad altro non riduconsi che a sistemi di corpi animati da forze che hanno un punto fisso. Un peso da innalzare e un ostacolo qualunque da vincere, come non è altro che una forza la quale si oppone, dicesi *resistenza;* la forza di un uomo o di un cavallo, e generalmente la forza destinata a contrastare e superare la resistenza, si chiama *potenza;* il punto fisso che sostiene lo sforzo della potenza e della resistenza, che sono tra loro in opposizione, si distingue con la parola di *punto di appoggio;* e la meccanica ad altro non mira, nella considerazione delle macchine, che a mettere la potenza in equilibrio colla resistenza sopra un punto di appoggio, perciocchè nello stato di equilibrio basta uno comechè piccolo aumento della potenza per vincere del tutto la resistenza. La teorica dunque delle macchine non è che un problema semplicissimo, cioè: *Ritrovare l'equilibrio intorno ad un punto di appoggio tra una potenza ed una qualunque resistenza;* e la risoluzione di questo problema è una semplice applicazione della dottrina dell'equilibrio già dichiarata.

93. Sebbene in ciascuna macchina debba trovarsi potenza e resistenza in equilibrio sopra un punto di appoggio, e ciascuna macchina non sia che l'applicazione dello stesso principio di equilibrio; pure le macchine si distinguono e sono diversamente congegnate secondo l'indole e la posizione diversa della resistenza che sono destinate a vincere. Quella macchina ch'è adatta ad innalzare un peso, non sa comprimere un corpo, ed un'altra che vale a fendere una massa di pietra, non può allontanarla e respingerla. Indi si hanno sei maniere di macchine: la *leva*, la *puleggia*, l'*asse nella ruota*, il *piano inclinato*, la *vite* e il *cuneo*; e queste sei macchine si dicono *semplici*, a differenza di quelle che chiamansi *composte*, perchè risultano e sono formate di due o più di quelle sei macchine che abbiamo enumerato.

ARTICOLO I.

Della leva.

94. La *leva* per li meccanici è una linea inflessibile e incapace di estensione, la quale piglia diverse denominazioni secondo la diversa maniera con cui si adopera. Se il punto di appoggio è collocato tra la potenza e la resistenza, come nella *fig.* 32, si dice *leva di primo genere;* ma se la resistenza è tra il punto di appoggio e la potenza, chiamasi *leva di secondo genere*, come nella *fig.* 34; o pure se la potenza è posta tra il punto di appoggio e la resistenza, come nella *fig.* 33, si denomina di *terzo genere.*

95. Perchè vi abbia equilibrio in ogni maniera di leva, ricercasi che la risultante della potenza e della resistenza o delle forze sia distrutta dal punto di appoggio (num. 65). E però *la potenza e resistenza debbono per l'equilibrio essere in ragione reciproca delle perpendicolari guidate dal punto di appoggio sulle loro direzioni* (num. 70): questa è la condizione cui sta sottoposto l'equilibrio della leva. Si può in altro modo esprimere questo equilibrio riguardando alla teorica de' momenti. In ogni maniera di leva la potenza e la resistenza tendono a far girare tutto il sistema intorno ad un punto di appoggio, che perciò è da considerarsi come il centro de' momenti. Nella leva di primo genere questo centro è situato dentro l'angolo della direzione della potenza e della resistenza, e nella leva di secondo e terzo genere è collocato al di fuori di questo angolo. Per lo che in caso di equilibrio per ogni sorte di leva i momenti della potenza e della resistenza per rapporto al punto di appoggio debbono essere eguali e contrarj (num. 71), o sia la somma dei momenti deve essere nulla relativamente al punto di appoggio. Dal che si vede che la considerazione della leva ha dato origine alla teorica de' momenti.

96. A queste due diverse espressioni dell'equilibrio si potrebbe aggiungere la terza ricavata dal principio delle celerità virtuali; ma già è stata da noi indicata nel num. 74.

97. Quando la leva è diritta, e le direzioni della po-

tenza e della resistenza o sia de' pesi E e F sono perpendicolari al piano della leva, come nella *fig.* 32, le perpendicolari guidate dal punto di appoggio sulle direzioni della potenza o della resistenza si confondono colle braccia della leva, o sia colle lunghezze della leva comprese tra il punto di appoggio e l'estremità cui sono applicate la potenza e la resistenza. Indi segue che la formola dell'equilibrio (num. 95) si può esprimere dicendo: *La potenza e la resistenza debbono essere in ragion reciproca dei bracci della leva.* Così la potenza E sta alla resistenza F :: il braccio della leva $= 1$ sta al braccio della leva $= 4$, ci somministra equilibrio. Se però la leva è curva (*fig.* 22), non può aver luogo l'espressione dell'equilibrio, in cui entrano le braccia della leva; perchè le braccia curve della leva non possono rappresentare le perpendicolari guidate dal punto di appoggio sulle direzioni della potenza e della resistenza. E parimente se le direzioni della potenza e della resistenza sono obbliquamente applicate alla leva diritta BA (*fig.* 35), l'equilibrio tra la potenza e la resistenza sarà nella ragion reciproca delle perpendicolari CD, CE, e non delle braccia CB, CA; perchè in questo caso le perpendicolari condotte dal punto di appoggio sulle direzioni oblique delle forze non si confondono nè possono confondersi coi bracci della leva. Indi è che l'energia della potenza e della resistenza viene meno per causa della loro obbliquità, nella stessa ragione che le perpendicolari CD, CE vengono a diminuirsi in riguardo ai bracci CB, CA della leva. Infatti sciolta, secondo le leggi della risoluzione delle forze, la forza P in due, l'una nel senso della lunghezza della leva, e l'altra perpendicolare all'estremità della leva medesima, come abbiamo fatto nel num. 73, si vede chiaramente che di queste due forze la sola perpendicolare opera sulla leva, come la sola che tende e si sforza a farla girare. E similmente scomposta nello stesso modo la forza R, non ci è dubbio che la sola perpendicolare tenderà e si sforzerà di far girare la leva in senso contrario.

98. La formola dunque dell'equilibrio della leva, in cui il rapporto della potenza e della resistenza è in ragion reciproca dei bracci della leva, non esprime che alcuni casi particolari, ed è da riguardarsi come generale quella da noi posta (num. 95), ch'esprime il rapporto

della potenza e della resistenza in ragion reciproca delle perpendicolari guidate dal punto di appoggio sulle loro direzioni.

99. Siccome non si può mantenere l'equilibrio della leva se il punto di appoggio non è capace di sostenere lo sforzo della potenza e della resistenza; così giova sapere qual è la carica o lo sforzo che deve sostentare il punto di appoggio in ogni maniera di leva, per dargli la sodezza necessaria.

Sapendosi (num. 95) che il punto di appoggio è destinato a distruggere la risultante della potenza e della resistenza, è a chiunque manifesto che conosciuta questa risultante, si conosce la carica del punto di appoggio. Si tratta adunque di cercare il valore della risultante della potenza e della resistenza in ogni maniera di leva. Ora nella leva di primo genere (*fig.* 32) le direzioni di F e di E, o sia della potenza e della resistenza, sono nel medesimo senso; e queste direzioni, siano perpendicolari o pure obblique alla leva, si possono sempre considerare come perpendicolari. Poichè nel caso della loro obbliquità (*fig.* 35) si considera per potenza e resistenza quella parte di esse ch' opera nel senso perpendicolare (num. 97), come la sola che influisce all'equilibrio. Nella leva dunque di primo genere la potenza e la resistenza si riducono a due forze paralelle che operano nel medesimo senso; e però la loro risultante (num. 41), o sia lo sforzo che sostiene il punto di appoggio, è eguale alla loro somma. Si può quindi stabilire, che *nella leva di primo genere la carica del punto di appoggio è eguale alla somma della potenza e della resistenza*: e ridotta l'una e l'altra a pesi, *la carica sarà eguale alla somma de' pesi*; purchè nel caso della obbliquità delle forze s' intenda per potenza e resistenza quella parte di esse che opera nella direzione perpendicolare alla leva.

100. Nella leva di secondo e terzo genere (*fig.* 34 *e* 33) le direzioni della potenza e della resistenza sono contrarie; ma, sieno obblique o perpendicolari alla leva, si possono sempre tenere nel senso sopra spiegato come perpendicolari, e perciò come paralelle. La risultante adunque della potenza e della resistenza o sia *la carica del punto di appoggio sarà eguale alla loro differenza*; sempre nel caso di obbliquità valutando la potenza e la

resistenza per quella parte di esse che opera nel senso perpendicolare alla leva.

Ma senza più si può cavare dalla proporzione (num. 62) $P : Q : R :: FG : FE : GE$, o sia (num. 51) :: sen BDA : sen BAD : sen ABD, il valore della risultante R, e perciò della carica che sostiene il punto di appoggio, per mezzo delle due equazioni $R = \frac{P \times \text{sen } ABD}{\text{sen } BDA}$, o $R = \frac{Q \times \text{sen } ABD}{\text{sen } BAD}$. Ed in generale coll'ajuto della medesima proporzione ciascun si accorge che generalmente *in ogni leva, conosciute tre delle seguenti sei cose, cioè la potenza, la resistenza e le loro direzioni, lo sforzo del punto di appoggio, e la direzione secondo cui si esercita, si potranno sempre in caso di equilibrio determinare le altre tre*. Giova solo di avvertire che debba eccettuarsi il caso in cui le cose date sono le tre direzioni; perciocchè allora il problema riesce indeterminato, e ricavandosi dalle tre direzioni date le tre rette, alle quali sono in proporzione la potenza, la resistenza e la carica del punto di appoggio, si potrà determinare il loro rapporto, ma non mai la loro quantità assoluta.

101. Prima di estimare l'utilità della leva, è da premettersi che l'effetto di questa macchina si valuta dalla durata del travaglio, dalla grandezza del peso che s'innalza e dalla celerità con cui si porta in su. Chiamando R il peso, V la celerità e T il tempo, l'*effetto della leva* sarà espresso per RVT, o sia *sarà eguale al prodotto dei tre elementi, peso, celerità e tempo*. Ma questo effetto riconosce come causa l'azione della potenza, la quale parimente si misura dallo sforzo della potenza, dalla celerità ch'essa imprime al punto cui è applicata, e finalmente dalla durata della sua azione, o sia dal tempo in cui mette in moto ed equilibra la resistenza. Per lo che designando per P la potenza, per V' la sua celerità e per T il tempo, si esprimerà l'azione della potenza pel prodotto di questi tre elementi, o sia per $PV'T$. Ora il prodotto $PV'T$ come causa sarà eguale a quello di RVT come effetto; e facendo $T = 1''$ sarà $PV' = RV$, come si può dimostrare da' principj dell'equilibrio. In fatti mettendo in movimento la leva CAB intorno ad A (*fig.* 22), gli archi descritti in 1″ di tempo esprimeranno le celerità effettive della potenza e della

resistenza V, V', e saranno proporzionali ai loro rispettivi raggi AC, AB, nello stesso modo che gli archetti infinitamente piccoli dB, fC, o sia le celerità virtuali, sono proporzionali a' raggi AB, AC, e però a norma del principio delle celerità virtuali (num. 73) risulterà $PV' - RV = 0$, e $PV' = RV$. Se dunque l'azione della potenza è determinata, o sia il prodotto PV' è costante, l'effetto sarà parimente costante e determinato, e coll'ajuto della leva o senza non si potrà ottenere mai un effetto maggiore di PV'. Così un uomo che fa uno sforzo $= 20$ libbre, e si muove colla celerità $= 2$ palmi in 1″, sia che adoperi o no la leva, non potrà mai innalzare un peso la cui massa moltiplicata per la sua celerità sia maggiore di 40 nello stesso tempo di 1″. Quale sarà dunque il vantaggio della leva?

102. Il primo vantaggio che ci reca la leva, è quello di prestare alla potenza una direzione più comoda, e di fornire l'opportunità di applicare lo sforzo della potenza in un altro luogo, e non immediatamente sulla resistenza da muoversi. Un peso di qualunque grandezza che fosse applicato immediatamente ad un altro non lo potrebbe mai innalzare senza il favore della leva. Ancorchè un uomo eserciti lo stesso sforzo così tirando un peso sulle proprie braccia, come adoperando una leva; pure resterà meno faticato, e potrà continuare più il suo travaglio per mezzo della leva, che non avrebbe fatto senza di essa, perchè esercita i suoi sforzi in una direzione più comoda a' suoi muscoli. E in generale, siccome in pratica spesso avviene che i corpi o le resistenze da muoversi non permettono che loro si applichi immediatamente la potenza destinata ad innalzarli; così questo primo vantaggio della leva, comechè sia di semplice comodità, è da riguardarsi come singolare e molto utile alle arti.

103. Il secondo vantaggio della leva, e veramente degno di maggior pregio, consiste nel modificare l'energia della potenza in modo che produca degli effetti i quali di certo non potrebbe produrre senza il suo ajuto. E per ben comprendere una sì fatta utilità, è da sapersi che applicando immediatamente la potenza alla resistenza, lo sforzo dell'una deve essere eguale allo sforzo dell'altra, e la velocità della prima eguale alla velocità della seconda. Un uomo che colle proprie mani vuole

innalzare un peso di 50 libbre, deve impiegare uno sforzo eguale a 50 libbre; e se questo sforzo fosse meno di 50 in una comechè piccola quantità, non potrebbe assolutamente innalzare il peso. Quando adunque una potenza tenta di mettere in movimento un peso senza il soccorso della leva o di altra macchina, non solo dev'essere $PV' = RV$ nell' unità di tempo, ma debbono ancora essere eguali tra loro i fattori di questi due prodotti, cioè $P = R$, e $V' = V$. Ma non così avviene per mezzo della leva. Usando di questa macchina possiamo disporre a nostro arbitrio de' fattori P, V'; e sebbene PV' debba restare invariabilmente eguale al prodotto RV nell' unità di tempo, pure può farsi P minore o maggiore di R, e V' maggiore o minore di V, com'è chiaro dall'equilibrio della leva da noi dichiarato, e meglio si potrà comprendere dal seguente esempio. Un uomo dotato di una forza capace d'innalzare un peso di 25 libbre con una celerità di 5 palmi per 1'', non potrà certo senza l' ajuto di una leva o di un'altra macchina imprimere un moto verticale ad una massa di 1000 libbre, perchè le 25 libbre, che rappresentano lo sforzo della potenza, sono di gran lunga inferiori, nè possono equilibrare lo sforzo della resistenza eguale a 1000 libbre. Ma se quest' uomo adopera l' artifizio della leva, sarà atto ad innalzare la massa di 1000 libbre, che prima non potea. Poichè essendo abile a produrre un effetto eguale a $25 \times 5 \times 1$, si avrà $25 \times 5 \times 1 = 1000 \times V \times 1$; e il valore di V ricavato da questa equazione sarà $V = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$ di palmo. In questa maniera il prodotto $PV' = 25 \times 5$ sarebbe eguale al prodotto $RV = 1000 \times \frac{1}{8} = 125$, e lo sforzo di quell' uomo varrebbe per mezzo della leva ad innalzare una massa di 1000 libbre per $\frac{1}{8}$ di palmo nel medesimo tempo che senza la leva farebbe montare per 5 palmi una massa di 25 libbre. Non è dunque che la leva aumenti il valore della potenza, come si potrebbe a prima vista supporre, ma modifica l' energia della potenza, cioè a dire dà il destro d' impiegare lo sforzo della potenza in modo che contrappesi uno sforzo maggiore, ch' è quello della resistenza.

104. Ma non potrà ciò operare la leva senza dispendio di tempo. L'equazione invariabile $PV' = RV$ chiaro ci dimostra che le velocità debbono essere in ragione inversa della potenza e della resistenza; e perciò i tempi (num. 29) in ragione reciproca delle velocità, e nella diretta di P e R. Per montare la massa di 1000 libbre all'altezza di 5 palmi, cui giunge in 1″ lo sforzo della potenza eguale a 25 libbre, ricercasi necessariamente un tempo di 40″, perchè $25^{\text{lib.}} : 1000^{\text{lib.}} :: \frac{1}{8}^{\text{pal.}} : 5^{\text{pal.}} ::$ 1″ : 40″. Non si può dunque per mezzo della leva contrappesare con uno sforzo minore una resistenza maggiore senza perdere a proporzione del tempo, nè si può guadagnare tempo senza accrescere a proporzione lo sforzo della potenza, in riguardo alla resistenza; o, in una parola, *il beneficio della leva consiste in prestarci l'opportunità di disporre a nostro arbitrio o della forza o del tempo.*

105. Ora tutte le macchine, come per lo innanzi vedremo, si riducono alla leva, e tutte le macchine altro non sono che un sistema di corpi animati da forze in equilibrio con un punto fisso; tutte le macchine adunque ci forniscono gli stessi vantaggi che ci può somministrare la leva. Per lo che ci è conceduto di affermare: 1.° Che l'effetto d'ogni macchina ha un limite certo, e si misura dal prodotto dello sforzo della potenza per la celerità e la durata di azione della potenza medesima; di modo che una macchina è tanto più perfetta quanto più si avvicina a questo limite. 2.° Ridotta la durata dell'azione della macchina ad 1″, i due prodotti PV' RV debbono essere sempre eguali, sicchè posto il primo prodotto, non si può diminuire o pure accrescere il secondo. 3.° Le macchine ci abilitano a mettere in opera degli agenti che senza di esse non si potrebbero adoperare, e prestano la maniera più opportuna e la direzione la più comoda ad innalzar pesi e vincere in generale le resistenze de' corpi. 4.° Sebbene le macchine non accrescano l'energia della potenza, pure ci danno il modo d'impiegare un piccolo sforzo della potenza in guisa tale che bilanci lo sforzo maggiore della resistenza, e così ci mettono in istato di produrre un moto che senza di esse non si potrebbe da noi produrre. 5.° In ogni macchina è di necessità che si perda in forza quello

che si guadagna in tempo, e si perda in tempo quello che si guadagna in forza. Il vantaggio dunque principale delle macchine consiste nella facoltà di poter aumentare al bisogno la massa o la celerità de' corpi che debbonsi muovere.

106. L'uso della leva è molto generale ed assai esteso nelle arti e nella società. Le tanaglie, i martelli nella parte curva, le mollette, le morse, le forbici, gli smoccolatoi, i coltelli de' cuochi, i remi de' marinai, gli alberi delle navi, ec., non sono che leve; ed alla leva riduconsi la *stadera* e la *bilancia*, che riescono tanto utili nel commercio; perciocchè questa è una leva a braccia eguali, e quella a braccia ineguali, come si può ravvisare nella *fig.* 32. Un piccolo peso detto il *romano*, rappresentato da E, si porta sul braccio più lungo più o meno discosto dal punto di appoggio per bilanciare la merce che è rappresentata in F sul braccio più corto. Di fatto se $F = 4$, ed $E = 1$, questo peso o romano collocato com' è alla divisione 4, equilibra la merce. In questo modo allontanandosi più o meno il romano, si va contrappesando quale che fosse la quantità della merce.

ARTICOLO II.

Della puleggia e dell' asse nella ruota.

Esperimento I.

Il peso P (*fig.* 36) sospeso ad una corda che cavalca la ruota DOE si tiene in equilibrio, se appendesi un peso eguale all'altra estremità della corda R, o se questa tirasi con uno sforzo eguale al peso P.

107. La ruota DOE, la quale è di legno o di metallo, fingesi dai meccanici come un piano circolare, è incavata nella circonferenza perchè riceva la corda, e questa scanalatura dicesi la *gola*. C è un *perno*, o sia un asse intorno a cui gira la ruota, ch'è sostenuto dal gancio CA; e tutta la ruota col perno e la gola si chiama *puleggia* o *carrucola*; la quale non avendo altro moto che quello di rotazione intorno al suo asse, porta il nome di *puleggia fissa*. Ora C si considera come il punto di appoggio, i raggi CE, CD rappresentano due braccia

eguali, e la puleggia fissa si riduce ad una leva di primo genere a braccia eguali. Indi è che il peso P si bilancia con un altro peso, o con uno sforzo eguale.

108. Nè è da prendersi in considerazione che la direzione della corda sia obbliqua alla carrucola, come GF, HO; perchè in qualunque punto che si applica la potenza in O, o pure in F, sempre FC, OC come raggi sono eguali a CE, e perpendicolari al punto C. *Vi ha dunque equilibrio nella puleggia fissa, qualunque sia la direzione delle corde, allorchè la potenza è eguale al peso.*

La puleggia fissa è utile nelle arti, perchè presta una direzione comoda alla potenza. Una secchia di acqua tirata su da un pozzo senza l' ajuto della carrucola, faticherebbe di molto le braccia di un uomo.

Esperimento II.

Havvi equilibrio nella puleggia A (*fig.* 37) quando la potenza sta al peso P :: 1 : 2.

109. La puleggia A, oltre al moto di rotazione intorno a C, ha un moto di traslazione, e perciò dicesi *mobile*. Ora il punto K è fisso, e tien luogo di punto di appoggio; il peso P è sospeso al perno, e trovasi distante dal punto di appoggio, che si considera applicato in E per la perpendicolare o raggio CE; e la potenza B è applicata in D, la cui distanza dal punto di appoggio è rappresentata dalla perpendicolare o diametro DE. La puleggia mobile adunque è una leva di secondo genere. E come in tal carrucola la distanza della potenza è sempre doppia di quella della resistenza, perchè il diametro è sempre doppio del raggio; perciò basta la potenza come 1 per bilanciare un peso come 2.

110. Se le direzioni delle corde fossero oblique alla puleggia mobile (*fig.* 38), allora il raggio e il diametro della puleggia non potrebbero esprimere le distanze della potenza e del peso dal punto di appoggio, e sarebbe di necessità che si guidassero secondo i principj dell' equilibrio le perpendicolari dal punto di appoggio sulle direzioni della potenza e della resistenza, per conoscere il rapporto in cui lo sforzo della potenza equilibra il peso. Sia (*fig.* 38) il punto di appoggio in Q applicato alla puleggia in A, la potenza P applicata in B, e 'l peso R sospeso in C; in tale caso le perpendicolari AO, AB

guidate dal punto fisso A sulle direzioni di R e P esprimeranno l'equilibrio. Si avrà dunque $P : R ::$ raggio $= AO : AB =$ sottesa dell'arco AB. E però quando una sì fatta sottesa è eguale al raggio, la carrucola mobile si riduce a fissa; e quando è minore, la carrucola mobile è svantaggiosa alla potenza.

Esperimento III.

Il peso P (*fig.* 39) sarà in equilibrio col peso R, se il primo che tien luogo di potenza sta al secondo, che rappresenta la resistenza, come il raggio dell' asse BB al raggio della ruota A.

111. Siccome il cilindro BB sta in vece di asse della ruota A, così il cilindro e la ruota formano uno strumento chiamato *l'asse nella ruota*, o pure *burbera*, come si vede in prospettiva nella *fig.* 39, e in una sezione ad angoli retti coll'asse nella *fig.* 40. Questo strumento è una leva di primo genere. Poichè il punto C (*fig.* 40) è il centro di moto, o il punto di appoggio; la potenza M o G opera in un punto B o F della circonferenza della ruota; la resistenza P opera nel punto D della circonferenza dell'asse; il raggio CD dell'asse e il raggio CB, CF della ruota esprimono le perpendicolari condotte dal punto fisso sulle direzioni delle due forze. E però la potenza è alla resistenza $:: CD : CB = CF$, o sia i momenti della potenza e del peso, rapportati al centro C, sono eguali e contrarj; *vi ha* dunque *equilibrio nella burbera quando la potenza sta al peso come il raggio dell'asse al raggio della ruota.*

112 La ruota, o, come altrimenti dicesi, il *tamburo*, talvolta si mette in movimento per mezzo di uomini o di animali, i quali camminando nella parte interna o concava del tamburo, e sforzandosi di avanzare verso $HKSB$, mettono in giro il tamburo e l'asse, per cui la corda si ravvolge e il peso si innalza. Ora essendo il tamburo posto in movimento per mezzo degli uomini o degli animali che camminano, il rapporto della potenza alla resistenza va sempre cangiando. Poichè quando l'uomo si trova in H, la sua direzione è HE, e la perpendicolare CE esprime la sua distanza dal punto di appoggio. Giunto in K, la sua direzione è KI, e la sua distanza è rappresentata da CI, e così successivamente;

lo sforzo dunque della potenza va crescendo nella stessa ragione di *CE*, *CI*, *CQ*, e giunge al *maximum* in *B*.

113. Siccome la corda che si annoda intorno al cilindro *BB* (*fig.* 39) trasmette al peso l'azione della potenza, così deve essere grossa abbastanza per sostenere lo sforzo di un gran peso. E come questo sforzo si fa nell'asse della corda, perciò in pratica devesi aggiungere nella proporzione dell'equilibrio al raggio del cilindro quello della corda, perchè la distanza del peso o della resistenza cresce del raggio della corda. Anzi se accade che la corda dopo alcune rivoluzioni si avvolge non più sopra il cilindro, ma sopra sè stessa, converrebbe al raggio dell'asse aggiungere due volte il raggio della corda. In questo modo l'energia della potenza va diminuendosi per causa della grossezza della corda e degli avvolgimenti intorno a sè stessa.

114. L'*argano* non è che un asse nella ruota posto in situazione verticale, in cui le manovelle fanno le veci di tamburo; e parimente alla burbera riduconsi la *gru*, la *trivella* ed altri simili strumenti.

ARTICOLO III.

Del piano inclinato, della vite e del cuneo.

Esperimento IV.

Il peso *R* (*fig.* 41) è sostenuto in quiete sul piano inclinato *BCA*, se la potenza *P*, che lo trattiene per la corda *PR* paralella alla lunghezza *CA* del piano, sta al peso *R* come l'altezza *BC* del piano inclinato alla lunghezza *CA*.

115. Considerando la potenza *P* applicata in *R*, il peso o la resistenza in *a* sulla direzione della verticale, e il punto di appoggio in *D*, o sia nel punto in cui il piano sostiene il corpo; egli è chiaro che le perpendicolari condotte dal punto fisso sulle direzioni delle due forze sono espresse da *DR*, *Da*. E però il piano inclinato si riferisce ad una leva curva di primo genere, in cui nel caso di equilibrio la potenza deve essere alla resistenza nel rapporto di *Da* a *DR*. E siccome i triangoli *aDR*, *CBA* sono simili, perchè i lati dell'uno sono rispetti-

vamente perpendicolari ai lati dell'altro; così Da sta DR come BC sta CA; o sia *nel piano inclinato, se la direzione della potenza è paralella alla lunghezza del piano, vi sarà equilibrio, se la potenza sta alla resistenza come l'altezza alla lunghezza del piano.*

Esperimento V.

Il corpo R è sostenuto in equilibrio sopra il piano inclinato (*fig.* 41) dalla potenza O, che opera nella direzione paralella alla base BA del piano, se la potenza O sta alla resistenza R nella ragione dell'altezza CB alla base BA del piano.

116. Quando la potenza opera nella direzione paralella alla base del piano, le perpendicolari guidate dal punto di appoggio D sono rappresentate da DI, $Da = IR$, alle quali per la somiglianza de' triangoli IDR, CBA si possono sostituire CB, BA. Per lo che *si avrà equilibrio, ove la potenza sta alla resistenza nella ragione dell'altezza alla base del piano.*

117. Rapportando l'equilibrio nel piano inclinato al parallelogrammo delle forze, è chiaro che la potenza P (*fig.* 41) e il peso o resistenza R sono rappresentate in quantità e direzione da IR, Ra, e la loro risultante è espressa da RD, la quale è distrutta dal piano inclinato. Si può dunque annunziare in una forma generale l'equilibrio in questa macchina, qualunque si fosse la direzione della potenza, dicendo (pel num. 51) nel triangolo delle forze DIR, IR, o sia $P : ID$ o sia R :: sen IDR : sen IRD. E come da una parte l'angolo $IDR = DRa = GAx$, e dall'altra il sen IRD equivale al coseno di RqD, perchè l'angolo RDq è sempre retto; così l'equilibrio si può esprimere dicendo $P : Q$ :: sen GAx : cos RqD, o sia in altri termini: *nel piano inclinato si avrà equilibrio quando la potenza sta alla resistenza come il seno di elevazione del piano al coseno dell'angolo, che forma la direzione della potenza col piano.*

118. Questa formula, che nasce dalla considerazione del paralellogrammo delle forze, racchiude come casi particolari quelli da noi posti (num. 115 e 116), in cui la direzione della potenza è paralella alla lunghezza o alla base del piano; e dimostra che la direzione più fa-

vorevole alla potenza è la direzione paralella al piano, perchè allora l'angolo formato dalla direzione della potenza col piano è eguale a zero, o sia il coseno di questo angolo è eguale al raggio e giunge al *maximum*.

Tutte queste considerazioni inoltre ci avvertono che un corpo qualunque spinto da più forze, per istarsi in riposo sopra un piano inclinato, è di necessità che le forze da cui è spinto abbiano un'unica risultante, e che questa per esser distrutta debba esser perpendicolare al piano e cadere nella base del piano (num. 84).

119. La *vite* (*fig.* 42) è composta di due parti. L'una, che chiamasi il *maschio della vite*, è il cilindro retto *EFCD*, intorno a cui si attorciglia in forma spirale un filo prominente. Ma ogni rivoluzione *DB* del filo intorno al cilindro dicesi *spira* o *pane della vite*, e la distanza tra due pani contigui o sia l'intervallo tra *A* e *D*, tra *B* e *A*, ec., porta il nome di *passo della vite*. L'altra parte risulta dal pezzo *MN*, che gira attorno al maschio della vite, ed ha le spire incavate in modo che in esse incastrar si possono le spire prominenti del maschio. Questo pezzo dicesi *chiocciola*, *madrevite*, *vite femmina*. In questo modo stando ferma la madrevite, si può muovere il cilindro, o al contrario restando immobile il maschio della vite, si può muovere girando la chiocciola.

Ora il corpo che si comprime o pure s'innalza dalla madrevite, secondo che questa sale o scende, rappresenta la resistenza; e lo sforzo che fa la mano a mettere in moto la madrevite, rappresenta la potenza. E come ogni spira è un piano inclinato inviluppato al cilindro; così la chiocciola, sia che salga, sia che scenda, si muove per un piano inclinato, in cui la direzione della potenza è paralella alla base ch'è la circonferenza del maschio della vite. E però nel caso di equilibrio il rapporto della potenza alla resistenza sarà (num. 116) come il passo della vite, che rappresenta l'altezza del piano inclinato, alla circonferenza del cilindro ch'esprime la base del piano.

120. Ma adattandosi la manovella *P* al pezzo *MN*, quale sarà la condizione dell'equilibrio?

Non ci è dubbio che la manovella opera come una leva sulla vite femmina, e che allora la vite diviene una macchina composta, che partecipa del piano inclinato e della leva. Ma senza anticipare la teorica delle macchine

composte, si può dimostrare l'equilibrio nella vite unita alla leva per mezzo delle celerità virtuali.

Si chiami P la potenza applicata al punto P della manovella, R la resistenza attaccata alla vite femmina, L la lunghezza della leva misurata dall'asse della vite, C la circonferenza descritta da P che ha per raggio L, F il passo della vite, ed in fine n un numero infinito. Ciò posto, movendosi infinitamente poco la posizione del sistema, o sia girando infinitamente poco la leva, si avrà la celerità virtuale di P eguale ad una porzione infinitamente piccola della circonferenza, o sia sarà eguale a $\frac{1}{n}C$, e la celerità virtuale di R sarà eguale ad $\frac{1}{n}F$, la quale come diretta in senso contrario di R sarà espressa $-\frac{1}{n}F$, secondo la considerazione del principio delle celerità virtuali (num. 74). Ne segue indi che $P\times\frac{1}{n}C - R\times\frac{1}{n}F = o$, o sia $P\times C = R\times F$, che ci dà la proporzione $P : R :: F : C$, o sia la potenza è alla resistenza, che opera nel senso dell'asse della vite, in caso di equilibrio, come il passo della vite è alla circonferenza, che ha per raggio la lunghezza della leva misurata dall'asse della vite.

121. Lasciando stare gli usi della vite in ogni maniera di arte, giova solamente accennare che oggi si usa della vite come *micrometro*, o sia come uno strumento atto a misurare i piccolissimi spazj. È noto oramai che col favore della vite si divide un pollice inglese in cinquemila parti eguali, e dopo l'invenzione de' compassi a verga è manifesto che gli stromenti astronomici e circolari si dividono e suddividono con una esattezza maravigliosa per mezzo della vite, che fa l'operazione di micrometro negli anzidetti compassi. Siccome la potenza P (*fig.* 42) compie un intero giro nel tempo stesso che la madrevite trascorre un passo della vite; così supponendosi la circonferenza descritta dalla potenza divisa in 25 parti eguali, e il passo della vite lungo $\frac{1}{4}$ di linea; non ci è dubbio che il cammino della potenza per $\frac{1}{25}$ della circonferenza c' indicherà il cammino della chiocciola per

$\frac{1}{25}$ di $\frac{1}{4}$ di linea, o sia di $\frac{1}{100}$ di linea. Così per mezzo della vite si ha una norma secondo cui si possono segnare in uno strumento i centesimi di linea. Ne' compassi a verga il cammino piccolissimo e sempre eguale che trascorre la vite, è indicato da una lancetta che s'impianta nella vite, e con questa movendosi scorre sopra un piano circolare ben diviso, come meglio si potrà ricavare da un trattato del Ramsden sopra questo argomento.

122. Due piani inclinati CFA, BFA giunti insieme per la loro base comune FA (*fig.* 44) formano il triangolo mobile CAB, che si chiama *cuneo*. Il punto poi A, inserito tra i due corpi E, D, si dice il *vertice*, le linee eguali CA, BA i *lati*, e CB il *dorso* del cuneo.

Gli esperimenti non sono di accordo in istabilire la condizione dell'equilibrio nel cuneo, e la stessa teorica l'ha espresso in diversi modi, secondo gli aspetti diversi sotto cui ha riguardato questa macchina. La maniera più semplice ed ordinaria è quella di riferire il cuneo al piano inclinato. La potenza opera sul dorso nella direzione di FA base del piano inclinato ACF, e la resistenza che oppone il corpo D contro il lato CA opera in una direzione perpendicolare alla base medesima. Indi (num. 116) la potenza è alla resistenza, nel caso di equilibrio, come CF a FA. E perchè nello stesso tempo il corpo E oppone una resistenza eguale a quella di D; perciò ricercasi una potenza doppia per mantener l'equilibrio, cioè $P : Q :: CB : 2FA$, che ben si esprime, *la potenza è alla resistenza, nel caso di equilibrio, come la metà del dorso all'altezza del cuneo.*

ARTICOLO IV.

Delle macchine composte.

Esperimento.

Disposte tre leve di primo genere *ab, ab, ab,* nel modo che sono rappresentate nella *fig.* 43, si osserva che il peso R eguale a 64 libbre si equilibra col peso P eguale ad una libbra.

123. In ciascuna di queste tre leve, che unite formano una macchina composta, $Sb : Sa :: 4 : 1$. E però la

resistenza di 64 libbre è bilanciata nella prima leva con uno sforzo in b eguale a 16 libbre (num. 97). Questo sforzo poi di 16 libbre, che tien luogo di potenza per la prima leva e di resistenza per la seconda, è contrappesato in b nella seconda leva per uno sforzo eguale a 4 libbre; e questo ultimo sforzo viene nella terza leva ad equilibrarsi con una libbra.

124. Si ricava da questo esperimento la regola generale per determinare quando ci sarà equilibrio in una macchina composta di qualsiasi numero di forze meccaniche. Si scioglie primariamente la macchina composta nelle semplici, dalle quali risulta. Si cerca in secondo luogo la ragione della potenza al peso in ciascuna macchina semplice, considerando sempre la potenza come 1. Il prodotto in fine di tutte le ragioni già ritrovate nelle singole macchine semplici ci somministrerà il rapporto della potenza al peso, allorchè vi sarà equilibrio nella macchina composta. Nell'esperimento precedente le leve sono tre, e la ragione in ciascuna leva è $1 : 4$. Il prodotto quindi $1 \times 1 \times 1 = 1$, e quello di $4 \times 4 \times 4 = 64$.

125. A comprendere perchè si voglia il prodotto e non la somma delle ragioni ritrovate in ciascuna macchina semplice, basta riflettere che le tre leve non operano immediatamente sulla resistenza, ma successivamente; la prima opera sulla seconda, e questa sulla terza; di modo che la potenza nella prima tien luogo di resistenza nella seconda leva, e così di mano in mano. Da ciò viene che le resistenze e le potenze intermedie vanno decrescendo in una ragione geometrica espressa nel caso nostro da $4 : 1$, e che la potenza collocata nell'ultima leva è alla resistenza posta sulla prima leva nella ragion composta delle ragioni delle tre leve, o di tutte le macchine semplici, cioè a dire come 1 a 64.

126. A norma del metodo ora dichiarato è facile di estimare la forza delle macchine composte.

In un sistema di carrucole rappresentato dalla *fig.* 47, in cui una corda separata avvolge le tre girelle mobili A, B, C, si domanda quando P contrappesa R?

Siccome la carrucola D come fissa è indifferente alla potenza e alla resistenza (num. 108); così il sistema tutto si può sciogliere nelle tre girelle mobili A, B, C. Ora in ciascuna di queste carrucole $P : R :: 1 : 2$,

perchè le corde son paralelle (num. 109). E però $1 \times 1 \times 1 = 1$, e $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$, o sia P si equilibra con R quando la prima è alla seconda come $1 : 8$.

127. E perchè nelle carrucole mobili inviluppate da corde paralelle è costantemente $P : R :: 1 : 2$; perciò si è ritratto, come regola generale, che *in un sistema di carrucole mobili, dove una corda separata attornia ogni distinta carrucola, evvi equilibrio, allorchè la potenza sta al peso come l'unità a quella potestà di due che ha per esponente il numero delle carrucole.* In fatti le girelle mobili erano tre, e $P : R :: 1 : 2^3$.

128. Quale dev'esser lo sforzo della mano in M (*fig.* 50) per mantenere in equilibrio il peso P? e quale lo sforzo che mette in giro R (*fig.* 51) per equilibrare P?

Ciascuna di queste macchine è composta di più burbere: poichè muovendosi la ruota in M (*fig.* 50) si muove il cilindro E che mette in giro la ruota dentata GD, e però il cilindro C. E parimente per mezzo di R (*fig.* 51) gira la ruota C, l'asse S, la ruota dentata D, e 'l peso P s'innalza. E però giusta il num. 111 in tali macchine composte *la potenza è alla resistenza come il prodotto de' raggi dei cilindri è al prodotto de' raggi delle ruote.*

129. Il cilindro o asse dentato E nella *fig.* 50, e S nella *fig.* 51, pigliano il nome di *rocchetti*, e i loro denti di *ale;* e le due macchine composte risultano da un sistema di rocchetti e di ruote dentate. Si è quindi pensato di esprimere la loro condizione di equilibrio per mezzo de' denti di queste e delle ale di quelli. E in verità se il rocchetto E (*fig.* 50) porta 8 ale, e la ruota GD 80 denti, è manifesto che quel rocchetto compie dieci rivoluzioni nel tempo che la ruota ne perfeziona una sola, o sia che le rivoluzioni sono in ragione inversa del numero delle ale e de' denti. Chiamando R le rivoluzioni del rocchetto E, R' i giri eseguiti nel medesimo tempo dalla ruota GD, sarà $R' : R :: 8 : 80 :: 1 : 10$. In un sistema adunque di ruote dentate e di rocchetti che mutuamente s'ingranano tra loro *il numero de' giri che fa il primo rocchetto è al numero dei giri che fa nel medesimo tempo l'ultima ruota, come il prodotto del numero de' denti di tutte le ruote è a quello del numero delle ale di tutti i rocchetti.* Così nella *fig.* 51 abbia il rocchetto R 6 ale, la ruota C 40 denti, il rocchetto S

8 ale, la ruota D 48 denti, saranno le rivoluzioni di R a quelle di D :: $40 \times 48 = 1920 : 6 \times 8 = 48$ :: 40 : 1, o sia nel medesimo tempo che D fa un giro il rocchetto R ne compie 40.

130. E come le rivoluzioni del primo rocchetto R esprimono la velocità della potenza, e quelle dell' ultima ruota D la velocità del peso P; così la potenza nel caso di equilibrio è alla resistenza nella ragione inversa delle rivoluzioni del primo rocchetto e dell' ultima ruota.

Esperimento VII.

In un sistema di carrucole mobili e fisse inviluppate da una sola corda (*fig.* 49) il peso P di 40 libbre è tenuto in equilibrio da uno sforzo della mano all' estremità della corda C eguale a 10 libbre.

131. Questa macchina è composta di quattro girelle, due superiori fisse che girano intorno al medesimo asse, e sono collocate nella stessa cassa o castello che porta il nome di *taglia*, e due mobili che girano pure in un asse comune, e stansi nella taglia inferiore che si muove. La fune poi, ch'è appuntata alla taglia superiore, passa per tutte le carrucole, e sostiene in C lo sforzo della potenza, come pure la resistenza P è attaccata alla taglia inferiore. Ora il peso P si può considerare come diviso in due parti eguali tra le due girelle mobili; perciocchè le parti della corda, che le abbracciano, sostengono unicamente il peso e sono egualmente tese. Chiamando adunque $1/2\,P$ il peso che sostiene ogni girella, e F la tensione delle corde, si avrà $F : 1/2\,P :: 1 : 2$, cioè $2\,F = 1/2\,P$ nella prima puleggia, e parimente nella seconda $2\,F = 1/2\,P$. Per lo che sommando le due equazioni per pigliare il peso intero si avrà $P = 4\,F$, o sia $F : P :: 1 : 4$, e 10 libbre si equilibrano con 40, come abbiamo osservato nell' esperimento.

132. Si potrebbe da ciò stabilire che il rapporto della potenza alla resistenza in caso di equilibrio, sia come uno al doppio numero di carrucole mobili. Ma questa espressione non sarebbe generale; perchè talvolta, come nella *fig.* 46, l' estremità della corda in luogo di essere appuntata alla taglia più alta. è appuntata alla più bassa, e questa parte della corda, unendosi con le altre quattro, sostiene il peso e favorisce parimente la po-

tenza. Indi si è creduto meglio fatto di rendere generale l'espressione dell'equilibrio per mezzo del numero delle corde. Non ci è dubbio che ogni parte della corda nella taglia inferiore fa colla sua tensione uno sforzo eguale allo sforzo della mano in C (*fig.* 49), e che la somma di tutti questi sforzi, o delle tensioni di tutte le parti della fune nella taglia più bassa, sostiene e bilancia il peso P. Chiamando adunque n il numero delle corde, F lo sforzo della mano o della potenza, P il peso, si avrà $Fn = P$, o sia $F : P :: 1 : n$. Da che segue, come formola generale, *che in un sistema di carrucole, dove la stessa corda attornia tutte le carrucole contenute in due incastri o taglie, vi sarà equilibrio quando la potenza stia al peso come l'unità al numero delle corde nella taglia più bassa,* non avendo riguardo al peso della taglia e delle carrucole, che sono da valutarsi come resistenza.

133. In seguito di questa formola basta osservare i sistemi di carrucole rappresentati nelle *fig.* 45, 46, 48, per estimarne l'efficacia. Poichè altra differenza essi non hanno dal sistema da noi esaminato nell'antecedente numero, se non ne' diametri delle carrucole, che crescono in una progressione aritmetica, la cui differenza è eguale al diametro della più piccola carrucola; affinchè le corde vengano collocandosi paralelle, e favoriscano vie più col loro paralellismo l'azione della potenza, siccome abbiamo dichiarato (num. 127).

134. Per conchiudere questo articolo sono da distinguersi due maniere di macchine composte. Le une risultano da macchine semplici che tutte operano immediatamente sul peso, o in generale sulla resistenza da vincersi; e le altre sono formate da macchine semplici che non operano tutte sul peso immediatamente, ma successivamente l'una sopra l'altra. In queste il rapporto della potenza alla resistenza in caso d'equilibrio (num. 124), si ricava dal prodotto delle ragioni che ha ciascuna macchina semplice. In quelle la ragione della potenza alla resistenza risulta dalla somma delle ragioni particolari di ciascuna forza meccanica (num. 131). Il modo dunque diverso di estimare l'una e l'altra maniera di macchine composte è tutto riposto nella somma o nel prodotto delle ragioni particolari che hanno le macchine semplici, da cui sono formate; e questa distinzione di somma e di prodotto è fondata sull'azione mediata o

immediata delle macchine semplici sulla resistenza. Per lo che tutte le formole ch' esprimono l' equilibrio nelle macchine composte, come sono quelle prese dal numero delle corde, delle carrucole e delle rivoluzioni delle ruote, ec., non sono che diverse espressioni della somma o del prodotto della ragione della potenza al peso in ciascuna macchina semplice, da cui nascono e da cui si formano le macchine composte. Del resto si può vedere espresso sotto una legge generale l'equilibrio nelle macchine composte nel *Trattato di Meccanica* del Poisson, tomo I, pag. 5o3.

ARTICOLO V.

Degli agenti meccanici.

135. Le forze che s' impiegano per mettere in movimento le macchine diconsi *agenti meccanici* o *motori;* e sono i pesi, gli uomini, i cavalli, l' acqua nello stato di fluidità o di vapore, l' aria, ec. Noi faremo qui parola di alcuni, riserbandoci a parlare degli altri in luogo più acconcio.

136. Dalla teorica delle macchine si scorge benissimo che un peso è adatto ad innalzarne un altro, ed un peso si può adoperare come potenza per vincere una resistenza qualunque. La maniera però di valutare i pesi è diversa secondo l' uso delle diverse nazioni. I Francesi hanno stabilito per elemento di tutti i pesi, il peso del cubo della centesima parte del metro in acqua distillata, e considerata nel suo *maximum* di densità, che corrisponde in antico peso a grani 18,827. Questo elemento l' han chiamato *gramme*, ed equivale ad acini siciliani 18,14934. Il rotolo poi siciliano legale sta alla libbra francese come 1 sta 0,616506, o sia la libbra francese corrisponde in peso di Sicilia ad once 18, dramme 3, acini 57,68. Avvertendo che il rotolo legale di Sicilia si divide in once 3o, un' oncia in 8 dramme, e una dramma in 6o acini, a differenza dell' antica oncia che si divideа in 3o trappesi, ed un trappeso in 2o acini.

137. Gl' Inglesi hanno due sorti di pesi; l' uno detto *Troy*, e l' altro *Avoirdupois.* Usano de' pesi Troy per l'oro, l'argento, i liquori, le medicine, ec., e de' pesi Avoirdupois per il pane, pel mercurio e per tutte le

mercanzie all'ingrosso. Il rotolo siciliano legale sta alla libbra Troy come 1 sta 0,469943, o sia questa libbra corrisponde in peso legale di Sicilia ad once 14, zero dramme, ed acini 47,1792. Lo stesso rotolo poi sta alla libbra Avoirdupois come 1 sta 0,571302, o sia questa libbra corrisponde in peso legale di Sicilia ad once 17, dramma 1, acini 6,7488.

138. Sebbene De La Hire, Amontons, Desagulliers ed altri siansi ingegnati di apprezzare per mezzo degli esperimenti la forza degli uomini, pure le loro esperienze non sono concordi; spesso han preso per la forza ordinaria dell'uomo gli sforzi momentanei di alcune persone in certe posizioni, ed hanno elevato a risultati generali alcuni casi particolari. Lo strumento di cui hanno usato i fisici per estimare la forza degli uomini o degli animali, è stato chiamato *dinamometro*; e questo è stato sinora nel miglior modo costrutto dal Regnier. Il dinamometro del Regnier è una molla che forma un'elisse, e porta in uno de' suoi due rami un indice il quale scorre sopra un lembo distinto in gradi. Come si stringe la molla nel senso dell'asse minore, o si tira nel senso del maggiore, i due rami della molla si avvicinano, e quanto più si avvicinano tanto più l'indice va scorrendo sulla graduazione. In questo modo lo sforzo che fa l'uomo o l'animale situati in varie posizioni avvicina i due rami della molla, e l'indice nota sulla graduazione il peso a cui corrisponde lo sforzo dell'uno o dell'altro nel tirare o ravvicinare i rami della molla.

139. Col favore di questo dinamometro si è rilevato: 1.° che gli uomini sono più differenti in forza che in taglia; 2.° che la forza media delle donne è eguale a quella di un giovane di 15 o 16 anni, o sia 2/3 della forza degli uomini ordinarj; 3.° che le forze degli uomini sono differenti secondo i mestieri diversi ch'esercitano, perciocchè la forza di un parrucchiero si è trovata la metà della forza di un ferrajo; 4.° che un uomo dotato di muscoli risentiti è più forte di un uomo che ha le membra carnose; 5.° che un uomo situando le cosce e le gambe verticalmente l'una sopra l'altra a guisa di colonna, è capace di sostenere de' pesi straordinarj, ma che in ciò fare ricercasi più destrezza che forza, ec. E lasciando ogni altra cosa, il risultato che più c'importa di conoscere, egli è che il termine me-

dio del *maximum* della forza degli uomini ordinarj corrisponde a 516 libbre, e che il termine medio del *maximum* di forza, con cui possono stringere per mezzo delle loro mani, si riduce a 198 libbre in circa. Indi Regnier stabilì sopra questi due termini la graduazione del dinamometro.

140. Non ci è dubbio che l'azione dell'uomo in un giorno è una quantità determinata, nè questa può accrescersi e continuarsi a nostro arbitrio. Poichè le forze degli uomini col travaglio vengono gradatamente meno, e mancherebbero interamente se non fossero ristorate di tempo in tempo colla nutrizione e col riposo. Si è quindi ricercato qual è la quantità di azione che può produrre un uomo in un giorno senza disordinare la sua economia animale? o, in termini più semplici, quale peso può innalzare un uomo in un un giorno ad una data altezza di un metro o di un piede?

141. Lambert mandò in luce nel 1776 una memoria sulla forza dell'uomo, che registrata si legge in quelle dell'Accademia di Berlino. Pone egli mente non solo alla forza che l'uomo impiega, ma alla maniera con cui l'esercita, e soprattutto all'angolo che fa il corpo umano tirando, montando, spingendo, o in altro modo operando. Ingegnose sono, egli è vero, le considerazioni che reca; ma le sue formole sono multiplici ed intricate, e non ci porgono in pratica l'utile che si desidera, come si può vedere nel tomo I, pag. 516 dell'*Architett. idraulica* del Prony. E però lasciate da parte le formole e i calcoli, che si appartengono ai fisico-matematici, rapporteremo quei risultati del Coulomb, che sono degni di tutto il pregio per l'utilità che recar possono alle arti e ai mestieri.

142. La quantità giornaliera di azione prodotta da uomini che montano una scala comoda senz'alcun peso equivale a 205 chilogrammi (mille grammi) alzati ad un chilometro (mille metri). Ma se un uomo montasse la stessa scala colla carica di 68 chilogrammi, la sua azione si ridurrebbe da 200 a 129 chilogrammi sempre innalzati da un chilometro che si piglia per unità di altezza. E secondo le osservazioni del Coulomb il peso medio che un uomo dovrebbe portare per produrre, salendo la scala, il maggiore effetto utile, in un giorno è quello di 53 chilogrammi.

143. Chi viaggia per più giorni senza carico può percorrere in un giorno 50 chilometri, ma chi è gravato di 44 chilogrammi non può percorrere che 18 a 20 chilometri. Di modo che comparando le quantità di azioni ch' esercitano gli uomini che senza alcun carico salgono le scale, e quei che camminano per una via orizzontale, si trovano come 205 a 3500, o quasi come 1 a 17. Mettendo poi a paragone la quantità di azione di un uomo che marcia liberamente con quella di un uomo che marcia carico di un peso, si trova che la prima è alla seconda come 5 a 1.

144. Un uomo col suo travaglio giornaliero può trasportare con un carrettino, chiamato da' Francesi *brovette*, metri cubici 14,79 di terra a 79^{metri},226 di distanza in 500 viaggi. L' effetto utile di un uomo che trasporta un carico sul carrettino è a quello di un uomo che trasporta sul suo dorso lo stesso carico, come 148 a 100. Ora la *brovette* pesa di ordinario 30 chilogrammi, e 'l suo carico medio è presso a poco di 70; ma l' uomo non ne porta che 18 a 20 chilogrammi, perchè il resto del peso è sostenuto dal terreno. Quando poi il carrettino è senza carico, non se ne porta dall'uomo che 5 a 6 chilogrammi; anzi se il terreno è sodo e secco, la forza necessaria a sospingere la *brovette* equivale a 2 in 3 chilogrammi. Indi è che 100 uomini sopra un terreno secco ed orizzontale fanno per mezzo della *brovette* la stessa quantità presso a poco di travaglio, che 150 uomini che trasportano sul dorso della terra per mezzo delle ceste.

145. Si valuta la pressione ch' esercita un uomo sulla manovella per sette chilogrammi, allorchè il travaglio è continuo, e la quantità di azione giornaliera si valuta 118 chilogrammi alzati ad un chilometro. E comparando la quantità di azione fornita da un uomo che monta senza carico una scala con quella di un uomo il quale opera sulla manovella, si trova presso a poco nel rapporto di 8 a 5.

146. La fatica giornaliera di un uomo che tira acqua si apprezza per 71 chilogrammi alzati ad un chilometro, e quella di un uomo che lavora colla vanga per approssimazione si stima di 96,6 chilogrammi alzati ad un chilometro.

È vero che questi risultati di Coulomb non convengono con quelli che sono d'ordinario rapportati dagli altri fisici; ma è da riflettersi che l'esperienze dirizzate d'Amontons, Desagulliers ed altri sono fallaci. Poichè sono state eseguite da uomini scelti, hanno durato pochi minuti, e si è computata la fatica di un giorno di 7 in 8 ore, il che è falso. D'ordinario il tempo della fatica non giunge a 6 ore, ed ove gli uomini raddoppiano per minuti il loro travaglio, consumano in due o tre ore la loro fatica giornaliera, come chiaro si vede in quei che carichi montano una scala, i quali consumano il loro travaglio giornaliero nel tempo che salgono, e questo tempo appena si riduce ad un'ora e mezza. (V. Coulomb, *Teoria delle macchine semplici*, pag. 255).

147. Trattandosi della forza de' cavalli, dobbiamo confessare che nello stato presente siamo assai poveri di cognizioni, e che l'esperienze de' fisici sono incerte e poco concludenti. Si conviene da tutti che la macchina dell'uomo è così disposta, che sia più adatta a montare, che non è quella de' cavalli; dal che si è ricavato che il migliore impiego dei cavalli sia quello di tirare, e non di portare sul dorso pesi, o pure di montare. De La Hire osservò che 3 uomini carichi di un peso di 100 libbre per ciascuno salgono su per un monte alquanto ripido più prontamente e con più facilità, che non fa un cavallo carico di 300 libbre.

148. I fisici hanno comparato la forza degli uomini a quella de' cavalli; ma non sono stati d'accordo nei loro risultati. Desagulliers ha valutato in Inghilterra un cavallo per cinque uomini, e i Francesi contano d'ordinario 7 uomini per un cavallo. La forza assoluta, con che i cavalli tirano, si è computata per mezzo del dinamometro di 300 a 500 chilogrammi. La più gran celerità poi che piglia un cavallo in una corsa di piccola durata è di 15^{metri} in un secondo, ma la celerità del galloppo è di 5^{m},5, quella al trotto di 3^{m},5, quella al passo di 1^{m},7, e la lunghezza del passo ordinario del cavallo è di 0^{m},9.

149. Il carico ordinario di un cavallo è tra 110 a 150 chilogrammi, e quello delle carrette è di 700 a 750 chilogrammi per cavallo, senza includervi il peso della carretta. La quantità media di azione giornaliera prodotta

da un cavallo che tira una carretta equivale a 5000 chilogrammi in circa trasportati ad un chilometro; e l'effetto utile che corrisponde a quest'azione torna al trasporto di un peso di 28,500 chilogrammi ad un chilometro.

150. È noto a tutti che i cavalli nel tirare si spingono innanzi, inclinano le gambe e portano il loro petto verso la terra, e questo tanto più, quanto maggiore è il peso che sono destinati a tirare. Indi è che i cavalli tirano non solo in virtù della loro forza, ma eziandio in ragione del peso della loro macchina che si aggiunge e favorisce la loro forza. Da ciò avviene che un cavallo meno forte e più pesante è atto tante volte a trasportare un peso, che non è capace di portare un cavallo più forte e meno pesante. È parimente da ciò nasce che un cavallo, aggravandosi del peso di un uomo o di altro sul suo dorso, può tirare una soma che prima senza l'aggiunta del peso soprapposto non potea tirare; perciocchè il peso di cui si aggrava, lungi di faticarlo, si unisce al peso della sua massa, ajuta le sue forze, e non l'obbliga ad inclinare di molto il suo petto verso la terra.

151. Prony vuole che le tirelle siano inclinate all'orizzonte, affinchè, nell'atto che il cavallo porta il suo petto verso la terra, prendano le tirelle una posizione paralella all'orizzonte, che è la più acconcia a sollevare i cavalli. Oltre di che desidera che le tirelle sieno alquanto lunghe, quando i cavalli nel tirare debbono montare, massime nelle mute a quattro ed a sei. Raccomanda in fine dare allo spazio circolare, in cui un cavallo si muove ne' molini, ec., il diametro più grande che si può in riguardo al luogo; perchè il moto rettilineo essendo il più comodo a' cavalli, quanto minore è la curvatura dello spazio che percorrono, tanto più si muoveranno con facilità (Vedi Prony, *Architett. Idraul.* sulla forza de' cavalli, pag. 540).

CAPO IV.

EPILOGO DE' PRINCIPJ SPIEGATI E STORIA DELLA STATICA.

152. La forza, ch'è la causa del movimento e si è da noi misurata dagli effetti che produce o sia dalla quantità di moto che imprime, si presenta nella statica sotto due aspetti diversi. Siccome la forza nello stato di equilibrio non muove di fatti, ma opera una tendenza al movimento; così considerasi da noi come se non fosse nell'attuale esercizio, e si apprezza dall'effetto ch'essa produrrebbe se non fosse impedita, o sia dalla massa di uno o più punti materiali multiplicata per la celerità, che prenderebbe il punto cui è applicata se fosse libero. In questa considerazione piglia la forza il nome di potenza o di resistenza; si stabilisce una unità di forza cui si rapportano tutte le potenze o resistenze, e ridotta così la forza a quantità, si esprime per linee e per numeri, e diventa un soggetto matematico. Si può in secondo luogo riguardare la forza nella statica per la maniera con cui si adopera. Le corde, le verghe, gli strumenti e le macchine sono adatte a trasmettere l'azione della forza, e questi mezzi di comunicazione sono molto utili alle arti ed alla società, non solo perchè ci apportano gran comodità nell'impiegare la forza, come avviene per mezzo delle corde o delle pulegge fisse, ma ancora perchè aumentano l'energia della forza, e ci prestano l'opportunità di produrre degli effetti che la forza di per sè non potrebbe produrre, come si osserva nella leva, nelle pulegge mobili, ec. In questa seconda considerazione adunque la forza non si riguarda nella sua azione immediata sopra il mobile, ma negli strumenti intermedj, sopra i quali si applica; non si misura dalla sua intensità o quantità assoluta, ma dal modo con cui s'impiega, e dalla energia che piglia in presto operando.

Ma in qualunque modo che si riguardi la forza, l'equilibrio vuole distruzione di forze, e la statica ci somministra le leggi secondo cui una sì fatta distruzione si opera, e spiega i principj generali, dai quali queste leggi ricavansi. Il primo e generale principio che da noi si è

recato, è quello della composizione delle forze, o, come dicesi, del paralellogrammo delle forze, e da questo principio abbiamo dedotto, come legge generale, che per darsi equilibrio in un sistema che non ha punto fisso, la risultante di tutte le forze deve essere eguale a zero; e se nel sistema ci è punto fisso, la direzione della risultante passa pel punto fisso che la distrugge. Questa legge, applicata ad un caso particolare di un sistema di forze paralelle ed eguali, ci somministrò la dottrina del centro di gravità; ed applicata alla leva ed al piano inclinato, ci dimostrò l'equilibrio in tutte le macchine semplici e composte, che riduconsi, come abbiamo osservato, alla leva, o pure al piano inclinato. Di che si vede che il principio dell'equilibrio e del paralellogrammo delle forze bastano a dimostrare ed a sciogliere tutti i problemi della statica.

Il principio della composizione delle forze fu da noi proposto sotto un'altra forma, allorchè si stabilì come legge per avere luogo la distruzione delle forze, che queste sieno tra loro nella ragione inversa delle perpendicolari condotte dal punto fisso sulla direzione delle forze. Questa legge ci condusse alla teorica de' momenti, la quale ad altro non si riduce che all'equilibrio della leva sublimata alla dignità di principio generale. E considerando le forze che sono da distruggersi, come impiegate a mettere in giro un punto intorno ad uno o più assi di rotazione, ci fu conceduto di stabilire per legge nella teorica de' momenti, che in caso di equilibrio la somma de' momenti è eguale a zero, e a norma di questa legge trovammo il centro di gravità in varj sistemi di corpi, e l'equilibrio in alcune macchine semplici.

A compiere la dottrina dell'equilibrio non restava che esporre il tanto oggi famoso principio delle celerità virtuali, e questo l'abbiamo fatto, per quanto era a noi permesso, nel dare gli Elementi di fisica sperimentale, che rigettano i calcoli e i voli de' fisico-matematici. Si è accennato in che consiste questo principio, quali sono le condizioni necessarie perchè abbia luogo, e si è stabilito che nel caso di equilibrio la somma de' prodotti di ciascuna forza per le loro rispettive celerità virtuali è eguale a zero. So benissimo che questa legge si può tradurre in linguaggio algebraico, e che espressa con una formola analitica va col favore dell'analisi spianando

tutte le questioni della meccanica, e riduce tutte le condizioni dell' equilibrio ad un' unica equazione; ma basta a noi aver indicato la diritta via per cui si giunge alle sublimi speculazioni, senza più.

Poste le quali cose, chiaro si conosce che le tre espressioni diverse, cioè: *la risultante delle forze eguale a zero; la somma de' momenti eguale a zero; la somma de' prodotti delle forze per le loro rispettive celerità virtuali eguale a zero*, tutte collimano a designare la distruzione delle forze che si contrastano, e ci richiamano per diverse strade all' equilibrio. Oltre di che si ricava da queste tre espressioni che l' equilibrio suppone egualianza di forze, e ci riconduce al caso semplice ed ovvio di due corpi che si urtano con eguali quantità di moto. Finalmente queste dottrine, che sono state rivolte agli usi della vita trattando delle macchine e degli agenti meccanici, ci serviranno per lo innanzi alla spiegazione de' fenomeni celesti; perciocchè dalle leggi da noi poste si andrà dichiarando l' equilibrio de' corpi celesti, e si vedrà allora che tutto il sistema delle masse celesti si bilancia come fanno le forze che si contrastano in una leva, e che la statica celeste è una pura e semplice applicazione della statica generale.

153. Le macchine, che nell' ordine delle idee sono state da noi collocate in ultimo luogo, riguardandole come un' applicazione de' principj generali, si trovano le prime nell' ordine de' tempi, ed anteriori ad ogni nostra speculazione teoretica. Siccome le opere dell' istinto e della necessità nascono prima, e sogliono di gran lunga precedere le nostre teoriche e le opere della riflessione; così avvenne che gli uomini sospinti dal bisogno, guidati dall' esperienza ed inspirati dall' istinto, seppero prima inventare le macchine e gli strumenti delle arti, e poi in tempi assai posteriori poterono comprendere i principj e la base su cui si fonda il loro meccanismo. Furono infatti innalzati le più vaste moli e i più maestosi edifizj prima che si conoscessero i principj della meccanica; aveano gli uomini da gran tempo inventato e posto in opera la leva prima che Archimede ne avesse dimostrato la teorica, e dagli avanzi degli antichi monumenti è chiaro che la meccanica pratica nacque prima della speculativa. Archimede, da cui comincia l' epoca di più scienze tra gli antichi, si deve riguardare come

il fondatore della statica. Egli fu il primo che introdusse la considerazione de' centri di gravità, e partendosi dal caso più semplice ed evidente, che pesi eguali a distanze eguali si equilibrano, andò dimostrando il famoso principio della reciprocità de' pesi colle distanze al punto di appoggio nella leva, e nelle bilancia a braccia ineguali. A questo principio si ridusse tutta la statica degli antichi, e da Archimede sino al XVI secolo i più illustri ingegni si ristettero a commentarlo, o a notarlo come difettoso, o a renderlo più semplice.

A comprendere in quale stato era questa scienza nel XV secolo, basta rapportare la quistione che levò in quei tempi i più alti rumori ed occupò tutti i meccanici. Altercavasi per sapere se una bilancia a braccia eguali e carica di pesi eguali, ove si toglieva dalla situazione orizzontale, la riprendesse immantinente da sè stessa: e Cardano, e Tartalea, e la più parte, senza distinguere quando le direzioni delle forze fossero paralelle, o pure convergenti ad un punto, portarono ferma opinione che la bilancia dovea ritornare all'antica sua posizione orizzontale. Guido Ubaldi si distinse tra tutti, perchè osò di confutarli, e più d'ogni altro, perchè nella sua Meccanica pubblicata nel 1577 cercò di ridurre tutte le macchine alla leva nello stesso modo che aveano fatto gli antichi, secondo che Pappo ci ha lasciato scritto. Ma sebbene Guido Ubaldi fosse degno di commendazione, pure in molte cose andò errato, e nel determinare l'equilibrio del piano inclinato, seguendo ciecamente Pappo, fallì. Stevin fu quello che nel 1585 seppe ritrovare il primo la vera proporzione della potenza al peso nel piano inclinato; determinò il rapporto delle cariche che sostengono due potenze le quali portano un peso a distanze ineguali, e seppe il primo immaginare che il peso e le due potenze che lo sostengono son proporzionali e rappresentate da un triangolo, i cui lati sono paralelli alle direzioni delle tre forze. Toccò così Stevin il principio della composizione delle forze, ma non potè afferrarlo; conobbe la teorica delle macchine, ma la dimostrò per vie indirette; vinse per li suoi ritrovamenti i meccanici che l'avean preceduto, ed avrebbe meritato il primo luogo tra i suoi contemporanei se non fosse nato Galileo.

Si lanciò questi nel 1592 al di là degli antichi, ed

investigando i teoretici fondamenti dell'equilibrio, sparse una nuova luce sulle macchine semplici e composte; e creando il principio della composizione delle forze, e quello delle celerità virtuali, invitò gl'ingegni a proceder più oltre colla scorta di questi nuovi principj. Quei che vennero dopo, o enunciarono in altra forma i principj già discoperti dal Galileo, o meglio e più ampiamente li svolsero coll'ajuto della geometria e dell'analisi. Torricelli nel 1644 recò innanzi come principio, che quando due pesi sono talmente legati insieme, che posti in qualunque modo, il loro centro di gravità non s'innalza nè si abbassa, sono sempre in equilibrio. Questo nuovo principio fu espresso poi con maggiore semplicità dicendo che in un sistema di corpi pesanti in equilibrio il centro di gravità è nel punto più basso che si può. Ma è da riflettersi che questi nuovi principj non sono che conseguenti o pure traduzioni di quello già inventato della composizione delle forze. Des Cartes ridusse ancor egli la statica ad unico principio, che si può esprimere ne' seguenti termini: non ricercasi nè più nè meno di forza per innalzare un peso, di quella che è necessaria per portar su un corpo più pesante ad un'altezza altrettanto minore, o un corpo meno pesante ad un'altezza altrettanto maggiore. Risulta da questo principio, che per darsi equilibrio tra due pesi, i piccoli spazj perpendicolari, ch'essi possono insieme trascorrere, debbano essere in ragione reciproca dei pesi, o sia ne risulta il principio delle celerità virtuali. Dal che si scorge, secondo che afferma La Grange, che Cartesio pose le celerità virtuali come causa, e Galileo l'ebbe come una proprietà generale dell'equilibrio.

Spianati i principj di questa scienza, Varignon nel 1687 dimostrò tutte le regole della statica per mezzo della composizione delle forze; La Hire nel 1708 dirizzò un trattato di statica riducendo tutte le macchine alla leva con precisione e chiarezza, e Bernoulli nel 1717 comprese il primo la generalità del principio delle celerità virtuali, e l'applicò ad alcuni problemi di statica. Indi Maupertuis, Eulero, Courtivron ed altri dalle celerità virtuali trassero dei nuovi conseguenti, e nacque la teorica de' momenti, non nel senso di Galileo e di Wallis, ma in quello che oggi s'intende ed è stato da noi dichiarato. La Grange finalmente, oltre a tanti altri di-

ritti che può vantare sulla posterità, si è reso immortale colla sua *Meccanica analitica* pubblicata nel 1788. Padrone come egli era di tutto l'ente matematico, pose per assioma il principio delle celerità virtuali, e scoprendo in questo solo principio tutti quei che sono stati finora ritrovati, o si ritroveranno per l'innanzi, ridusse tutta la statica, o, per meglio dire, tutta la meccanica ad una sola e semplice equazione analitica. Ma nel punto che La Grange si era ito a collocare tra Galileo ed Archimede, si è recato innanzi Poinsot, esponendo la teorica delle *coppie*, o sia di due forze eguali, paralelle e contrarie, ma non direttamente opposte, che non hanno nè possono avere risultante, ed intanto non si equilibrano. Con questa novella teorica ha egli riunito la chiarezza alla semplicità; ed introducendo idee più esatte, ha ridotto facili ed evidenti le dimostrazioni più intricate dei teoremi della statica, e in generale della meccanica (Vedi il *Trattato di Statica* del Poinsot).

DELLA IDROSTATICA

154. La ragione ci persuade e il principio delle celerità virtuali ci dimostra che i corpi solidi e i liquidi sono sottoposti alle medesime leggi dell'equilibrio, e che l'idrostatica è un caso particolare della teorica generale della statica. L'acqua che rinchiusa ne' due tubi comunicanti tra loro *AB*, *EF* (*fig.* 59) si mantiene alla medesima altezza, può rappresentare una leva o un sistema in equilibrio. E siccome data una spinta piccolissima alla superficie *IK*, l'acqua tanto discende nel tubo *AB*, quanto sale nell'altro *EF*; così l'eguali altezze da cui l'acqua scende e a cui sale ne' due tubi nel primo istante del movimento, esprimono le velocità virtuali del sistema. Ma quando le forze che operano sopra i singoli punti del sistema liquido, sono molte e in direzioni differenti, allora ricercasi tutta l'energia dell'analisi algebraica per rapportare l'equilibrio de' liquidi all'equazione generale delle velocità virtuali; perciocchè la fluidità del sistema difficulta l'applicazione delle leggi generali. La proprietà che distingue i liquidi da' corpi solidi, consiste in ciò, che quelli sono composti di punti o molecole slegate tra loro, che cedono ad ogni forza per quanto sia piccola, e non ostante la loro mutua azione e legagione sono perfettamente mobili. Indi i fisici rappresentano una massa fluida come composta di tanti globettini sciolti, mobili e divisi in superficie orizzontali, o pure in colonnette verticali. Nasce da questa proprietà principale dei liquidi, che ove s'imprime una spinta indeterminata ad un sistema fluido, i punti o i globettini che compongono il sistema, non conservano tra loro la medesima distanza, e pigliando moti indeterminati variano senza alcuna nota legge le loro rispettive distanze. E però ricercansi gl'ingegni dell'analisi la più dilicata per tener conto di tutti gli spazietti che nel primo istante del movimento possono essere percorsi da tutte le molecole che compongono il sistema; per calcolare le condizioni che osservano nel mutar distanza, e ridurre nella direzione delle forze gli spazj comunque tras-

corsi da varj punti. Non così avviene in un sistema di corpi che chiamansi da' matematici *rigidi*. Questi sono composti da punti stabiliti a distanze invariabili; e sebbene la leva o un sistema di corpi rigidi piglia moto a qualunque spinta, pure le loro parti conservano invariabilmente la stessa distanza e situazione rispettiva. Dal che è chiaro che con più facilità si applica il principio delle celerità virtuali ad un sistema di corpi rigidi, che ad un sistema fluido. Ed oltre a ciò è da considerarsi che i punti da cui risultano i liquidi, alcuna volta sono capaci di mutar volume, come sono le molecole dell'aria, ed allora il fluido si chiama *compressibile;* e molti fluidi sono composti di punti o di globettini che conservano costantemente il loro volume, per cui si distinguono col nome d' *incompressibili*. Le quali circostanze e varietà accrescono maggiormente la difficoltà nel definire l' equilibrio de' fluidi a norma del principio delle velocità virtuali. Ora non potendosi da noi adoperare i sublimi calcoli, come fanno i fisico-matematici, non ci sarà lecito di unire la statica all' idrostatica per l'applicazione comune delle medesime leggi e degli stessi principj e per mezzo della stessa equazione delle velocità virtuali, come oggi si pratica; ma saremo costretti a ricercare nell' esperienza una proprietà e un fenomeno de' fluidi che sia principale, da cui ragion si faccia di tutti i fenomeni riguardanti l'equilibrio de' fluidi, e chiaro spiegar si possano tutte le verità dell' idrostatica.

CAPO PRIMO

Dell' equilibrio de' liquori.

Esperimento I.

Versando dell'acqua nel vaso cilindrico *AB* (*fig.* 59), il liquido scorrerà ne' due tubi comunicanti laterali *EF*, *CD*, l'uno de' quali è verticale, e l'altro è inclinato al canale di comunicazione *GH*; e scorrendo s'innalzerà alle due eguali altezze *R*, *S* in questi due tubi.

Esperimento II.

Immersi nel vaso *MN* pieno di acqua (*fig.* 52) i tre tubi *B*, *C*, *D* aperti ad ambe l'estremità, i cui orifizi inferiori sieno rivolti all'ingiù, all'insù, verso i lati e in qualunque direzione; si vedrà che l'acqua introducendosi in questi tubi s'innalzerà in tutti e tre alla medesima altezza, com'è rappresentata nella figura.

155. Ora nel primo esperimento l'acqua scorre prima di lato, e poi di basso in alto verticalmente in *EF*, ed obbliquamente in *CD*, e nel secondo si muove di alto in basso nel tubo *B*, di lato in *C*, ed obbliquamente e in ogni direzione nel tubo curvo *D*. L'acqua dunque esercita la sua forza di alto in basso, di giù in su, di lato, e in ogni senso. E siccome questi esperimenti han luogo non solo nell'acqua, ma nel mercurio, nel vino, nell'olio, e in qualunque altro fluido; così si tiene come certo che *i fluidi esercitano la loro forza in ogni senso*, o *in tutte le direzioni*. E perchè la forza con cui operano i fluidi porta il nome di *pressione* (num. 33), perciò dicesi volgarmente che *i fluidi premono in ogni senso.*

Esperimento III.

Se mettonsi de' pesi sopra una vescica piena di acqua dentro cui è immerso un uovo, o pure un globetto di vetro, osservasi che non ostante la forte pressione de' pesi contro la vescica, l'uovo o il vetro non si frange, nè resta schiacciato in alcun punto della sua superficie.

156. L'uovo in questo esperimento è premuto dall'acqua che da ogni parte lo circonda, e che opera in virtù della sua gravità e della pressione dei pesi. Se l'uovo in tale stato fosse più premuto in un punto che in un altro, di certo si spezzerebbe; se dunque resta intatto, è da conchiudersi che soggiace ad una pressione eguale in ogni senso, e che le pressioni eguali e contrarie tra loro distruggendosi lo lasciano intatto. In questo modo resta difeso da ogn'ingiuria il feto nell'utero della madre, non ostante che ora sia più ed ora meno compresso; ed in virtù delle eguali pressioni da ogni parte resta in riposo ogni molecola fluida.

157. Ma per meglio comprendere una sì fatta pro-

prietà de' fluidi, che proviene dalla loro fluidità, l'acqua, che naturalmente è fornita di gravità, si consideri come se ne fosse del tutto senza. In questo modo l'acqua, sebbene liquida, per istarsi in riposo non avrebbe bisogno di tenersi ne' vasi, perchè priva essendo di gravità non iscorrerebbe nè cadrebbe quando si versa. Stando adunque l'acqua senza gravità ne' vasi (*fig.* 59), ove la superficie *IK* si premesse collo sforzo di uno stantuffo, si vedrebbe che monterebbe ne' tubi laterali, e perchè si tenesse in riposo, sarebbe di necessità che di eguali sforzi fossero premute le due superficie *R*, *S* di quei tubi. Ora lo sforzo dello stantuffo nel tubo *AB* è sostenuto prima dalla superficie *IK*, e questa cadrebbe se non fosse sostenuta dallo strato sottoposto, e questo altro del pari andrebbe giù se non fosse sostenuto da un terzo, e così di mano in mano; di modo che tutta la pressione dello stantuffo si trasmette e propaga egualmente sino al fondo e dal fondo per i tubi laterali di basso in alto in ogni senso.

Ora riguardando alla mobilità de' fluidi, ed alla pressione ch' essi esercitano in ogni senso, è chiaro che ogni molecola di una massa fluida in riposo, la quale è spinta dalla forza di uno stantuffo che preme, non potrebbe di certo restarsi quieta se non fosse premuta egualmente da tutti i lati. Poichè la forza di pressione dello stantuffo dal punto fluido, a cui è applicata, si comunica all'ingiù, all'insù ed in ogni senso a ciascuna molecola, ed ogni elemento fluido non potrebbe restarsi tranquillo se non fosse da tutti i lati ritenuto dalle molecole contigue, che in egual grado e con la stessa forza lo premono. Indi si è elevato a principio generale nell' equilibrio de' fluidi la eguaglianza della pressione in ogni senso.

158. Posto questo principio, i matematici considerano una massa fluida omogenea o eterogenea, compressibile o incompressibile, le cui molecole sono sospinte da forze, quali che si fossero; e van definendo col principio delle celerità virtuali, o quello de' momenti, le leggi generali dell' equilibrio, le condizioni necessarie perchè abbia luogo, e svolgono tutti i teoremi dell' idrostatica. Di modo che racchiudono in poche equazioni generali l' equilibrio de' fluidi, dalle quali ricavano, come un caso particolare, l' equilibrio di una massa fluida animata dalla sola gravità (Vedi *Mecc.* del Poisson, T. II,

l. 4, c. 1). Ma come da noi abbracciar non si possono queste considerazioni generali, perchè privi siamo dell'ajuto de' calcoli sublimi; così ci limiteremo al caso più ovvio e 'l più semplice, qual è quello di una massa fluida e incompressibile animata dalla gravità, ricercando principalmente l'equilibrio de' fluidi pesanti.

159. Ma prima d'entrare in questa ricerca, è da notare che nel principio già posto dell'eguaglianza della pressione in ogni senso, si ha un carattere sensibile cui i solidi si distinguono da' fluidi. Poichè quelli per la stretta legagione delle loro molecole non possono operare che in un solo senso, ed animati dalla gravità non iscendono nè premono che nella direzione della verticale. Questi al contrario, per lo slegamento e perfetta mobilità delle loro parti, operano in ogni direzione, e sospinti dalla gravità esercitano la loro pressione in tutti i sensi. I solidi si possono mantenere in equilibrio per un sol punto, o sia pel loro centro di gravità, e i fluidi debbonsi ritenere per ogni molecola. Nè solo per questo carattere si distinguono i solidi da' fluidi, ma i fluidi perfetti dagl' imperfetti. Poichè l'eguaglianza della pressione è il limite cui si accostano i corpi a misura che più partecipano della fluidità, e da cui si parte una lunga e non interrotta catena di corpi, che dallo stato di perfetta fluidità passa per tutti i gradi intermedj e giunge allo stato di perfetta durezza. Indi è nata la distinzione di *fluidi perfetti*, com'è l'acqua, in cui l'eguaglianza di pressione è molto sensibile; e di *fluidi imperfetti* o *semifluidi*, in cui, com'è la terra, l'arena, ec., l'eguaglianza di pressione non è intera, ma imperfetta. Finalmente essendo i nostri sensi grossolani e i nostri strumenti eziandio imperfetti, non possiamo con certezza stabilire se abbiansi in natura de' fluidi perfetti, perchè non possiamo con certezza conoscere se un fluido eserciti con esattezza un'eguale pressione in tutti i sensi. I matematici li suppongono tali, nè si curano di altro; ma i fisici han già riconosciuto l'eguaglianza di pressione nell'acqua, ed hanno stabilito per via di esperienze diligenti e replicate che i fluidi da noi conosciuti si avvicinano infinitamente più allo stato di fluidità continua, che non fanno i corpi duri allo stato di perfetta durezza. Per lo che si possono adattare alla pratica i risultamenti della teorica, ancorchè questa sup-

ponga una perfetta fluidità, che forse non è esistente, per la ragione che trattandosi dell' equilibrio de' fluidi, gli errori che ne potrebbero derivare non sarebbero molto sensibili, e si ridurrebbero a semplici difetti di esattezza.

160. Cominciando a trattare dell' equilibrio dei fluidi pesanti, sono da distinguersi, siccome abbiamo accennato, due specie di fluidi: quei che sono incompressibili, o almeno che sono poco atti a comprimersi, come è l' acqua, e comunemente si chiamano *liquidi;* e gli altri che sono compressibili e forniti di elasticità, com' è l'aria e i gas, ec., che sogliosi denominare da alcuni propriamente *fluidi.* E però parleremo qui più d' ogni altra cosa de' liquidi pesanti.

Esperimento IV.

Adattato il fondo mobile *S* (*fig.* 53) all' orifizio *B* del cilindro *AB* per mezzo del filo *C*, che è trattenuto dalla mano, si osserva che immergendosi a poco a poco il cilindro collo stantuffo nel vaso *PQ* pieno d' acqua, devesi da principio trattenere il filo *C* colla mano, perchè il fondo mobile non cada; ma che profondandosi il cilindro nell' acqua sino in *S*, e rilasciandosi il filo, il fondo mobile o stantuffo resta esattamente applicato all' orifizio del cilindro senza cadere.

161. Ora lo stantuffo immerso nell' acqua soggiace alla pressione ch'essa esercita all' insù contro il cilindro che s' immerge. Ma questa pressione non è adatta da principio a mantenere lo stantuffo, e va crescendo a misura che il cilindro s' immerge, finchè giunge finalmente in *S* a vincere la forza di pressione dello stantuffo. Per lo che è da dirsi che la pressione in un liquido pesante ed incapace di compressione, com' è l' acqua, allorchè è in equilibrio, non è eguale in ciascun punto e in tutte le altezze.

L' osservazione parimente ci attesta che si sente più la pressione e il peso delle acque quanto più profondamente si cala in mare o sotto l' acque, e sappiamo che la pressione dell' acqua nel fondo del mare opera in tal modo sopra i marangoni, che mandano sangue dalle unghie e dalle narici.

Per altro chiunque si persuade che essendo ciascuna

molecola dell'acqua fornita di gravità, tanto più cresce il peso e la forza di pressione, quanto è maggiore il numero delle molecole gravitanti che sovrasta.

162. Si ricava da ciò che il principio stabilito nel num. 157 per l'equilibrio generale de' fluidi viene ad essere modificato nell'equilibrio de' liquidi pesanti. La massa dell'acqua (*fig.* 53) è da considerarsi divisa in tanti strati sottilissimi orizzontali come ab, $a'b'$, $a''b''$, ec.; e sebbene in ciascuno di questi strati, per darsi equilibrio e quiete, la pressione di alto in basso e di basso in alto e da tutti i lati sia eguale; pure a cagione del peso è differente nell'uno e nell'altro strato. Così tutte le molecole collocate nello strato ab stanno soggette alla stessa pressione; ma questa è minore dell'altra cui soggiacciono le molecole nello strato inferiore $a'b'$, e queste molecole sentono una pressione minore di quelle poste nello strato $a''b''$, e così di mano in mano sino al fondo. E però in *un liquido pesante in equilibrio la pressione è differente da uno strato all'altro, ma è eguale nel medesimo piano orizzontale ed infinitamente sottile.* In questo modo ciascuna molecola del liquido è sospinta in ciascuno strato da due pressioni eguali e contrarie in ogni senso, ed indica così il suo stato di equilibrio e di quiete.

163. Chiunque può ora conoscere che la gravità, la quale anima le particelle liquide, opera l'equilibrio de' liquidi pesanti in un modo diverso, che non fa la pressione di uno stantuffo o di altra potenza esteriore. Poichè la pressione di questa potenza si propaga ed è eguale in ciascuna molecola collocata in qualunque piano o strato del liquido, e la pressione della gravità ne' liquidi pesanti è diversa in istrati diversi, e nelle molecole a ciascuno di questi appartenenti. Di modo che se una massa liquida pesante fosse sottoposta ad una pressione esteriore, come suol essere il peso dell'atmosfera, ciascuna molecola di questa massa sarebbe sospinta egualmente dal peso dell'atmosfera, ed inegualmente o giusta le diverse altezze per la gravità del liquido.

164. Oltre di che egli è chiaro che nella superficie libera di un liquido pesante in equilibrio la pressione è nulla; perciocchè questa superficie non potrebbe restarsi in riposo se fosse sollecitata dalla pressione senza essere trattenuta. In secondo luogo questa superficie libera del

liquido in equilibrio, in cui la pressione è nulla, deve essere la superficie estrema. Imperocchè questo solo strato non è premuto da altri, e dall'Esperimento IV è chiaro che la forza di pressione della superficie estrema, cioè da zero, va successivamente crescendo in ragione delle altezze. Ora la superficie estrema di un liquido in cui la pressione è nulla, e non ha bisogno di essere trattenuta per starsi in equilibrio, si chiama la *superficie di livello*.

165. È noto a tutti che stando sul lido scopriamo prima la cima degli alberi, e poi il corpo delle navi; stando al contrario in alto mare vediamo prima la sommità de' monti, delle torri e de' campanili, e poi le città situate lungo la spiaggia.

Questo proviene dalla curvatura della superficie delle acque del mare. Si vedono prima le alture e le sommità, perchè queste innalzandosi di troppo non sono impedite dalla curvatura delle acque; ed al contrario ci è impedito di vedere gli oggetti collocati al basso, perchè questi ci sono occultati dalla superficie curva delle acque. Ma se la superficie delle acque fosse un piano perfetto, si vedrebbero nello stesso tempo gli oggetti così alti che bassi.

Questa curvatura nella superficie di livello delle acque del mare nasce da ciò, che ogni molecola liquida in virtù della gravità ha un tendenza verso il centro della terra, e si dirizza verso questo centro pel raggio di curvatura, ossia per la verticale (num. 17). Ora tutte le molecole non posson essere normali al centro della terra se non si dispongono in forma sferica. La superficie *BC* (*fig.* 65) deve esser curva, affinchè le molecole *B*, *C* e le intermedie tendano per le rispettive normali *BA*, *CA* verso il centro *A*. Nè le molecole *B*, *C* e l'intermedie potrebbero stare in equilibrio, se la superficie *BC* non fosse curva. Poichè se le molecole della curva *BC* fossero allo stesso piano *BD*, la forza di gravità, di cui sarebbero animate, opererebbe obbliquamente a questo piano. Scomposta quindi la forza obbliqua *AD* in due, l'una perpendicolare e l'altra paralella al piano (num. 54), la prima sarebbe annullata dal piano, e l'altra obbligherebbe la molecola a scorrere lungo il piano medesimo. E come per ciascuna delle molecole collocate sul piano *BD* la forza di gravità sarebbe obbliqua sotto di-

versi angoli; così diversa verrebbe a risultare per ciascuna molecola la forza di gravità, da cui sarebbe sospinta lungo il piano *BD*, e tutte le molecole sarebbero strette a scorrere lungo il piano, senza che potessero fermarsi in riposo. *La superficie dunque di livello di una massa liquida pesante ed estesa dee esser curva;* ed ove si concepisce tutta la terra fluida e pesante verso un punto fisso, la superficie di livello sarebbe del tutto sferica, perchè così ogni molecola sarebbe equidistante e normale al punto fisso.

166. Perchè ogni molecola liquida tende ad un centro o punto fisso, abbiamo finora dimostrato che la superficie di livello di un fluido in riposo, ed abbandonato all' azione libera della gravità in una grande estensione, deve essere sferica. Ora per la stessa ragione affermiamo che la superficie di livello nei liquidi pesanti, e in riposo nelle piccole estensioni, deve essere orizzontale. Imperocchè considerandosi le direzioni della gravità ne piccoli spazj come paralelle (num. 17), ne segue che le molecole di una superficie poco estesa di un liquido pesante ed in equilibrio, per corrispondere alle loro rispettive verticali, debbono disporsi orizzontalmente. Se una molecola di questa superficie fosse più alta di un'altra contigua, finerebbe l'equilibrio; perchè la molecola più alta non essendo ritenuta dalla contigua, cadrebbe, e la superficie non potrebbe restarsi in riposo. Indi si osserva ne' tubi e ne' recipienti che la superficie di livello è sempre piana e sensibilmente paralella all' orizzonte. In un liquido adunque pesante, per tenersi in equilibrio, è di necessità che la superficie di livello sia perpendicolare alla forza, e in particolare alla direzione della gravità, che sollecita le molecole liquide. Di fatto per obbedire a questa legge la superficie di livello è curva nei liquidi di grande estensione, ed è orizzontale in quelli di piccola estensione, e quindi la direzione de' gravi è perpendicolare alla superficie delle acque stagnanti.

167. Esposte le condizioni dell' equilibrio ne' liquidi pesanti, è ora da sapere in che modo valutar si possa la pressione di una molecola liquida ad un'altezza qualunque in una massa in equilibrio. Non vi ha dubbio che la pressione delle molecole *I*, *V*, ec. (*fig.* 57) nasce e si misura dal peso della colonna *DI*, *BV*, ec., che

sovrasta verticalmente nella direzione della gravità. La pressione adunque risulta da tre elementi: cioè, 1.° dalla superficie della molecola premuta, perchè quanto è più o meno estesa questa superficie, tanto è maggiore o minore il numero de' fili liquidi che di sopra la premono; 2.° dall'altezza delle colonne gravitanti, perchè ogni colonna pesa e preme più quanto è più alta; 3.° dalla densità del liquido che sovrasta, perciocchè pesa più quanto è più denso. E però la pressione di ogni molecola è espressa dal prodotto della superficie della molecola moltiplicata per la distanza della molecola medesima dalla superficie di livello, e per la densità del liquido; o, in altri termini, la *pressione che soffre una porzione di superficie infinitamente piccola presa in uno strato orizzontale ed infinitamente sottile di un liquido pesante in equilibrio*, è *eguale al peso di un prisma o di un cilindro del medesimo liquido che ha per base la superficie premuta*, e *per altezza la distanza di questa superficie dalla superficie estrema e superiore del liquido*. Per lo che il valore di sì fatta pressione non dipende dalla forma, nè dalla figura de' vasi.

168. Nello stesso modo che si è fatto pe' liquidi, si può determinare l'equilibrio in una massa fluida (numero 160), ch'è fornita di elasticità, com'è l'aria; poichè a riposarsi un sì fatto fluido in equilibrio è di necessità che la sua forza elastica, la quale è riposta in una tendenza continua ad occupare un volume più grande, sia la stessa in tutta l'estensione di una strato orizzontale. Così tutti i punti o molecole dello strato di livello $a'\ b'$ (*fig.* 53) sono fornite della stessa elasticità per starsi in quiete; perciocchè se questa forza non fosse in tutte eguale, come esse mutuamente si premono e respingono, non si potrebbero egualmente premere e respingere, e da questa ineguale azione tra loro ne verrebbe il movimento o difetto di equilibrio. Ma sebbene ciascuno strato di livello è dotato della stessa forza elastica, pure i punti o molecole dello strato a'', b'' sono più premute di quelle che stansi in a', b', e queste più delle altre che sono in a, b; perchè a cagione dell'eguaglianza della pressione, che ha luogo ne' fluidi e ne' liquidi, le molecole dello strato a', b' sentono la pressione di ab, e insieme quella di tutto il peso di aria interposto tra ab e $a'\ b'$, e le altre di a'', b'' sostengono

non solo la pressione di $a' b'$, ma il peso ancora dei punti intermedii tra $a' b'$ e $a'' b''$. E però corre agli occhi di tutti che l'equilibrio in una massa fluida ha luogo come in una liquida, e che nell'oceano dell'aria, che si chiama atmosfera, ciascuno strato orizzontale di livello dev'esser dotato della stessa forza per istarsi tutta la massa in equilibrio. Il che è quasi impossibile, perchè basta un sol punto che si muova per mettersi in movimento tutta la massa.

CAPO II.

DELLA PRESSIONE DE' LIQUORI CONTRO IL FONDO E LE PARETI DE' VASI.

169. Siccome d'ordinario e per uso della vita i liquidi si considerano ne' vasi e ne' recipienti; così è utile di ricercare, quale sia la forza di pressione ch'essi esercitano sopra i fondi che li sostengono, e contro le pareti che li chiudono; molto più che questa ricerca è un conseguente, e si spiega da' principj da noi già posti.

Prima d'ogni altro è da sapersi che la pressione de' liquidi in equilibrio sopra una superficie qualunque è perpendicolare a questa superficie. Imperocchè se la pressione fosse obbliqua, si potrebbe sciogliere in due, l'una paralella e l'altra perpendicolare alla superficie. E siccome la pressione paralella alla superficie niente opera contro la medesima; così non si dovrebbe valutare che la sola pressione perpendicolare. Quando adunque si tratta della pressione de' liquidi contro il fondo o le pareti dei vasi, altro non si ricerca che la pressione perpendicolare ch'esercita il liquido in equilibrio contro il fondo, e le pareti de' vasi che lo contengono.

Esperimento I.

Se alla piccola apertura circolare *ab* del cilindro *abdc* (*fig.* 54) si adatta un fondo mobile, o, come dicesi, un *otturatorio*, si viene per mezzo di un filo attaccato al suo centro, che si sospende al braccio della bilancia, a conoscere e stimare il peso e la pressione che sostiene questo fondo mobile. Di fatto ove si pesa la piccola co-

lonna di acqua *abdc*, la cui base è eguale a quella del fondo mobile, e l'altezza eguale a quella del liquido, si osserva che il peso di questa colonnetta è eguale a quello che sostiene il fondo mobile *ab*. In questo modo la pressione dell'acqua e in generale de' liquidi si misura e bilancia dal peso; e si dimostra che sul fondo de' vasi è eguale ad un cilindro liquido, che ha per base la superficie del fondo, e per altezza la distanza del fondo dalla superficie di livello. Ma per meglio comprendere questa verità si abbia il seguente esperimento.

Esperimento II.

Sianvi due vasi, l'uno conico e l'altro cilindrico della medesima base ed altezza: ove si adatta lo stesso fondo mobile *ab* (*fig.* 55) prima al vaso cilindrico e poi al conico, si osserva che lo stesso peso sostiene e bilancia la pressione ch'esercita l'acqua tanto nel vaso cilindrico quanto nel conico sullo steso fondo *ab*. Questo esperimento oggi si mette in opera per mezzo di un apparecchio, con cui la pressione sul fondo non si misura dal peso, ma per mezzo del mercurio che monta sempre alla medesima altezza.

170. Sebbene la capacità del vaso conico sia maggiore dell'altra del cilindrico; pure le colonne che premono il fondo nell'uno e nell'altro vaso sono le medesime. Imperocchè la colonna dell'acqua che preme il fondo nel vaso conico, ha la stessa base *ab*, e la stessa altezza *ad*, che ha la colonna di acqua, la quale opera contro il fondo del cilindrico. L'acqua che nel vaso conico è compresa tra le pareti del vaso e i lati *da*, *cb*, come quella che poggia sulle pareti e non sul fondo, esercita la sua pressione lateralmente sopra le pareti, e niente preme nel senso verticale sopra il fondo. Avviene quello stesso che accaderebbe se l'acqua compresa tra le pareti e i lati *da*, *cb* venisse consolidandosi, e gelando tutta ad un tratto, per cui le pareti ne sosterrebbero tutto il peso, e il fondo premuto dalla sola colonna *abcd* si manterrebbe tranquillamente in equilibrio col peso della bilancia. E senza più dilungarci, se pel num. 167 la pressione cui soggiace ogni molecola in una massa liquida pesante in equilibrio, si misura da un prisma che ha per base la superficie della molecola, e per altezza la

distanza di questa superficie da quella di livello; la pressione sopra il fondo dei vasi si deve valutare dalla superficie del fondo moltiplicata per la distanza di questa superficie da quella di livello, o sia da un prisma o cilindro che ha per base la superficie del fondo, e per altezza la distanza del fondo dalla superficie estrema e superiore del liquido. Se dunque in due vasi di forma diversa le basi e le altezze sono eguali, il cilindro liquido, che preme i fondi dell'uno e l'altro vaso, sarà eguale, e ne risulterà in riguardo ai fondi una eguale pressione.

171. Questa pressione, che ha luogo sul fondo orizzontale de' vasi, si può esprimere in una forma generale chiamando b la base, a l'altezza, e d la densità del liquido. Poichè rappresentando ab il volume o colonna del liquido, per cavarne il peso dee moltiplicarsi il volume per la densità; e però la pressione, o sia $p = abd$, e comparando due pressioni in due vasi differenti, si avrà $p : p' :: abd : a'b'd'$. Per lo che posto $d = d'$ si avrà $p : p' :: ab : a'b'$, e posto $ab = a'b'$ sarà $p = p'$, o sia *le pressioni sono eguali in vasi che hanno la stessa base ed altezza*, come abbiamo ricavato dall' esperimento II. Se poi due vasi differenti sono pieni dello stesso liquido, ed hanno basi eguali, sarà $p : p' :: a : a'$, che si esprime, le *pressioni sono in ragione delle altezze*, o pure dato $da = d'a'$, sarà $p : p' :: b : b'$, che si annunzia, le *pressioni sono in ragione delle basi*. E finalmente posto $ba = b'a'$, sarà $p : p' :: d : d'$, o sia ne' vasi che hanno la medesima base ed altezza, le *pressioni sono in ragione della densità de' liquidi* che contengono.

172. È facile dopo ciò il valutare la pressione dell'acqua sul fondo orizzontale de' vasi nelle *fig.* 56, 57 e 58. Così nella *fig.* 57, sebbene l'acqua sia in $DINLPMVB$, pure preme il fondo come se riempisse $FLPH$; perciocchè la pressione sul fondo LP è eguale ad un cilindro di acqua che ha per base LP, e per altezza DO. Ed in verità, siccome la colonna DI in virtù della pressione laterale preme in T e in N nello stesso modo che in I; così è chiaro che in A e in L ne risulta una pressione eguale a quella che soffre il punto O, o sia come se A e L fossero premuti dalle colonne ETA, FNL. E parimente nel senso laterale le molecole S, M sentono una

pressione eguale a quella di *V*, cui sovrasta la colonna *BV*. Per lo che i punti *P*, *C*, *R* stanno sottoposti alla stessa pressione, come se fossero premuti dalle colonne eguali *HMP*, *GSC*, *BVR*. Tutto il fondo *LP* adunque soffre la stessa pressione come se il vaso *FLPH* fosse pieno di acqua.

Nello stesso modo si dimostra (*fig.* 56) che il fondo *FT* del vaso *FMNT* è premuto egualmente come se appartenesse al vaso *FCBT*; e il fondo *CD* del vaso curvo ed obbliquo *abDC* (*fig.* 58) sta sottoposto alla stessa pressione cui soggiacerebbe nel vaso diritto e verticale *ABDC*.

Riguardando adunque alla pressione ch' esercitano i liquidi sul fondo de' vasi, è da distinguersi la pressione dal peso; perciocchè questo può essere a quella eguale, e di quella minore o maggiore. Così nel vaso cilindrico la pressione dell'acqua è eguale al peso, perchè tutta l'acqua sovrasta al fondo; là dove nel conico è minore, perchè non tutta, ma una parte lo preme. E parimente nella *fig.* 56 la pressione dell'acqua sul fondo è maggiore del suo peso, e sarebbe molto minore se il vaso conico si rovesciasse e 'l fondo fosse *MN*. Non è quindi più da maravigliare se con una piccola quantità di acqua si possa vincere una resistenza notabile, come si fa di ordinario per mezzo del *mantice* che chiamasi *idrostatico*. Ha questo mantice una larga base e un tubo laterale molto lungo e stretto, che stando verticalmente e riempiendosi di liquido preme contro la base, e però contro la superficie superiore del mantice, in modo che alza de' pesi ed anche degli uomini, ec.; ed è in questa forza così maravigliosa, che spiega la pressione dell'acqua, ch'è riposto ciò che chiamasi volgarmente il *paradosso idrostatico*.

173. Dovendosi adunque equilibrare due masse liquide della medesima densità, o, come diconsi, omogenee, l'equilibrio non è da ritrovarsi tra i loro pesi, ma tra le loro rispettive pressioni, che sono le forze con cui operano i liquidi tra loro. Nei tre tubi *EF*, *AB*, *CD* (*fig.* 59), che diconsi *comunicanti* perchè comunicano tra loro, e l'acqua o altro liquido da uno de' tubi scorre negli altri due, l'acqua si equilibra in tutti e tre, benchè ciascun tubo ne contenga quantità ineguali e di peso diverso. Imperocchè la pressione che esercita il liquido

nel tubo di mezzo AB è eguale e contraria a quella del liquido contenuto ne' due tubi laterali RF, SD, come è chiaro dal num. 171. L'orifizio per cui comunicano i tubi EF, AB è comune, ossia $b = b'$, l'altezza del liquido RF, KB è eguale in tutti e due, e perciò $a = a'$, dunque p pressione del liquido nel tubo AB è eguale a p' pressione del liquido nel tubo EF, e perciò ci è equilibrio. Della stessa maniera si dimostra l'equilibrio tra il liquido contenuto in SD e KB. Per lo che l'*equilibrio del liquido nei vasi comunicanti non risulta dalle medesime quantità di liquido, o dall'eguale peso delle masse liquide, ma dall'eguaglianza delle pressioni, che possono essere maggiori o minori del peso de' liquidi in equilibrio, o pure a questo eguali.*

E siccome l'equilibrio de' liquidi ne' vasi comunicanti vuole $p = p'$; così (num. 171) dev'essere $ab = a' b'$. E perchè in questi tubi l'orifizio per cui comunicano è lo stesso, o sia $b = b'$, perciò segue che il *liquido ne' tubi comunicanti, qualunque sia il loro numero, forma e inclinazione, si dee innalzare in tutti alla medesima altezza per mettersi in equilibrio.*

174. Ora il liquido in riposo dentro un vaso risulta da tante colonne verticali, le quali si possono considerare come se collocate fossero in tubi comunicanti tra loro. E però a mantenersi la massa liquida in equilibrio, queste colonne debbono essere tutte egualmente alte, e debbono formare una superficie perfettamente piana. Da ciò nasce che la superficie de' liquidi di poca estensione in riposo è orizzontale, come noi abbiamo dimostrato al num. 166.

175. Da questa proprietà de' tubi comunicanti ha avuto origine l'uso di trasportare l'acqua per mezzo de' doccioni. Dal luogo da cui scaturisce l'acqua per mezzo de' doccioni si porta al basso, e poi dal basso s'innalza ad un luogo alto presso a poco quanto è quello della scaturigine da cui l'acqua si parte. Di là si conduce di nuovo al basso, e quindi di nuovo s'innalza, e così di mano in mano. In questo modo tutti i doccioni rappresentano tanti tubi comunicanti tra loro, per cui l'acqua si può trasportare all'altezza pressochè eguale a quella che ha nel luogo in cui nasce, e non mai ad un'altezza maggiore.

Esperimento III.

Se ad una parete verticale di un vaso si adatta nella *fig.* 60 una piccola superficie mobile *abc*, come parte della parete, si osserva che questa superficie sostiene la pressione laterale dell'acqua di cui è pieno il vaso; ed una sì fatta pressione si può misurare per mezzo del filo appuntato in *c*, che passando per una girella fissa, si appende al braccio della bilancia; perchè si può in tal guisa la pressione bilanciare con un peso. Ora così facendo, si è veduto che il peso che misura la pressione laterale sopra la superficie *abc*, è eguale a quello di un cilindro di acqua che ha per base tutta questa superficie, e per altezza la distanza del centro *c* della supercie di livello, o sia dell'altezza *cd*.

176. Siccome in virtù della pressione laterale dei liquidi ogni punto della parete è premuto in ragione della sua distanza dalla superficie di livello; così supponendo che il liquido sia pesante ed incompressibile, e che le pareti non siano curve e flessibili, è da conchiudersi che ciascun punto delle pareti dei vasi è premuto da un prisma, la cui base è eguale alla superficie di questo punto, e l'altezza alla distanza di questo punto dalla superficie estrema e superiore del liquido in riposo. Ma nel determinare la pressione totale che soffre la superficie tutta della parete non possiamo adoperare lo stesso metodo che usato abbiamo nell' estimare la pressione totale sopra i fondi orizzontali de' vasi; perciocchè ne' fondi la pressione è eguale per tutti i punti della loro superficie, e nelle pareti de' vasi la pressione è diversa per ciascun punto della loro superficie, secondo che è più o meno distante dalla superficie di livello del liquido. La questione adunque si riduce a ritrovare la somma di tutti gli sforzi che il liquido esercita normalmente sopra ogni elemento della parete dei vasi.

A questo oggetto abbiamo chiamato in ajuto l' esperienza, e dalla medesima abbiamo ricavato che la somma delle pressioni laterali sopra i diversi punti di una parete verticale, risulta eguale al peso di una colonna liquida che ha per altezza verticale la distanza del centro di gravità della parete dalla superficie di livello, e per base orizzontale una superficie eguale a quella della

parete. In questo modo, ciò che abbiamo osservato per la piccola superficie *abc*, ha generalmente luogo per la parete tutta verticale del medesimo vaso, purchè si conosca il punto in cui ritrovasi il centro di gravità della figura della parete.

177. Questo teorema, che si è ritratto dall'esperienza, si suol dimostrare coll' ajuto del calcolo differenziale ed integrale, e si può anche determinare per mezzo della teorica de' momenti, già da noi accennata. Considerandosi la superficie estrema e superiore del liquido in equilibrio, come il piano cui si rapportano i momenti, e la pressione sopra ciascun punto della parete riguardandosi come il momento di una forza; è chiaro che questo momento sarà rappresentato dalla base premente, o sia dalla molecola liquida in contatto col punto premuto della parete, moltiplicata per la sua distanza rispettiva dalla superficie di livello, o dalla superficie de' momenti. Così PQ (*fig.* 53), ch'è la superficie di livello, diviene il piano de' momenti, e la pressione sopra a, a' a'', è indicata dal loro rispettivo momento, o sia dalla molecola liquida che tocca il punto a, a' a'', ec., moltiplicata per l'altezza aP, $a'P$, $a''P$, ec. E siccome lo sforzo ch' esercita ogni molecola è normale alla superficie della parete; così le forze che operano sulla parete si tengono per paralelle; e ricercarne la pressione totale è lo stesso che ricercare la somma di tutte le pressioni normali, o sia la somma de' momenti di tutte le forze paralelle. Ora pel num. 81 la somma de' momenti delle forze paralelle, quando il centro o piano dei momenti è collocato al di là delle forze, è eguale alla somma delle forze o delle masse moltiplicata per la distanza del centro di loro gravità dall' asse o piano de' momenti; dunque la pressione totale è eguale alla somma delle molecole o basi dei prismi prementi moltiplicata per la distanza del loro centro di gravità dalla superficie di livello. E se a tutte le molecole o basi prementi si sostituiscono tutti i punti della parete o sia la sua superficie intera, ed al centro di gravità di quelle il centro di gravità di questa superficie, che sono coincidenti, ne segue che *la pressione totale, a cui è sottoposta la superficie verticale o inclinata della parete di un vaso che racchiude un liquido pesante ed incompressibile in equilibrio, è eguale al prisma o colonna del medesimo liqui-*

do, che ha una base eguale alla superficie, e per altezza la distanza del centro di gravità di questa superficie dalla superficie estrema e superiore del liquido. Così trovandosi il centro di gravità di un vaso di forma cubica, cilindrica, o pure di parallelepipedo nella metà dell'asse, sarà la pressione totale, con cui un liquido preme un lato o superficie di questo vaso, eguale alla metà della sua altezza moltiplicata per la superficie intera della parete.

Di che si vede che un recipiente in generale soffre un' eguale pressione, o il fluido lo riempia, o lo circondi. Poichè la pressione sopra ciascun punto delle pareti si valuta nello stesso modo, sia che il punto appartenga all'esterna o all'interna superficie, cioè a dire in ragione dell'altezza del liquido.

178. Trovata la somma o la risultante di tutte le pressioni, si può ricercare quale sia il *centro di pressione*, o il punto in cui la risultante delle pressioni di tutti gli elementi della parete viene a rincontrarlo, e in cui si può supporre che la pressione totale fosse applicata. Ma questo centro, che si confonderebbe con quello di gravità quando i singoli punti della parete fossero egualmente premuti, si trova alquanto più basso, perchè le pressioni sono ineguali, e crescono colla distanza dalla superficie di livello, ed è più o meno basso secondo la forma e posizione della parete. (V. Poisson, tomo II, lib. 4, pag. 134)

179. È facile ora determinare la pressione totale di un liquido in un vaso di forma qualunque. In un vaso cubico facendo la pressione sul fondo $= 1$, quella contro uno dei lati (num. 177) sarà $= 1/2$, e la pressione tutta contro il fondo, e le pareti $= 3$; di modo che la pressione totale sarà tripla del peso del liquido. Se in un vaso che ha la forma di un paralellepipedo, la superficie di un lato è doppia della superficie del fondo, la pressione sul lato sarà eguale a quella contro il fondo (num. 177), e stimando la pressione contro il fondo $= 1$, sarà la pressione totale $= 5$. E così di mano in mano si potrà valutare la pressione totale che sostengono i vasi o recipienti pieni di un liquido in equilibrio.

180. Queste dottrine sono molto utili per l'uso e stabilità de' dicchi, detto volgarmente *dighe*. Si chiama *diga* o *dicco* ogni ostacolo naturale o artificiale che si op-

pone allo sforzo che fa un liquido per ispandersi. La resistenza che oppone la diga deve bilanciare lo sforzo del liquido, nè si può quella costruire con sodezza, se prima non si calcoli lo sforzo e la pressione di questo. Se la superficie di una diga è di 126 palmi quadrati, e la distanza del centro di gravità dal livello dell'acqua è di 15 palmi, la pressione totale dell'acqua sulla diga sarà (num. 177) di 1890 palmi cubici di acqua. E come il peso di un palmo cubico di acqua è di 120 libbre siciliane in circa, così lo sforzo, o la pressione che sostiene la diga, sarà di 226800 libbre. Indi è che per resistere e bilanciare uno sforzo sì fatto, bisogna che la diga sia spessa cinque in sei palmi. In questo modo i principj da noi stabiliti ci possono molto giovare a conoscere la grossezza da darsi ad un tubo di piombo o di rame per sostenere la forza dell'acqua che proviene da un'altezza qualunque, o pure ad un muro che chiamasi di *rivestimento* e dee sostenere un terrapieno, e per calcolare la sodezza de' recipienti o conserve di acqua, di olio, ec. (Vedi Prony, *Architett. Idraul.* pag. 82, num. 587, e tutta la par. III. dell'Idrost.).

CAPO III.

DELL'EQUILIBRIO DE' LIQUIDI DI DIVERSA SPECIFICA GRAVITÀ.

181. Considerandosi in meccanica solamente le forze e i movimenti, i corpi non si distinguono per le loro diverse qualità, ma per lo legamento o slegamento delle loro particelle solide, per l'attitudine o incapacità di queste particelle a comprimersi e a restituirsi dopo la compressione, e per li loro pesi e le densità. Si comparano i pesi de' corpi ai loro volumi, e il rapporto del peso di un corpo al suo volume si chiama *specifica gravità*, o sia si computa la specifica gravità nello stesso modo che la densità (num. 6). Indi è che i corpi in meccanica diconsi eterogenei quando sono forniti di diversa densità, o sia di diversa gravità specifica. Ora chiamando g la gravità specifica di un corpo, p il suo peso, v il volume, si ha $g = \frac{p}{v}$, che si esprime *la gravità specifica è eguale al peso diviso pel volume*, espressione ch'è abbreviata

giusta il num. 6. I pesi quindi de' corpi sono proporzionali ai loro volumi, e insieme alle loro specifiche gravità, perchè $p = gv$; e i loro volumi sono nella ragione diretta dei pesi, e nell'inversa delle specifiche gravità, perchè $v = \frac{p}{g}$. Posti adunque eguali i volumi di due corpi, le loro gravità specifiche saranno in ragione diretta dei loro pesi, o sia sarà $g : g' :: p : p'$. In questa maniera ridotti due o più corpi a volumi eguali, sogliónsi dai loro pesi calcolare le loro specifiche gravità o i pesi relativi; e d'ordinario si prende per unità di comparazione, cui si rapportano le specifiche gravità de' corpi, l'acqua distillata alla temperatura vicina al gelo, in cui ha il massimo di peso.

Ciò posto, si ricerca in qual modo si equilibrano i liquidi che sono eterogenei, o sia che hanno diversa specifica gravità?

Esperimento I.

Se due liquidi, come il mercurio e l'acqua, o pure l'acqua e l'olio, si racchiudono in un vaso, si osserva che si mettono in riposo allorchè il più pesante o il mercurio o l'acqua si mette al fondo, e che la superficie che li separa è orizzontale.

182. Non potendo il liquido più leggiero sostenere lo sforzo del più pesante che lo preme, è di mestieri che il liquido più pesante o l'acqua o il mercurio si muova e scorra verso il fondo del vaso, da cui potrà esser trattenuto. Nè i due liquidi potranno restarsi quieti ed in equilibrio finchè saranno rimescolati e confusi, giacchè le particelle del più leggiero cederanno sempre alla pressione delle più pesanti. Da questa separazione de' due liquidi deriva che il fondo del vaso sostiene il liquido pesante, e poi questo come una base sostiene il meno pesante, situandosi in questa guisa a tenore delle loro specifiche gravità. Il mercurio adunque si equilibra coll'acqua premendo all'insù con tanta forza, quanto l'acqua lo preme all'ingiù, e con sì fatte eguali e contrarie pressioni si bilanciano e tengonsi in riposo.

Ma non basta che le due masse liquide si equilibrino tra loro; ricercasi oltre a ciò che ciascuna separatamente si equilibri con sè stessa, senza di che non potrebbe

restarsi la massa del mercurio quieta, nè tranquilla trattenersi la massa dell'acqua, ancorchè l'una stia divisa e distinta dall'altra. E siccome ogni liquido in equilibrio e di piccola estensione (num. 166) deve comporre la sua superficie estrema a livello ed in piano orizzontale; così avviene che la superficie che separa l'acqua dal mercurio, il vino dall'olio, deve essere orizzontale. *Due* dunque *sono le condizioni necessarie perchè i liquidi eterogenei si tengano in riposo nel medesimo vaso: 1.° che il più pesante occupi il fondo del vaso; 2.° che la superficie che li separa sia orizzontale.* Quando adunque diversi liquidi sono rimescolati in un vaso, si disporranno in modo che ciascuno abbia la sua superficie orizzontale, nè il loro equilibrio sarà stabile se non saranno collocati secondo l'ordine della loro densità, stando più bassi i più pesanti, e più in alto quelli che sono più leggieri. Indi è che l'olio battuto coll'acqua a poco a poco se ne separa, salendo in alto ed alla superficie, come più leggiero dell'acqua.

183. Segue da ciò, che stando più liquidi eterogenei in un vaso, si determina la loro pressione totale sul fondo orizzontale dalla somma delle pressioni di ciascuno calcolate giusta il num. 171, o sia dall'estensione della base, dall'altezza e dalla densità. Per lo che nel caso di un vaso cilindrico la pressione totale è pel num. 170 precisamente eguale alla somma de' pesi di tutti i liquidi. Questo caso di più liquidi forniti di diversa specifica gravità si può riguardare come l'immagine di una massa fluida, la cui densità varia di una maniera continua, o sia di uno strato infinitamente sottile successivamente in un altro, com'è l'aria atmosferica. E però la pressione ch'esercita l'aria atmosferica sopra una superficie piana ed orizzontale, è eguale al peso della colonna di aria cilindrica e verticale, che ha per base questa superficie e si estende sino al confine dell'atmosfera.

184. Parimente volendosi valutare la pressione di più liquidi eterogenei sulla parete di un vaso in cui si trovano in equilibrio, è prima da determinarsi, giusta il num. 177, la pressione che ciascun liquido direttamente esercita sulla parete, e poi quella che indirettamente opera per mezzo de' liquidi che sono sottoposti. Raccogliendo quindi la somma di queste pressioni, si avrà la totale che si ricerca.

Esperimento II.

Nei tubi comunicanti AB (*fig.* 61) versandosi acqua nel tubo A all'altezza di 14 pollici, si osserva che si mantiene in equilibrio e in riposo col mercurio versato nel tubo B all'altezza di un pollice.

185. La specifica gravità dell'acqua è presso a poco a quel del mercurio come 1 sta 14, e 14 pollici di acqua si equilibrano con un pollice di mercurio; perchè la colonna dell'acqua di 14 pollici è eguale in peso a quella di mercurio di 1 pollice; o, per meglio dire, la pressione di 14 pollici di acqua è eguale e contraria a quella di 1 pollice di mercurio, per cui ne risulta l'equilibrio. E siccome all'acqua, ch'è alta 14 pollici, corrisponde la specifica gravità come 1, e al mercurio, ch'è alto un pollice, corrisponde la gravità specifica come 14; così è da dirsi che i liquidi eterogenei si equilibrano allorchè si tengono alle altezze che sono in ragione inversa delle loro specifiche gravità. È solamente da eccettuarsi il caso in cui i tubi hanno l'apertura minore di una linea, perchè allora la coesione delle molecole potrà resistere all'ineguaglianza delle pressioni.

186. Ma questa conclusione si dimostra più generalmente che non si fa coll'esperimento per mezzo del calcolo. Non si dà equilibrio tra i liquidi e tra i fluidi, se le pressioni che si contrastano non sono eguali, e queste sono eguali allorchè $abd = a'b'd'$ (num. 171). Ora ne' tubi comunicanti $b = b'$, come si vede nella *fig.* 61, in cui xx è la base comune, dunque sarà $p = p'$, se $ad = a'd'$, o sia se $ag = a'g'$, perchè le densità sono per lo num. 181 proporzionali alle gravità specifiche. Ma se g non è eguale a g' il prodotto ag non potrà essere eguale a quello di $a'g'$, che nel semplice caso in cui $a : a' :: g' : g$, cioè a dire nel solo caso in cui le altezze sieno in ragione inversa delle gravità specifiche. È dunque da conchiudersi che *per darsi equilibrio tra i liquidi d'ineguale specifica gravità, le loro altezze debbono essere in ragion reciproca delle loro specifiche gravità.*

187. Segue da ciò: 1.° che dalle altezze de' liquidi eterogenei, che stansi in riposo e in equilibrio nei tubi comunicanti, si può argomentare la loro specifica gravità che sarà di certo in ragione inversa dell'altezza;

2.° che l'equilibrio dei liquidi così omogenei come eterogenei nasce dall'eguaglianza delle pressioni, e che l'equilibrio degli eterogenei è un caso particolare dell'equilibrio de' liquidi in generale.

188. Siccome la densità o la gravità specifica di un fluido pesante e compressibile non è uniforme, ma è maggiore o minore nei diversi punti della sua colonna in ragione delle altezze; così per aver luogo la condizione di equilibrio da noi posta nel num. antecedente tra i liquidi eterogenei, è di necessità che prima si conosca la legge secondo cui varia la densità del liquido o del fluido, e poi si prenda la sua media gravità specifica. In questa maniera si avrà equilibrio tra il fluido capace e il liquido incapace di compressione in due tubi comunicanti, allorchè le loro colonne saranno in ragione inversa delle loro specifiche gravità, intendendo per gravità specifica del fluido compressibile la media.

189. Ma se s'ignora la legge secondo cui varia la densità del fluido pesante compressibile, e la sua densità sta sottoposta a continui cangiamenti, non si potrà da noi argomentare la sua altezza, perchè non possiamo certamente determinare la sua media densità o gravità specifica. Così accade ove si mette in equilibrio una colonna di mercurio, ch' è liquido incompressibile, con una colonna di aria, la quale è compressibile. La densità di questo fluido non solo è diversa nelle diverse altezze dalla terra, ma cangia ad ogni momento per causa del caldo, del freddo, del secco, dell'umido, de' venti, ec.; e poi non sappiamo la legge secondo cui va menomàndo la sua densità nell'altissime regioni dell'atmosfera: indi è che sebbene conosciamo la gravità specifica e l'altezza della colonna del mercurio con cui si equilibra la colonna dell'aria; pure non possiamo argomentare e definire l'altezza cui giunge la colonna dell' aria. Altro vantaggio non possiamo ricavarne, che quello di conoscere e misurare la pressione dell' aria. Siccome il mercurio e l'aria sono in equilibrio; così le loro pressioni debbono essere eguali e contrarie (num. 186), e dal peso della colonna di mercurio calcoliamo con esattezza la pressione della colonna di aria, come dal peso (*fig.* 55) misuriamo la pressione dell' acqua sul fondo mobile *ab.* E perchè la colonna di mercurio cresce o manca, secondo che cresce o manca la pres-

sione dell'aria; perciò possiamo per mezzo del mercurio conoscere le variazioni della pressione o del peso dell'aria. Questo strumento, in cui si equilibra una colonna di mercurio con una colonna di aria, e serve a misurare il peso dell'aria e i cangiamenti del suo peso, si chiama *barometro*, di cui parleremo in altro luogo.

CAPO IV.

DELL' EQUILIBRIO DE' SOLIDI CO' LIQUIDI E CO' FLUIDI.

ARTICOLO I.

De' corpi immersi ne' liquidi in riposo.

Esperimento I.

Siavi il cilindretto cavo di rame *abdc* (*fig.* 54), ed un altro solido così fatto, ch' esattamente contener si possa nella capacità del primo. Si appenda poi questo cilindretto solido alla base *ab* del cavo, e tutti e due così disposti si mettano in equilibrio con un peso nella *bilancia* che chiamasi *idrostatica*. S' introduca in fine il solo cilindro solido nell'acqua posta nel vaso *AB*, ed allora si osserva che come il cilindro solido si va immergendo nell'acqua, l'equilibrio si rompe e la bilancia va traboccando dalla parte de' pesi, e che immerso tutto il cilindro nell'acqua l'equilibrio resta del tutto rotto, e la bilancia più non trabocca.

Se, restando le cose in questo termine, s'introduce a poco a poco dell' acqua dentro la capacità del cilindro cavo che sta fuori del liquido, si osserva che l'equilibrio si va restituendo, e la bilancia ripiglia interamente la posizione orizzontale e il perduto equilibrio allorchè si empie di acqua tutta la capacità del cilindretto cavo.

190. Il cilindro solido va perdendo parte del suo peso, come si va immergendo nell'acqua; e perciò l'equilibrio si rompe, e la bilancia trabocca dalla parte del peso. Quando è tutto immerso nel liquido, ha perduto tutto quel peso che perder potea per l'immersione; e però l'equilibrio resta rotto, e la bilancia più non trabocca. Ma il peso tutto che perde il cilindro solido è

eguale al peso del liquido che ha discacciato immergendosi. Infatti mettendo nella capacità del cilindretto cavo un volume di acqua eguale a quello discacciato dal solido, si rimette l'equilibrio della bilancia. Questo esperimento ci porge una verità fondamentale, cioè che *i corpi immersi ne' liquidi perdono una parte del loro peso eguale al peso del volume del liquido che caccian di luogo per l' immersione.*

191. All'esperimento sono di accordo i principj da noi posti e dichiarati. La massa liquida discacciata dal solido per l'immersione era in equilibrio colle pressioni del liquido tranquillo che la circondava. Nè questo equilibrio resterebbe in alcun modo turbato, ove si supponesse che la massa liquida, prima di essere discacciata dal corpo, si fosse consolidata; perchè, o si considerano le sue particelle legate o slegate, non viene in alcun modo ad alterarsi il loro peso. L'equilibrio nondimeno di questa massa, o nello stato di liquidità o pure di solidità, ricerca due condizioni: la prima, che la risultante di tutte le pressioni che si esercitano dal liquido ambiente sia eguale al suo peso; e la seconda, che la risultante di queste pressioni operi verticalmente di giù in su e passi pel centro di gravità, senza di che non potrebbe essa restarsi in riposo (num. 83). Sottentrando adunque il solido per l'immersione nello stesso luogo in cui era la massa liquida discacciata, sarà al pari di questa premuto dal liquido ambiente, cioè a dire la risultante di tutte le azioni del liquido eserciterà lo stesso sforzo all'insù contro il corpo immerso, che prima esercitato avea contro la massa liquida discacciata, e questo sforzo passerà pel centro di gravità del corpo immerso. E però il peso o l'energia con cui il corpo immerso tende all'ingiù, è diminuito dallo sforzo del liquido all'insù; e l'azione del liquido distrugge una parte del peso di questo corpo eguale al peso del volume del liquido discacciato. Questa verità fondamentale ha luogo così per i liquidi, come per un fluido qualunque pesante, perchè la ragione della perdita del peso di un corpo immerso nasce dalla spinta del fluido all' insù.

192. Si vede da ciò: 1°. Che i corpi pesano meno nell'aria, che nel vôto. 2.° Si comprende perchè tirandosi una secchia o altro corpo immerso nell'acqua, si senta più il suo peso al momento che comincia ad emer-

gere dall'acqua, e perchè si nuota con più facilità quando il corpo è immerso tutto e non in parte nell'acqua. 3.° Che la pressione sopra un corpo immerso in un liquido pesante e in equilibrio si stima nello stesso modo che si valuta la pressione sulla massa liquida discacciata dal corpo, cioè a dire per un prisma la cui base è la superficie del corpo, e l'altezza la distanza del centro di gravità di questo corpo dalla superficie estrema e superiore del liquido. 4.° Che le pressioni laterali del liquido o fluido contro un corpo immerso sono eguali e contrarie, perchè derivano dalle molecole collocate ne' medesimi strati del liquido o fluido, che hanno eguali distanze dalla superficie di livello. 5.° Che le pressioni ch' esercita il liquido di alto in basso, e di giù in su contro la superficie inferiore e superiore del corpo immerso, sono contrarie ma ineguali, essendo più forte la pressione di giù in su che quella di alto in basso, perchè la distanza del liquido sottoposto al corpo dalla superficie di livello è maggiore di quella del liquido che sovrasta. 6.° Che la risultante di queste pressioni ineguali e contrarie è eguale al peso della massa liquida o fluida discacciata, o sia alla parte del peso che perde il corpo immerso.

Esperimento II.

Appendete ad un piatto di una bilancia un cubo di piombo, ed all' altro piatto un cubo di rame eguale in peso a quello di piombo, sicchè la bilancia si tenga in equilibrio. Indi s' immergano i due cubi separatamente in due vasi pieni di acqua. In tale stato si osserva che **si rompe l' equilibrio della bilancia, e questa trabocca dalla parte del piombo.**

I pesi del piombo e del rame sono eguali, ma i loro volumi sono ineguali, perchè ineguali sono le loro specifiche gravità (num. 181). Il piombo adunque, come quello che caccia di luogo un volume minore di liquido per l'immersione, perde un peso minore, e al contrario un peso maggiore perde il rame, perchè discaccia un volume più grande di liquido. Da ciò proviene che l'equilibrio della bilancia si rompe; che trabocca il piatto cui è appeso il piombo; e che in generale *i corpi del medesimo peso, ma di differente specifica gravità, per-*

dono parti ineguali de' loro pesi quando s' immergono nello stesso fluido o liquido.

193. Siccome i volumi de' corpi sono tra loro in proporzione della perdita di peso che soffrono mediante l' immersione in un dato liquido; così possiamo ricavare da sì fatte perdite un metodo esatto per determinare i volumi de' corpi. Si raccoglie in oltre da ciò, che due corpi di diversa specifica gravità, come piombo e rame, legno e carta, ancorchè compariscano di egual peso quando sono pesati colla bilancia nell' aria; pure non sono in verità di peso eguale, perchè il corpo di volume più grande esclude un volume maggiore di aria e perde un peso maggiore. Ma questa differenza è assai poca, e di ordinario si trascura.

Esperimento III.

Appesi ai due piatti della bilancia idrostatica due cubi di eguali dimensioni, l' uno di rame e l' altro di piombo, e posti in equilibrio per mezzo di pesi aggiunti al piatto che porta il cubo di rame, si vede che profondati i due cubi nell' acqua, l' equilibrio della bilancia non si turba per l' immersione dei due cubi.

194. I due cubi hanno eguali volumi, e perciò escludono volumi eguali di acqua e perdono (num. 190) eguali pesi. Indi è che l' equilibrio della bilancia non si turba, e si conchiude che *i corpi di eguale volume, ancorchè forniti fossero di diversa specifica gravità, pure quando sono immersi nel medesimo liquido o fluido perdono un egual peso.*

Esperimento IV.

Se i due cubi di eguali dimensioni, ma di specifica gravità differente, che sono in equilibrio nell' aria, s' immergono l'uno nell'acqua e l'altro nello spirito di vino, l' equilibrio della bilancia si rompe, e la bilancia trabocca dalla parte del cubo immerso nello spirito di vino.

195. Sebbene i volumi esclusi, l'uno di spirito di vino e l' altro di acqua, sieno eguali; pure i pesi di questi due volumi eguali sono ineguali, perchè di differente densità. Indi l'equilibrio della bilancia si rompe; e perdendo un maggior peso il cubo immerso nell'acqua che

ha magggior densità, ne segue che la bilancia trabocca dalla parte dell' alcool.

196. Perdendo, siccome abbiamo osservato coll'esperimento, *un corpo immerso in liquidi di differente densità una parte differente di peso*, si può avere un metodo esatto per determinare le specifiche gravità de' liquidi. Si appende al piatto della biancia un solido in equilibrio; ed immergendosi ne' diversi liquidi, si osserva il peso diverso ch' esso perde per l' immersione, e così dal rapporto de' pesi perduti si misura e determina il rapporto delle loro specifiche gravità. La ragione del metodo è chiara: il solido coll' immersione esclude volumi eguali di diversi liquidi, e i pesi perduti dal solido rappresentano i pesi assoluti dei volumi eguali de' liquidi diversi (num. 190). E perchè posti volumi eguali le gravità specifiche sono come i pesi (num. 181), perciò *le gravità specifiche de' liquidi differenti sono come i pesi perduti dal solido immerso.*

197. Queste ed altre simili verità che ricavar si potrebbero, sono espressioni diverse del principio che un solido immerso in un liquido perde una parte di peso eguale al peso del volume del liquido escluso. Il peso che perde il solido per l' immersione deriva dal volume del solido e dalla specifica gravità del liquido in cui s' immerge. Se i volumi de' corpi immersi nello stesso liquido sono eguali, eguali saranno le perdite rispettive de' loro pesi. Se i pesi assoluti de' corpi immersi sono eguali, ma i loro volumi ineguali, perchè ineguali sono le loro specifiche gravità, ineguali saranno i pesi che perdono. Ed in fine lo stesso corpo immerso in liquidi differenti perderà un peso sempre differente, perchè differente è sempre il peso del liquido ch' esso solido esclude. Ma il legamento di queste verità può meglio risultare per mezzo del linguaggio algebraico. Il peso del solido $= gv$ (num 181), il peso perduto dal solido per l' immersione o sia il peso del volume del liquido discacciato $= g'v$, e il peso che resta al solido dopo l' immersione $= gv - g'v = v(g - g')$. Ciò posto, chiamando p il peso assoluto del solido, e p' il peso perduto sarà $p : p' :: gv : g'v$, e come $v = v$, sarà $p : p' :: g : g'$, o sia il peso assoluto del solido sta al peso perduto come la gravità specifica del solido a quella del liquido; di modo che dal rapporto del peso assoluto al peso perduto si

può argomentare la specifica gravità del solido in riguardo al liquido o fluido in cui s'immerge.

198. Se due corpi sono di peso eguale, sarà $p = p'$, o in altri termini $gv = g'v'$; ma se $g > g'$, sarà $v' > v$, e chiamando g'' la specifica gravità del liquido in cui s'immergono, i pesi perduti da questi due corpi saranno tra loro :: $g''v : g''v'$, o sia ineguali, e in ragione de' loro volumi. Due corpi adunque eguali di peso, ma di diversa specifica gravità, perdono per l'immersione nello stesso liquido pesi ineguali. Se però i loro volumi sono eguali, sarà $g''v = g''v'$; e comechè i loro pesi assoluti fossero ineguali, pure tuffandosi nello stesso liquido perdono pesi eguali. Finalmente se i volumi de' corpi immersi sono eguali, ma le specifiche gravità de' liquidi in cui si tuffano sono ineguali, allora sebbene $v = v'$, pure i pesi perduti saranno tra loro :: $g'' : g'''$, o sia in ragione delle specifiche gravità dei liquidi. Ed in questo modo si possono sviluppare come conseguenti quelle stesse verità che abbiamo ritratto dall'esperienza.

199. Resta ora ad esaminare se i corpi immersi, perduto in tutto o in parte il loro peso, muovonsi o restano in quiete.

Siccome il peso che resta al corpo è espresso (numero 197) da $gv - g'v$, ne segue che nel caso $gv > g'v$ il corpo immerso continuerà a discendere sino al fondo con un'energia che sarà espressa da $gv - g'v$, o sia colla differenza tra il suo peso assoluto e quello perduto per l'immersione. Un pezzetto di piombo gittato in mare esclude un volume di acqua marina eguale al suo; ma come il volume dell'acqua marina esclusa pesa meno del pezzetto di piombo, indi è che perde parte del suo peso, e cala a fondo in virtù del peso residuo, o sia colla differenza del peso assoluto e del peso perduto. O in altri termini, *qualunque corpo che ha una specifica gravità maggiore di quella del liquido in cui s'immerge, non può restare in riposo in mezzo al liquido, ed è obbligato a scendere sino al fondo in virtù del peso residuo ch'è espresso da $v(g-g')$, o sia dalla differenza tra la sua specifica gravità e quella del liquido.*

200. Se nell'espressione $gv - g'v$ sarà $gv = g'v$, il peso assoluto del corpo immerso sarà interamente distrutto; perchè $gv - g'v = o$, e il corpo immerso collocato dentro il liquido in quiete, resterà immobile e

tranquillo. Come il volume del liquido cacciato di luogo per l'immersione restavasi in equilibrio, perchè era sostenuto, e il suo peso era distrutto dal liquido sottoposto; così il solido sottentrando in luogo del liquido escluso, e pesando quanto il liquido escluso pesava, deve essere parimente sostenuto e restarsi in equilibrio. Sostituendo in somma ad una massa di molecole sciolte una massa di molecole legate dello stesso peso e volume, vale lo stesso come se il liquido escluso prima si levasse e poi si rimettesse. Tale è il legno del Brasile, che tuffandosi nell'acqua marina resta sospeso ed immobile ovunque sia posto, perchè perde tutto il suo peso quando è immerso nell'acqua di mare. Ora essendo $v = v$, non potrà mai essere $gv - g'v = o$, se non sia $g = g'$; e però *un corpo il quale è fornito della medesima gravità specifica del liquido o fluido in cui è immerso, resterà tranquillo in qualunque parte del fluido in cui sia posto.*

201. Nè è da credersi che un corpo della stessa specifica gravità del liquido in cui s'immerge, posto ad una grande profondità, non possa restarsi sospeso e tranquillo, perchè la pressione di alto in basso, ch'esercita contro il medesimo il liquido che gli sovrasta, cresce e diviene maggiore. Poichè nella stessa proporzione con che cresce la pressione di alto in basso, va aumentandosi quella del liquido sottoposto di giù in su, e la risultante di queste due ineguali e contrarie pressioni a qualunque profondità è eguale, e capace a qualunque profondità di distruggere esattamente il peso del solido immerso. Solamente se il solido fosse immerso in un fluido di varia densità, o sia la cui specifica gravità è diversa a diverse altezze, profonderebbe, finchè andrebbe a ritrovare quello strato ch'è fornito di una specifica gravità eguale alla sua, in cui resterebbe quieto e in equilibrio. Così le nubi si abbassano o si alzano nell'atmosfera, come questa cangia di densità e di peso.

202. Conchiudiamo adunque che un corpo immerso in un liquido o in un fluido pesante è sospinto da due forze. La prima è il peso del corpo che opera di alto in basso, ed è applicata al centro di gravità della sua massa; e la seconda è la spinta del liquido che opera di basso in alto, ed è applicata al centro del liquido discacciato (num. 191). Per lo che un corpo immerso in

un liquido o in un fluido non potrà restare in equilibrio, se il peso del corpo non sia eguale a quello del liquido o del fluido escluso, e se il centro di gravità del corpo e quello del liquido o fluido discacciato non sieno nella medesima verticale, perchè allora quelle due forze si distruggono ed avvi equilibrio. Quando adunque un corpo immerso è fornito di una specifica gravità maggiore di quella del liquido, il corpo profonda (num. 199) perchè lo sforzo del suo peso vince la spinta del liquido all'insù, ed al contrario resta in quiete quando è dotato della medesima specifica gravità, perchè il peso del corpo e la spinta del liquido all'insù si distruggono.

Ma se la gravità specifica del solido è minore di quella del liquido o del fluido, che ne avverrà? Questo argomento si va a trattare nell'articolo che segue.

ARTICOLO II.

De' galleggianti.

L'osservazione giornaliera ci attesta che un pezzo di legno o di sughero immerso e profondato nell'acqua non resta in riposo, finchè salendo all'insù non viene a collocarsi alla superficie. I corpi, come il legno o il sughero, che non restano immersi o profondati nei liquidi, ma si mettono in riposo alla superficie dei medesimi, si chiamano *galleggianti.*

203. Non ci è dubbio che la pressione con cui l'acqua sottoposta sospinge di basso in alto il volume dell'acqua discacciata dal legno o dal sughero, è eguale al peso di questo volume di acqua escluso, perchè in virtù di queste due eguali e contrarie forze l'acqua discacciata si tenea in riposo ed in equilibrio. Ma sottentrando il sughero o il legno in luogo dell'acqua discacciata, la pressione con cui l'acqua sottoposta sospinge di giù in su il legno o il sughero, è maggiore del loro peso; perciocchè il sughero e il legno, come quelli che sono specificamente più leggieri dell'acqua, pesano meno del volume dell'acqua ch'essi escludono. Nasce da ciò che una parte della pressione di basso in alto, ch'esercita l'acqua sottoposta, distrugge il peso tutto del sughero o del legno, e l'altra parte residua spinge all'insù e mette in movimento di basso in alto il legno o il sughero. E sic-

come il legno o il sughero salendo da uno strato all'altro sono costantemente sospinti dalla stessa pressione all'insù (num. 201); indi è che saranno sempre in moto e continueranno sempre a salire, finchè venuti in su dell'acqua si riposeranno in equilibrio sulla superficie della medesima.

204. Questo stesso si può raccogliere dall'espressione $gv - g'v$ da noi sopra rapportata. Se $g' > g$, l'espressione precedente diventerà negativa: o sia come il corpo in virtù del peso o di gv tendeva al basso; così in forza della pressione all'insù del fluido ambiente, o di $g'v$, dovrà dirizzarsi e muovere in senso contrario o sia in alto. Lo sforzo dunque del liquido sottostante vincerà il peso del corpo immerso, e lo farà rimontare, e la forza con cui il corpo immerso sale all'insù è eguale alla differenza tra i pesi del solido immerso e del volume del liquido discacciato, o sia alla differenza delle loro specifiche gravità. Sicchè possiamo conchiudere che *un corpo il quale è immerso in un liquido o in un fluido, s'innalzerà alla di lui superficie e si metterà a galleggiare se è specificamente più leggero dell'uno e dell'altro.*

Esperimento V.

Mettendo in un vaso pieno a metà di acqua un cilindro di abete o di altro legno, si noti l'altezza cui sale l'acqua nel vaso per l'immersione di una parte del cilindro che galleggia sulla superficie, e pesandosi il vaso coll'acqua e col cilindro, si segni il peso. Tolto quindi il cilindro, in sua vece si versi dell'acqua nel vaso, finchè giunga a quell'altezza cui era prima arrivata per causa dell'immersione di una parte del cilindro. Ciò fatto, si troverà che il peso del vaso, dell'acqua e del cilindro sarà eguale al peso del vaso, dell'acqua contenuta da principio nel vaso, e dell'acqua aggiunta in luogo del cilindro.

205. L'acqua che s'innalza nel vaso mediante il cilindro di abete, è l'acqua discacciata dal cilindro; e l'acqua che, tolto il cilindro, si aggiunge, è eguale al volume dell'acqua discacciata. E come il cilindro di abete pesa quanto l'acqua aggiunta, perchè il peso risulta eguale tanto col cilindro, quanto coll'acqua aggiunta; così l'acqua cacciata dal cilindro di abete pesa quanto

lo stesso cilindro. Ed in generale si osserva che se un solido galleggia sulla superficie di un liquido, il liquido cacciato di luogo è eguale al peso al solido.

206. Nè può altrimenti avvenire. Il solido si muoverà sempre salendo mentre è tutto immerso nel liquido o nel fluido; perciocchè non essendovi equilibrio tra la forza che lo preme all'insù, e il suo peso che tende all'ingiù, non può restare in riposo. Cesserà solo di muoversi e di salire quando il suo peso si equilibra e distrugge dalla pressione del liquido all'insù, o sia quando giunto il solido alla superficie del liquido in parte n'emerge, e colla parte immersa n'esclude un volume eguale in peso al suo; perciocchè allora la spinta del liquido all'insù eguaglia e distrugge il peso del solido. E siccome in questo solo caso può starsi in equilibrio e in riposo un solido galleggiante sulla superficie del liquido; così è di necessità che *il liquido cacciato di luogo dal galleggiante gli sia eguale in peso.*

207. Conséguita da ciò che le navi, le quali non sono altro che galleggianti, cacciano di luogo una quantità di acqua eguale in peso a quello della nave e del suo carico, ed a tenore che è più o meno grave il carico ch'esse portano, più o meno sovrastanno all'acqua. E similmente si comprende che tutti i corpi immersi ne' liquidi o fluidi, che sono forniti ne' loro strati diversi di varia specifica gravità, salgono sempre, finchè giungano ad uno strato che abbia una specifica gravità eguale alla propria, in cui si possono equilibrare. E però il fumo sale nell'aria, e i palloni aerostatici si vanno a fermare nelle alte regioni dell'aria in cui si equilibrano.

208. Chiamando v' il volume escluso dal galleggiante, si potrà esprimere l'equilibrio de' corpi che stanno a galla per l'equazione $gv = g'v'$, da cui deriva $g : g'$ come $v' : v$. E però *quando un corpo galleggia, la sua specifica gravità è a quella del liquido o del fluido, come il volume di quello o di questo cacciato di luogo, o sia della parte del corpo immersa nel liquido o nel fluido, è al volume tutto del corpo.*

Esperimento VI.

Se un cilindro di olmo (o di qualunque altra materia della stessa specifica gravità) lungo 10 pollici s'im-

merge perpendicolarmente nell'acqua, la parte che rimane sopra la superficie si osserva essere di 4 pollici. Ma se lo stesso cilindro s'immerge nello spirito di vino, la parte che resta sopra la superficie è solamente di 3 pollici.

209. Il cilindro dell'olmo per istarsi a galla nell'acqua e nello spirito di vino deve escludere un volume di acqua o di spirito che gli sia eguale in peso (num. 206). Ma come il peso relativo dell'acqua è maggiore di quello dell'alcool; così il cilindro si metterà in equilibrio escludendo un minor volume di acqua e un volume maggiore di spirito di vino, o sia immergendosi più nell'alcool che nell'acqua. Ora chiamando gv il peso del volume dell'acqua cacciata di luogo dal cilindro, e $g'v'$ il volume dell'alcool escluso, ne segue che $gv = g'v'$, o sia $g : g' :: v' : v$, il che dimostra che *le gravità specifiche dei liquidi sono in ragione inversa dei loro volumi discacciati dal galleggiante, o delle parti immerse del galleggiante*. La profondità cui discese il cilindro nell'acqua fu di 6, e nello spirito di 7 pollici; dunque la specifica gravità dell'acqua sta a quella dell'alcool in ragione inversa di questi numeri, ovvero come 7 a 6, o come 1 a 0,857. In questo modo per mezzo di un galleggiante graduato, che porta il nome d'*idrometro*, si può determinare la specifica gravità de' liquidi differenti a tenore delle varie profondità cui giunge l'idrometro quando s'immerge ne' medesimi.

210. Dai principj da noi stabiliti chiunque si accorge che le condizioni necessarie perchè un galleggiante stia in equilibrio, sono due. La prima, che la spinta verticale del liquido all'insù sia eguale al peso del galleggiante (num. 206), ovvero che il volume del liquido discacciato dalla parte immersa del corpo sia eguale in peso al corpo, senza di che non si può dare equilibrio, e il corpo è obbligato sempre a salire. La seconda condizione è che i centri di gravità del liquido discacciato e del galleggiante sieno nella medesima linea verticale, senza di che il peso di un corpo non potrebbe essere distrutto. Indi è che i due centri di gravità, quello cioè del liquido discacciato e quello del galleggiante, debbonsi ritrovare nella medesima linea verticale, ovvero nella direzione della risultante delle pressioni del liquido. *Il galleggiante* in somma *si deve sostituire esattamente al*

volume del liquido escluso tanto in riguardo al peso, quanto in riguardo alla posizione del centro di gravità nella medesima linea.

211. Per conoscere poi la *stabilità*, che chiamasi *idrostatica de' galleggianti*, è da riguardarsi alla *fig.* 62, in cui il corpo è immerso sino ad *AC*. Si trovano in tale stato nella stessa verticale *MB'* il centro di gravità di tutto il galleggiante, quello dell'acqua esclusa o sia della parte sommersa *AB'C*, e la spinta dell'acqua insù, e tutto il galleggiante si riposa in equilibrio, perchè il peso tutto e la spinta dell'acqua sono eguali e direttamente opposti. Ma se questo equilibrio si turba, o l'asse ch'era verticale s'inchina, la parte sommersa muterà posizione, e diventerà *BPD*. Verrà quindi a mutar luogo il centro di gravità della parte sommersa, contro cui opera la spinta verticale dell'acqua, la quale va ad incontrare in un punto qualunque *M* l'asse inclinato. Ora questo punto, in cui la spinta verticale dell'acqua incontra l'asse, dopochè il galleggiante, turbato l'equilibrio, ha mutato posizione, si chiama *metacentro*, e dalla posizione di questo punto rispetto al centro di gravità del galleggiante dipende la stabilità idrostatica. Imperocchè se il centro di gravità è sopra il metacentro, l'equilibrio è instabile; e se sotto, al contrario è stabile. Ove in fatti l'asse *MP* (*fig.* 62) ci piaccia di rappresentarlo in *DA* (*fig.* 19), si potrà collocare il centro di gravità in *A*, e il metacentro in *G*, ed all'inverso. Quando il centro di gravità è situato in *A*, si storza a far cadere l'asse *DA* per *AH*, e la spinta dell'acqua, che si dirizza in senso contrario per *FG*, cospira collo sforzo del centro di gravità per far di più inclinare l'asse, finchè del tutto rovesci. Ma quando il centro di gravità è in *G*, allora lo sforzo di questo centro si fa per *GF*, e la spinta verticale, che opera in senso contrario per *HA*, cospira a rimettere l'asse *DA* nella sua primitiva posizione *AB*, o sia in *MB'* (*fig.* 62). (Ved. Francoeur, *Tratt. di Meccanica elem.* pag. 458; e Poisson, tomo II, pag. 404).

212. Ma siccome quanto più l'asse è inclinato, tanto più il metacentro scende e si avvicina al centro di gravità; così per aversi un'assoluta stabilità (num. 90) è necessario che in qualunque inclinazione dell'asse il metacentro non possa mai scendere al di sotto del centro

di gravità; perciocchè in un' oscillazione del galleggianta, in cui il metacentro si mettesse al di sotto del centro di gravità, verrebbe a mancare la stabilità idrostatica, e il galleggiante rovescerebbe. Indi è che i matematici hanno ricercato tra le figure piane e solide galleggianti quali sieno quelle che si tengono stabili ad ogni inclinazione, e che nella costruzione de' vascelli e in armarli si mira sopra d'ogni altro a collocare il centro di loro gravità quanto più sotto si può. Ora sapendosi (n. 210) che la spinta verticale del liquido passa sempre pel centro di gravità del volume del liquido discacciato, o sia pel centro di gravità della parte sommersa del galleggiante, si può conchiudere: 1.° che l'*equilibrio del galleggiante è stabile quando il suo centro di gravità è collocato al di sotto del centro di gravità della sua parte sommersa.* E perchè (num. 211) il galleggiante è tanto più sospinto a ritornare alla sua antica posizione, quanto più il suo centro di gravità cade al di sotto del centro di gravità della sua parte sommersa; perciò è da dirsi che *la stabilità idrostatica diviene più soda ed assoluta quanto il centro di gravità del corpo è collocato più al di sotto del centro di gravità della sua parte immersa.* Per lo che si usa della zavorra e di altre materie pesanti collocate nel fondo delle navi, per portare quanto più basso si può il loro centro di gravità. Che se il centro di gravità di un galleggiante fosse al di sopra di quello della sua parte immersa, allora per aver luogo la stabilità dell'equilibrio ricercasi una condizione che per dichiararla dovremmo andare al di là del nostro istituto, e che noi perciò lasciamo a' matematici (Vedi *Applicazioni di Geometria e di Meccanica* del Bar. Carlo Dupin).

CAPO V.

DE' PRINCIPJ IDROSTATICI APPLICATI ALL'ARTE DI LIVELLARE, ALL'IDROMETRIA E AD ALTRI USI.

Due punti che sono egualmente distanti dal centro della terra si dicono *a livello*, e per *livellare* altro non s'intende che ritrovare la differenza della distanza che hanno due o più punti della superficie della terra dal suo centro.

213. Siccome due punti che sono nello stesso piano della superficie delle acque stagnanti, si reputano a livello, o sia egualmente distanti dal centro della terra (num. 166); così è nata l'arte di livellare per mezzo delle acque tranquille. Il livello ad acqua risulta, come si vede nella *fig.* 64, da un canale orizzontale *EF*, cui sono attaccati ad angolo retto i due tubi comunicanti *AE*, *BF*, e che riposa sopra un piede in *G*. Quando si versa l'acqua in uno de' tubi, essa scorrerà pel canale orizzontale e si alzerà ne' due tubi alla stessa altezza, e la retta che passerà per le due superficie *A*, *B*, sarà orizzontale. Ora guardando a traverso di *AB* un punto, egli è certo che questo sarà nella stessa linea orizzontale *AB*, e che perciò un tal punto sarà egualmente distante dal centro della terra, che *A* e *B*, o come dicesi a livello. D'ordinario si piantano due aste in terra alla distanza di più canne, e in mezzo a sì fatte aste si colloca il livello ad acqua. Si guarda indi da *A* a traverso di *B* un punto sopra un' asta, e poi da *B* a traverso di *A* un punto sopra l'altr'asta, e si notan così sopra le due aste due punti che sono sopra la stessa linea orizzontale. Quando questi due punti di livello sono segnati, si misura l'altezza di ciascuno dalla terra, e sottraendo l'altezza minore dalla maggiore, si conosce dalla differenza quanto il luogo su cui è fissa un' asta è più distante dal centro della terra del luogo in cui l'altra è piantata. Così se un' altezza è 6 pollici e l'altra è 13, non ci è dubbio che un luogo della superficie della terra è più alto dell' altro di 7 pollici, o sia è più distante dal centro della terra di 7 pollici.

L'arte dunque di livellare consiste nel segnare due punti di livello che sono in un cerchio, il cui centro è quello della terra, e nel comparare i punti di livello già segnati con altri punti, per misurare la differente distanza che questi hanno dal centro della terra.

214. A parte del livello ad acqua si è immaginato quello *a bolla di aria*, che riesce più esatto, e si vede nella *fig.* 63. Risulta dal tubo di metallo *CD*, dentro cui sta racchiuso un altro tubo di vetro che comparisce dall'apertura *dc* fatta nel metallo, e questo tubo di vetro ha la sua parete interiore conformata quanto più si può ad arco circolare, e contiene etere o spirito di vino, il quale non lo riempie tutto, ma vi lascia un piccolo vôto *ab* occupato dall'aria.

Questo strumento deve essere disposto e situato in modo che quando l'estremità *a* e *b* della bolla sono egualmente lontane dal punto *m*, che ha una posizione costante sul tubo, il suo asse trovasi orizzontale.

215. Si adatta di ordinario a questo livello un telescopio in modo, che il suo asse ottico sia paralello all'asse del livello. In sì fatto modo come questo asse è paralello all'orizzonte, così ancora sarà paralello all'orizzonte l'asse del telescopio. Per lo che se mirasi a traverso dell'asse del telescopio ad un punto, come si è fatto col livello ad acqua, questo punto sarà orizzontale ed a livello.

216. Il livello a bolla di aria unito al telescopio ci avverte di una maniera squisita della posizione dell'asse del telescopio, se sia esattamente orizzontale o no. Poichè dall'esperienza e dal calcolo si è ricavato che facendo variare di 1′ la posizione dell'asse del telescopio, la bolla di aria cammina ritirandosi dal mezzo per $75^{\text{lin.}}$; e per 1″ verrebbe a muoversi di $1^{\text{lin.}}, 25$. E però da' movimenti così sensibili della bolla di aria siamo avvisati de' cangiamenti ancorchè minimi dell'asse in riguardo alla sua posizione orizzontale.

217. Prima di mettersi in opera il livello a spirito, sono da praticarsi alcuni aggiustamenti, che principalmente riduconsi a due. Il primo egli è che la bolla di aria si tenga giusto nel mezzo, e questo si fa per via di viti, colle quali tanto si muove la bolla, finchè il punto medio della medesima si porta giusto sotto il punto segnato nel telescopio, nella quale posizione il suo asse è orizzontale. Il secondo aggiustamento consiste nel portare il punto di mira nella direzione dell'asse. A questo oggetto vi sono due fili nel telescopio, i quali hanno il punto di loro intersecazione nella direzione dell'asse, quando si tagliano scambievolmente in due parti eguali ad angolo retto; e questi fili si portano in tale situazione parimente per mezzo di viti che sono a ciò destinate. In questo modo, ove il punto di mira si trova nella intersecazione dei due fili in due parti eguali e ad angolo retto, siamo sicuri che si trova ancora nella direzione dell'asse del telescopio, o sia in un piano orizzontale. Si ha poi una pruova sicura che sì fatti due aggiustamenti sono stati ben eseguiti, se girando il tele-

scopio intorno al suo asse, la bolla di aria resta immobile nel mezzo, e costante si mantiene l'intersecazione dei fili ad angolo retto, e in due parti eguali per una rivoluzione intera del telescopio; perciocchè allora siamo nella certezza che gli aggiustamenti non sono accidentali e per una sola posizione del telescopio, ma permanenti e per ogni situazione.

È vero che, non ostante tutte le precauzioni, il livello a spirito sta sottoposto ad alcune irregolarità, e che riesce molto difficile di portare la bolla esattamente nel mezzo; ma con tutto ciò è da preferirsi ad ogni altro. Primieramente perchè è più comodo e più facile a portarsi; e in secondo perchè l'incertezza sul vero luogo e sulla precisa situazione della bolla non può giungere al più che a 1/2, o pure a 2/5 di linea, ch'è una quantità che si può ben trascurare senza un errore notabile.

218. Qualunque sia lo strumento che si adopera nel livellare, sono sempre necessarie alcune correzioni da farsi nella pratica. A comprendere la ragione di sì fatte correzioni sia A (*fig.* 65) il centro della terra, BC un arco della sua circonferenza, e B, C i punti di livello, come quelli che sono egualmente distanti da A. Ora situando l'occhio in B, e guardando per la tangente BD, è chiaro che in BD non possiamo vedere il punto vero di livello C, ma soltanto vediamo il punto D, che è assai più alto di C; e però siamo stretti a ridurre D al punto C. Ciò posto, la tangente o l'orizzontale BD si chiama la *linea di livello apparente*, DC la *depressione del livello vero*, e la riduzione di D a C si dice *riduzione del livello apparente al vero*.

Alcuni pongono il livello nel punto di contatto B, e guardano a due punti equidistanti da B dall'una e dall'altra parte, o sia prolungano B sino ad un punto che sia distante da B, quanto D da B, ed evitano così ogni correzione. Poichè in tale caso sebbene i due punti di livello sieno più lunghi del raggio della terra, pure sono egualmente distanti dal centro, perchè sono egualmente distanti da B.

Ma come questo metodo non sempre può ridursi ad effetto; così è da trovarsi il valore di CD, per levarlo dall'altezza osservata del punto D. Questo valore facilmente si ricava, ove si riflette che l'angolo ABD è retto, e però si ha $AD^2 = AB^2 + BD^2$, cioè a dire facendo $AB = R$

raggio della terra, $AD = AC + CD = R + x$, e BD come quantità nota $= a$, ne risulta, che $R^2 + 2Rx + x^2 = R^2 + a^2$. E trascurando x^2, o sia CD^2 come infinitamente piccolo in rapporto a R^2, ne segue che $R^2 + 2Rx = R^2 + a^2$, o sia $x = \frac{a^2}{2R}$.

Si ricava da questo valore $x = CD$: 1.° che l'elevazione del livello apparente sopra il vero è proporzionale al quadrato delle distanze. In fatti chiamando a una distanza e b un'altra, sarà $\frac{a^2}{2R} : \frac{b^2}{2R} :: a^2 : b^2$. 2.° Si è calcolato che supponendo BD eguale a mille tese, il valore CD o sia l'elevazione del livello apparente, ch'è da sottrarsi dall'altezza osservata del punto D, appena giunge a 11 pollici, e presa la distanza BD del punto di mira a poche tese, la depressione del livello vero si reputa per insensibile e non si calcola; perciocchè quanto è più corta BD, altrettanto viene ad essere più piccola la retta DC.

219. Ma la riduzione del livello apparente al vero, nel modo che da noi è stata calcolata, ricerca una correzione. Siccome il punto B è più basso di D, e l'aria è più densa in B che in D; così il raggio della luce che si parte da D, e viene all'occhio dell'osservatore in B, passando per istrati di aria di diversa densità si torce, o, come dicesi, *si refrange*, ed in virtù di questa refrazione, come dimostreremo trattando della luce, l'occhio in vece di vedere il punto D nel suo vero luogo, vedrà un punto più basso di D nella verticale CD. Nel sottrarre adunque tutto il valore di CD dall'altezza osservata di D si è commesso un errore che è da correggersi, togliendo dal valore di x o di CD, indicato dal calcolo, quella quantità di cui per la refrazione si abbassa nella verticale CD il punto di mira. Ma per far ciò ci bastano le formule del Lambert, che riducono una sì fatta correzione a $1/7$ dell'altezza del livello apparente sopra il vero. Così data la distanza, come sopra, di mille tese, la riduzione del livello apparente al vero sarebbe di 11 pollici, e sottraendo da questa quantità $1/7$, ch'è eguale a un pollice e quattro settimi, ne risulterebbe la riduzione del livello a 9 poll. e $3/7$. Del resto chi volesse notizie più estese e precise intorno alle regole di livellare, potrà leggere il *Trattato del livellare*

del Verkaven, o pure quello del Puissant, e l'altro sulla *Teoria e pratica di livellare* del Fabre.

Un altro vantaggio che si è ritratto dalla dottrina idrostatica, è l'invenzione dell'idrometro (num. 209), per mezzo di cui si misurano e si comparano le gravità specifiche de' liquidi. L'idrometro ordinario rappresentato dalla *fig.* 66 è composto di un piccolo tubo *A* di vetro, che porta la bolla *B* di vetro sottile soffiata alla lampade, e di un'altra piccola bolla *C* al di sotto, in cui si mettono palline di piombo, o pure mercurio *m* a guisa di zavorra, per tener diritto l'idrometro nell'atto dell'immersione. Il peso di tutto l'idrometro dev'essere minore di quello del liquido ch'esclude, per mantenersi a galla; e il tubo cilindrico *A* dev'essere distinto in gradi, affinchè comparar si possano le gravità specifiche de' liquidi, che sono (num. 209) in ragione inversa delle parti immerse dell'idrometro o galleggiante. Di ordinario s'immerge prima questo strumento nell'acqua distillata, e si nota il punto sino a cui profonda, e poi s'immerge nell'acqua di mare, la quale come più pesante farà emergere una parte maggiore del tubo cilindrico. Segnati questi due punti, si divide la parte del tubo cilindrico in gradi eguali, e ne risulta una scala graduata, nella quale suole esser segnata per zero l'immersione dell'idrometro nell'acqua distillata, e col grado 26 l'immersione nell'acqua di mare. In sì fatto modo immergendosi l'idrometro in qualunque altra maniera di acqua dal grado d'immersione del tubo cilindrico, o sia da' gradi segnati sul tubo, si argomenta all'istante il rapporto della specifica gravità di qualunque altr'acqua alla specifica gravità dell'acqua marina, o pure dell'acqua distillata, e si comparano così e si misurano le specifiche gravità delle acque. Si può similmente notare zero coll'immersione nello spirito di vino o altro liquido più leggiero, ed allungandosi la scala si possono paragonare le specifiche gravità non che delle acque, ma di più liquidi, come è il vino, la birra, il rhum, l'acquavite, la brandy, ec. Indi l'idrometro porta pure il nome di *pesa-liquori* e di *areometro*.

220. Ma con questa sorte d'idrometro si può solamente conoscere che un liquido ha una specifica gravità maggiore o minore di un altro senza più. A sapersi di quanto peso la specifica gravità dell'uno eccede quella

di un altro a cui si compara, ricercasi: 1.° Che il tu
sia perfettamente cilindrico; perchè se il diametro va
di grado in grado, la scala non è esatta, e la divisio
risulta ineguale. 2.° Si deve conoscere il rapporto c
passa tra il tubo cilindrico *A* e le bolle del vetro
e *C*. Poichè essendo le specifiche gravità de' liquidi
ragione inversa de' loro volumi, e questi in ragione de
parti immerse dell'idrometro, non si potrà mai sape
il rapporto de' volumi, o sia il rapporto delle parti i
merse dell'idrometro, se non si conosce con esattezza
proporzione che ha qualunque lunghezza del tubo cili
drico a tutto il volume dello stromento; la quale co
è molto difficile a determinarsi. 3.° Tale idrometro è
un uso molto limitato; perchè se nuota nell'acqua n
galleggerà negli spiriti, ed al contrario se nuota ne
spiriti galleggerà nell'acqua non che col cilindro, n
con una parte della palla venuta in su.

221. D'ordinario gl'idrometri hanno la forma che
vede nella *fig.* 66; ma in luogo di essere di vetro so
di latta o di rame, e portano in cima un piccolo pia
to, sopra cui collocar si possono dei pesi, come si ve
in alto nella *fig.* 67, in *B*. L'idrometro allora profon
in qualunque liquido sempre alla stessa altezza, che
segna zero; e quando non vi s'immerge, si aggiungo
dei pesi sul disco superiore, finchè profondi a zero. C
dal rapporto del peso dell'idrometro a quello della so
ma del peso dell'idrometro e dei pesi aggiunti si con
sce immantinente il rapporto delle specifiche gravità d
liquidi; perciocchè posti volumi eguali (num. 181),
gravità specifiche sono nel rapporto de' pesi. Di mo
che chiamando P il peso dell'idrometro, p i pesi a
giunti perchè profondi a zero nell'acqua, e p' i pe
necessarj da aggiungersi perchè scenda a zero nello sp
rito di vino; si avrà la gravità specifica dello spirito
quella dell'acqua $:: P+p' : P+p$. In generale ques
maniera d'idrometro è tanto più sensibile quanto più
il volume immerso, ed è sottile il filo che porta il *dis*
o *cappello*.

222. Nicholson ha adattato l'idrometro, il quale
destinato a misurare la specifica gravità de' liquidi, a
l'uso di comparare le specifiche gravità dei corpi sol
di, formando questo strumento nel modo che si osserv
nella *fig.* 67. *C* è un cilindro di latta dell'altezza di 6

linee e del diametro di 15, che porta nel centro della sua base inferiore un uncino, cui sta appesa una piccola secchia, dentro la quale ci ha piombo o mercurio. Nel centro della base superiore del cilindro è adattato un filo o fusto metallico, nel cui vertice è riposto il disco *B* atto a contenere pesi, e tutto lo stromento è così disposto, che 1000 grani aggiunti in *B* lo fanno immergere nell'acqua distillata sino alla metà del fusto di metallo. Volendosi ora trovare la specifica gravità di un solido il cui peso è minore di 1000 grani, pongasi questo solido in *B*; e come lo strumento non profonderebbe sino al punto designato, si aggiungono in *B* tanti pesi quanti uniti al solido pesino 1000 grani, e immergano l'idrometro sino alla metà del suo fusto. Sottratta quindi la somma dei pesi aggiunti da 1000 grani, il residuo, com'è chiaro, esprimerà il peso del solido pesato nell'aria. Ciò fatto, si tolga il solido da *B*, e si ponga nella piccola secchia *A*, ed immerso lo strumento nell'acqua distillata si profondi di nuovo sino alla metà del filo. Ma come il solido posto in *A* perde per l'immersione una parte del suo peso (num. 190); così è di necessità che si aggiungano in *B* nuovi pesi per portare lo strumento sino al punto designato, e questi nuovi pesi aggiunti rappresentano la perdita di peso che soffre il solido per l'immersione, che corrisponde al peso di un egual volume di acqua. Si conosce così la gravità specifica del solido paragonata con quella dell'acqua distillata; perchè la prima è alla seconda (num. 197) come il peso del solido alla perdita ch'esso soffre per l'immersione. Il peso adunque del solido si ricava mettendolo in *B*; la perdita che soffre si trae ove si pone in *A*, e lo strumento tutto è atto a misurare le specifiche gravità de' solidi, e a dare i pesi veri con un errore più piccolo di $1/20$ di grano.

223. A parte degli areometri, vi hanno i *pesa-acidi*, i *pesa-sali* e i *pesa-spiriti*, che sono destinati a far conoscere il grado di concentrazione degli acidi, de' sali e degli spiriti senza più. Essi sono degl'idrometri di vetro, siccome l'abbiamo nella *fig.* 66, ma con una graduazione diversa. Nel punto in cui questo areometro profonda nell'acqua pura si segna zero, ed in quello cui giunge in un mescuglio di 85 parti di acqua e 15 di sal comune si nota 15; e dividendo alla maniera del Beaumé

questo intervallo in 15 parti eguali, si continua la graduazione al di sotto. Immergendosi quindi un sì fatto pesa-acidi in due dissoluzioni varie e a gradi differenti, si avrà dall'immersione del pesa-acidi un grado diverso. Secondo gli stessi principj sono graduati i pesa-sali ed i pesa-spiriti; ma i gradi segnati da tutti questi pesa-liquidi niente indicano alla scienza, perchè niente ci annunziano sulla giusta proporzione degli elementi che costituiscono gli acidi, i sali e gli spiriti, e servono solo per regolare il corso del commercio.

224. Siccome d'ordinario gli spiriti si trovavano alterati, e continui erano i contrasti che insorgevano tra i doganieri e i mercanti di birra e di altri spiritosi liquori; così da gran tempo si è cercato un idrometro con cui facilmente e in poco tempo estimar si potesse la forza di ogni spirito, il loro rapporto, e il valore di un composto qualunque di spirito e di acqua. Tra tutti gl' idrometri che a fornire quest' oggetto si sono immaginati, due sono quelli che più si pregiano: l'uno è l'idrometro inventato in Inghilterra dal Quin, che porta il nome d' *idrometro universale*, perchè è capace di misurare la forza reale o il comparativo valore di ogni spirito dall' alcool sino all' acqua, e dimostra la gravità della birra, e somministra il metodo di produrre una forza uniforme ne' liquori spiritosi. L' altro è stato immaginato in Francia dal Gay-Lussac, ed è denominato *alcoolometro centesimale*. Basta questo strumento per conoscere all'istante la forza reale degli spiriti, delle acquaviti, la copia dell'alcool che contengono, e la loro densità. (V. *Istruzione per l' uso dell' alcoolometro centesimale* del Gay-Lussac)

225. Molte sono le precauzioni di adoperarsi nel ricercare le densità e gravità specifiche de' solidi e de' liquidi; perciocchè non solo i pesi e gli areometri debbono essere esatti, ma tutte le sperienze debbono stabilirsi e ridursi allo stesso grado di temperatura e sotto la medesima pressione; perciocchè variando la temperatura e la pressione viene a cangiare la gravità specifica o densità de' corpi. Anzi è da tener presente che per alcune esperienze si è venuto nell' opinione che forse ogni sostanza ha un limite di densità che non si può per qualunque sforzo oltrepassare. Poichè Perkins si accorse che molti solidi sotto la pressione di mille o due mila at-

mosfere, dopo essersi a poco a poco addensati, si riducono in polvere finissima, come se le loro molecole ravvicinate a un certo grado non si potessero più mantenere a quella distanza che costituisce la solidità.

Si deve oltre a ciò porre mente alle contrade in cui si trovano le sostanze, e 'l grado di loro purezza; perciocchè per sì fatte circostanze cangia parimente la specifica gravità. Così la calce carbonata può essere allo stato di cristallo trasparente e di calcare grossolano, e tra questi due estremi può pigliare uno stato diverso di aggregazione e di densità differente, avendo il *maximum* di densità nello stato di cristallo il più puro e diafano. E parimente le sostanze vegetabili sono fornite di varia specifica gravità giusta il suolo, il clima, le stagioni, ec. Se alcuno volesse conoscere tutte le precauzioni necessarie a dirizzare la tavola e i rapporti delle densità de' solidi e de' liquidi, potrà leggere Biot, *Trattato di Fisica*, tomo I, cap. 20.

Molti sono stati i vantaggi che ricavati si sono dall'idrometria. Possiamo all'istante giudicare della forza degli spiriti, de' liquori, degli acidi e di tutte le materie che si adoperano pel commercio e nella medicina; si possono ridurre a classe i corpi in ragione delle loro specifiche gravità, e distinguersi tra loro i corpi che offrono la stessa apparenza, che non si potrebbero distinguere dalla ispezione dei nostri sensi; si possono riconoscere le pietre fine da quelle che non sono tali, per le differenze delle gravità specifiche; e ci è conceduto ancora di scoprire mediante la dottrina delle specifiche gravità la proporzione de' metalli che sono in lega in un composto, e l'alterazione delle monete.

Per fornire un esempio, siavi un composto d'oro e di argento, e si cerchi quanto ci sia d'oro e di argento in tutta le massa composta. Si chiami g la specifica gravità dell'oro $= 19$, g' la specifica gravità dell'argento $= 10\ ^1/_3$, g'' la specifica gravità della massa composta $= 17$, v e v' i volumi rispettivi dell'oro e dell'argento, da cui risulta il composto; allora si avrà l'equazione, o sia la somma de' pesi espressa $gv + g'v' = (v + v')g''$, che rappresenta il peso di tutta la massa in lega. E però $gv - g''v = g''v' - g'v'$, o sia $g - g'' : g'' - g' :: v' : v$, e che si esprime $19 - 17 :: 17 - 10\ ^1/_3 :: v' : v$, e riducendo $2 : 6\ ^2/_3 :: v' : v$, e mettendo in equazione

$2v = 6\ 2/3\ v'$, e però $6v = 20v'$, e $3v = 10v'$; dalla quale equazione si ha il rapporto del volume dell'oro a quello dell'argento nella massa in lega come dieci a tre. In seguito è facile di conoscere il rapporto de' pesi; perchè $3 \times 10\ 1/3$ rappresenta il peso dell'argento, e 10×19 quello dell'oro, imperciocchè il rapporto de' pesi dell'oro e dell'argento è come 190 : 31, e il peso dell'argento sta a quello di tutta la massa :: 31 : 221. Con questo artifizio si crede che Archimede abbia discoperto il furto dell'artefice Demetrio nel lavorare la corona di Gerone re di Siracusa.

226. La soluzione di questo problema suppone che i volumi de' metalli siensi conservati interi nel composto legandosi; ma oggi è noto che i volumi de' metalli che si mettono in lega, o dei corpi che si combinano, si alterano nella massa composta che ne risulta. E però in simili casi si è da conoscersi prima l'alterazione che soffrono i volumi de' metalli nel legarsi per dare una soluzione esatta del problema.

TAVOLA

della densità de' corpi solidi a 0 di temperatura, prendendo per unità la densità dell'acqua.

Corpo	Densità	Corpo	Densità
Platino in lamine	22,6690	Cobalto fuso	7,8119
Platino passato alla		Ferro in barra	7,7880
trafila	21,0417	Stagno fuso	7,2914
Platino forgiato	20,3376	Ferro fuso	7,2070
Platino purificato	19,5000	Zinco fuso	6,8610
Oro forgiato	19,3617	Antimonio fuso	6,7120
Oro fuso	19,2581	Tellurio	6,1150
Tungsteno	17,6000	Chromo	5,9000
Mercurio a 0°	13,5980	Iodio	4,9480
Piombo fuso	11,3523	Spato pesante	4,4300
Palladio	11,3000	Giargone di Ceylan	4,4161
Rodio	11,0000	Rubino orientale	4,2833
Argento fuso	10,4743	Saffiro orientale	4,2833
Bismuto fuso	9,8220	Saffiro del Brasile	3,9941
Rame filato	8,8785	Topazio di Sassonia	3,5640
Rame rosso fuso	8,7880	Berillo orientale	3,5489
Molibdeno	8,6110	Diamante il più pesante	
Arsenico	8,3080	(leggermente colorito	
Nichel fuso	8,2790	in rosa)	3,5310
Urano	8,1000	— il più leggiero	3,5010
Acciaro non battuto	7,8163	Flint-glass (inglese)	3,3293

Spato-fluore (rosso)	3,1911	Alabastro	1,8740
Tormalina (verde)	3,1555	Antracita	1,8000
Asbesto duro	2,9058	Alume	1,7200
Marmo di Paros (calce carbonata lamellare)	2,8376	Carbon fossile compatto	1,3292
Quarzo diaspro onice	2,8160	Ambra	1,0780
Smeraldo verde	2,7755	Sodio	0,9726
Perla	2,7500	Topazio orientale	0,9106
Calce carbonata cristallizzata	2,7182	Potassio	0,8651
Quarzo diaspro	2,7101	Legno di faggio	0,8520
Corallo	2,6800	Frassino	0,8450
Cristallo di rocca puro	2,6530	Tasso	0,8070
Quarzo agata	2,6150	Legno d'olmo	0,8000
Feld-Spath limpido	2,5744	Legno di pomo	0,7330
Vetro di Saint-Gobain	2,4882	Legno d'arancio	0,7050
Porcellana della China	2,3847	Sapino giallo	0,6570
Calce zolfata cristallizzata	2,3117	Tiglio	0,6040
Porcellana di Sevres	2,1457	Legno di cipresso	0,5980
Zolfo nativo	2,0332	Legno di cedro	0,5610
Avolio	1,9170	Pioppo bianco di Spagna	0,5290
		Legno di Sassafras	0,4820
		Pioppo ordinario	0,3830
		Sughero	0,2400

Densità dei liquidi, prendendo per unità la densità dell'acqua a o.

Acido solforico	1,8409	Vino di Borgogna	0,9215
Acido nitroso	1,5500	Olio d'ulivo	0,9153
Acqua del mare Morto	1,2403	Spirito muriatico	0,8740
Acido di nitro	1,2175	Olio essenziale di trementina	0,8697
Acqua del mare	1,0263	Bitume liquido detto *Nafta*	0,8475
Latte	1,0300	Spirito assoluto	0,7920
Acqua distillata	1,0000	Spirito solforico	0,7155
Vino di Bordeaux	0,9939		

227. Si sono infine rivolte le dottrine idrostatiche a render galleggianti que' corpi che tali non sarebbero per loro natura. Si suole a ciò pervenire ampliandone il volume, ó pure unendoli a corpi più leggieri. Gli annegati vengono a galla, perchè gonfiando cresce il loro volume, e i cannoni ed ogni altra merce o masserizia sulle navi non si sommerge, perchè uniti al legno diventano specificamente più leggieri dell'acqua marina. Ma per sapere quanta deve essere la massa del corpo leggiero da unirsi al pesante, perchè questo galleggi, son da conoscersi il peso p del corpo che si vuol render galleggiante, e la sua gravità specifica g, e le altre due specifiche gravità g' e g'', l'una del corpo leggiero da unirsi, e l'altra dell'acqua o liquido in cui è da porsi

il corpo a galla. Ora non ci è dubbio (num. 181) che $\frac{p}{g}$ = al volume del corpo pesante, e chiamando x il peso del corpo leggiero da unirsi, $\frac{x}{g'}$, esprime il volume di questo corpo. Impertanto $\frac{p}{g}+\frac{x}{g'}$ è eguale al volume dell' acqua discacciata d' ambi i corpi uniti insieme, e perciò $\left(\frac{p}{g}+\frac{x}{g'}\right)g''$ è eguale al peso dell' acqua discacciata dai corpi uniti insieme per la loro immersione. Giunti a questo termine l' equazione del problema è già fornita, perciocchè comparando il peso dei due corpi al peso del volume dell' acqua o di altro liquido escluso da' medesimi, e trovandoli eguali, il corpo non potrà più calare a fondo pel num. 200. Indi si dirà $p+x=\left(\frac{p}{g}+\frac{x}{g'}\right)g''$, e fatta la riduzione si troverà $x=\frac{pg'(g-g'')}{g(g''-g')}$ o sia si troverà il peso del corpo leggiero da unirsi al più pesante, onde questo sia tenuto a galla.

In questa maniera si è trovata la quantità di sughero da unirsi al corpo umano per non sommergersi in mare. La macchina a ciò fare destinata è stata chiamata lo *scaffandro*, ed essa è stata in più modi costrutta e ridotta a perfezione. Si suole adoperare una *giacchetta* di taffetà inverniciato foderata di sughero, o si mette l'uomo a cavallo ad un legno leggero, o pure si attacca con corregge al petto come un mantice, che per mezzo della bocca si può gonfiare, o in altro modo. Ma tutti questi artifizi, che possono essere utili per poco tempo e vicino le spiagge, non riescono di gran giovamento a lungo e in alto mare e nelle tempeste.

CAPO VI.

EPILOGO E STORIA DE' PRINCIPJ IDROSTATICI.

228. La forza dell' idrostatica si considera come morta, o sia senza moto attuale, si misura dallo sforzo che un corpo può fare in virtù di una piccola nascente velocità che già ha preso o tende a pigliare, e si distingue col nome di *pressione*. Ma sebbene essa si riguardi

n uno stato elementare e nascente; pure applicata come si considera ai fluidi, le cui particelle sono tutte tra loro slegate e mobili, si raddoppia e si moltiplica operando in ogni senso e in tutte le direzioni. E però la pressione che soffre una molecola si trasmette egualmente a tutte le altre; che in un fluido pesante ogni molecola opera in virtù del suo peso, e delle pressioni che contro la medesima esercita il fluido che le sovrasta; che l'equilibrio dei fluidi deve aver luogo in tutta la massa, in ogni colonna, in ogni strato, in ogni singola molecola fluida; che la pressione dei fluidi contenuti nei vasi è maggiore, eguale o minore del loro peso; e che l'equilibrio dei fluidi deve sempre risultare dall'eguaglianza delle contrarie pressioni.

Qualunque sieno le forze che animano una massa fluida in equilibrio, ogni molecola è sottoposta alla medesima pressione in ogni senso; senza di che si muoverebbe, scorrerebbe, e la massa tutta non resterebbe in equilibrio. Ogni particella in una massa fluida pesante e in equilibrio si tiene in riposo, perchè è contrastata da eguali e contrarie pressioni; e tutte le colonne in una massa fluida in equilibrio si tengono in quiete per l'eguaglianza delle loro pressioni contrarie. I fluidi omogenei nei tubi comunicanti di eguale o ineguale diametro, sia che sieno di massa eguale o no, si riposano alla medesima altezza in equilibrio in virtù dell'eguali pressioni che si contrastano. I fluidi eterogenei nei tubi comunicanti di eguale o ineguale diametro sempre si tengono ad altezze che sono in ragione inversa delle loro specifiche gravità, per equilibrarsi in forza delle loro eguali e contrarie pressioni. La superficie dei fluidi omogenei si compone a livello, pigliando la forma sferica o pure orizzontale, affinchè le pressioni sieno eguali e contrarie in ogni senso. Un corpo che è fornito della stessa specifica gravità del fluido in cui s'immerge, resta in quiete a qualunque altezza, che si profonda per l'eguaglianza delle pressioni. Un galleggiante sale ed emerge dal fluido per venirsi riposando alla superficie in cui trova una pressione verticale del fluido che contrasta, e distrugge esattamente il suo peso. Si resta stabilmente in equilibrio un galleggiante quando in ogni posizione ritorna, e va a ritrovare una pressione eguale, e contraria a quella con cui esso opera per mezzo

del suo centro di gravità. Tutto in somma l'equilibrio che interviene tra molecole e molecole fluide, tra masse e masse fluide, tra fluidi e solidi, nasce e risulta da pressioni eguali e contrarie che tra loro mutuamente si contrappesano. Imperciò l'equilibrio dei fluidi proviene da forze eguali e contrarie, che si distruggono, come quello dei solidi; la statica e l'idrostatica si riuniscono per lo stesso principio dell'eguaglianza delle forze; e tutto così nell'equilibrio dei solidi, come nell'equilibrio dei fluidi ci riconduce al caso di due corpi che si urtano direttamente con velocità, che sono in ragione inversa delle loro masse. Altra differenza non ci è che quella la quale nasce dall'indole differente delle forze, cioè a dire, che nell'urto dei corpi in moto la forza è finita, e risulta dal prodotto della massa per la celerità; là dove nelle pressioni la forza è elementare e nascente, e si misura dalla massa moltiplicata per il principio o elemento della celerità (num. 33 e 36). Nondimeno così le pressioni come le spinte e le forze motrici si distruggono e si fanno equilibrio, se sono eguali e direttamente opposte; e così le une come le altre, ove applicate sono ad una macchina qualunque, si contrappesano seguendo le leggi di equilibrio di questa macchina.

Essendo riposta tutta l'idrostatica nell'eguaglianza delle pressioni, che direttamente opponendosi mutuamente si distruggono; è chiaro che conviene ricercare il modo come si valutano le pressioni dei fluidi, e particolarmente dei fluidi pesanti, di cui noi trattiamo. Il metodo che si adopera per estimare le pressioni, è generale, e si esprime colla formola $p = abg$, cioè a dire la pressione è eguale ad un prisma di un fluido, la cui specifica gravità è g, b rappresenta la superficie premuta, e a l'altezza o distanza della superficie premuta da quella di livello. Coll'ajuto di questa formola, ove si voglia estimare la pressione che soffre una molecola qualunque in un fluido pesante incapace di compressione e in equilibrio, altro non si ricerca che conoscere la superficie della molecola premuta che rappresenta la base, la distanza di questa superficie da quella di livello, e la densità o specifica gravità del fluido. E similmente se ci piace di valutare la pressione a cui è sottoposto uno strato qualunque del fluido, o il fondo orizzontale di un vaso qualunque, in cui si contiene un fluido pe-

sante ed incompressibile in riposo, basta di misurare la superficie tutta del fondo o dello strato, le loro rispettive distanze dalla superficie estrema e superiore del fluido, e la gravità specifica del fluido. Finalmente la pressione tutta cui soggiace la superficie delle pareti si valuta per un prisma del fluido contenuto ne' vasi, e di cui è nota la specifica gravità, la cui base è tutta la superficie premuta della parete, e l'altezza la distanza del centro di gravità della parete dalla superficie di livello. Non ci restava, dopo tutto ciò, che applicare la formola ai fluidi pesanti compressibili in equilibrio, la cui specifica densità o gravità è diversa secondo le altezze diverse del fluido, e ciò l'abbiamo fatto valutando la pressione per un prisma dello stesso fluido di cui è nota la base, l'altezza e la media gravità specifica.

Conosciuta la pressione che soffre ogni molecola ed ogni strato del fluido in equilibrio, si comprende perchè perdendo una parte del suo peso profonda, o resta immobile o sale, e si mette a galla un solido immerso nell'acqua o in altro fluido. Chiunque si accorge che sia ben da distinguersi il peso di un fluido dalla pressione ch' esso fluido esercita, la quale può essere ora maggiore, ora eguale ed ora minore del peso della massa fluida in equilibrio; si discopre la ragione per cui due masse fluide ineguali si vanno ad equilibrare nei tubi comunicanti, e si trova il modo di spiegare il paradosso idrostatico, e come una piccola quantità di acqua sia capace di uno sforzo tale che vinca un peso enorme e maraviglioso. Estimata in fine la pressione dei fluidi, sia che sieno capaci o incapaci di compressione, si vede perchè il mercurio si tenga sospeso nel barometro, ed ora s' innalzi ed ora si abbassi; come le navi ancorchè cariche stieno a galla; quando il loro equilibrio sia stabile; a qual punto si fermino in aria i palloni areostatici, e tante altre operazioni della natura o delle arti chiaro si comprendono, e diventano verità elementari.

Nè queste verità sono semplicemente speculative. Sono esse che ci guidano nella costruzione delle dighe e delle conserve e dei muri di rivestimento. Si è ricavato da queste verità l' arte di livellare con comodità ed esattezza, e quella di provvedere alla sicurezza della vita e nei pericoli di mare per mezzo dello scaffandro. Siamo

debitori a questi principj dell'invenzione degl'idrometri e della bilancia idrostatica, col favore dei quali estimiamo con precisione e facilmente i pesi relativi dei corpi, e riduciamo in classi i medesimi, e li distinguiamo a traverso della loro apparente identità mediante le loro gravità specifiche. Ma questi ed altri utili insegnamenti che si ritraggono dall'idrostatica a pro delle scienze, delle arti e della società, sono il frutto che si è raccolto dopo la fatica di più secoli, come si potrà vedere dalla storia dell'idrostatica che ora brevemente esporremo.

229. Non si può dar principio alla storia dell'idrostatica senza ricordare innanzi d'ogni altro Archimede che diè il cominciamento a questa scienza, e seppe insieme per virtù del suo ingegno recarla a perfezione. Uno dei principj che trasse il suo spirito dalla meditazione, e che lo guidò nella dimostrazione delle verità idrostatiche, fu quello che ogni parte di un fluido è premuta da una colonna del medesimo fluido che verticalmente le sovrasta, e che quella parte del fluido la quale è più premuta caccia l'altra ch'è meno premuta. Colla scorta di questa verità di fatto e di esperienza, ch'egli tenne come principio, vide che la superficie di un fluido pesante verso il centro della terra dev'essere sferica; che un solido eguale in peso ad un volume eguale di fluido deve tutto sommergersi; e che i corpi più leggieri di un volume eguale di fluido debbono in parte emergere, discacciando un volume di fluido che pesa tanto quanto essi pesano. Incatenò a queste prime verità due conseguenti: cioè a dire, che i corpi meno pesanti dei volumi di fluido ad essi eguali, ove s'immergono, sono respinti all'insù con una forza eguale alla differenza tra il loro peso e il peso dei volumi del fluido; e che ogni corpo solido nell'immergersi nei fluidi perde di certo una parte del suo peso.

Ad illustrare l'equilibrio dei corpi che stansi a galla sopra i fluidi, seppe lo spirito di Archimede afferrare un altro principio, che sino ai nostri tempi è l'unico che possa determinare la stabilità dei corpi galleggianti. Stabilisce egli che tutto ciò ch'è spinto in alto da un fluido, è sempre sospinto per la perpendicolare che passa per il suo centro di gravità; e posto un sì fatto principio, e guidato dalla geometria, gli venne fatto di de-

terminare quale figura ricercasi nei corpi che nuotano, perchè inclinati riprendano il loro equilibrio, ed in quale caso inclinandosi si debbano rovesciare. E comechè tali speculazioni fossero state indi ampliate da Eulero, ed applicate da Bouguer con profitto alla costruzione dei vascelli; pure non si son potute ricavare da altri principj, che da quelli già recati innanzi da Archimede; dimodochè niente di nuovo si è aggiunto a quanto il geometra di Siracusa il primo vide e speculò.

Ristette l'idrostatica per più secoli nello stesso stato in cui nacque sotto Archimede, nè alcuno si trova tra i Latini o tra gli Arabi che profittando delle verità già discoperte abbia condotto più oltre questa scienza. Stevin fu il solo che sul finire del XV secolo valse a comprendere le speculazioni di Archimede, ad estenderle e a ricavarne nuove verità ed altri conseguenti. Imperciocchè fu egli il primo che insegnò a stimare la pressione cui soggiace ogni molecola in una massa fluida che si riposa in equilibrio, e seppe valutare non solo la pressione dei fluidi sopra il fondo orizzontale dei vasi che li contengono, ma quella ancora sopra le pareti verticali o inclinate de' vasi, che ricerca più forza di spirito trattandosi di raccogliere e misurare la somma di tante pressioni, che sono ineguali e diverse per li punti delle pareti che sono situati a diverse altezze. Oltre di che Stevin annunziò la prima volta che la pressione dei fluidi può essere maggiore del peso dei fluidi stessi racchiusi nei vasi, ed egli manifestò e dichiarò il tanto famoso paradosso idrostatico. Ma sebbene a giusta ragione si ricordino insieme i nomi di Archimede e di Stevin nell'idrostatica, perchè questi dopo l'intervallo di più secoli seppe per virtù del suo intendimento incatenare le proprie alle scoperte di quello; pure è da confessarsi che Galileo diede nuova forma a questa scienza, e da Galileo comincia una nuova epoca delle cose idrostatiche.

L'equilibrio dei fluidi nei tubi comunicanti, l'equilibrio dei solidi e dei fluidi e tutta la teorica *delle cose che stanno in su l'acqua, e che in quella si muovono,* non furono dimostrati come per lo innanzi con principj tratti dall'esperienza o dalle qualità particolari de' fluidi, ma con principj nuovi e generali, che riguardano tutti i corpi quali che si sieno nell'atto che si stanno in equilibrio, o sia la statica e l'idrostatica furono ami-

chevolmente congiunte da Galileo e ridotte ad unica scienza per mezzo delle celerità virtuali. Dietro lo splendore di questa nuova luce si misero a camminare Torricelli, Castelli, Borelli, gli Accademici del Cimento, e si fondò una nuova scuola in Italia che tanto ampliò ed illustrò le cose idrostatiche. Seguirono le onorate vestigia di Galileo, Descartes e Pascal, facendo uso delle celerità virtuali nell'idrostatica, e massimamente Pascal nel trattato dell'equilibrio dei liquori, allorchè dimostra la proprietà principale dei fluidi, cioè che una pressione qualunque applicata ad un punto della loro superficie si sparge e comunica egualmente a tutti gli altri punti. Siamo infine debitori a Galileo della bilancia idrostatica, per mezzo di cui si cominciarono ad estimare con precisione le specifiche gravità dei corpi, e si aggiunse un ramo novello di cognizioni alla fisica. E lasciando stare di far parola del teorema da Galileo dimostrato della mole dell'acqua che s'inalza nell'immergere un solido, o che si abbassa nell'estrarlo, e della spiegazione ch'esso fece del problema sciolto da Archimede intorno alla corona di Gerone, e di tanti altri belli teoremi di cui arricchì l'idrostatica; egli è certo che Galileo, perchè nuovi e generali principj immaginò, perchè inventò nuovi stromenti ed eccitò gl'ingegni a nuovi travagli, così in Italia come presso gli stranieri è giustamente da riguardarsi come il fondatore dell'idrostatica tra i moderni; nè deve recare maraviglia che dopo lui Mariotte e Pascal, Varignon, Parent e Pitot abbiano più generalmente e con più esattezza dimostrato alcune verità, o illustrato alcuni punti particolari di questa scienza.

L'idrostatica ricevette dopo Galileo una nuova spinta dalla quistione della figura della terra, che occupò Newton, Huyghens, Maclaurin e Clairaut. Si trattava allora di determinare le leggi dell'equilibrio di una massa fluida, di cui tutte le parti sono animate da forze qualunque, affinchè si stabilisse quale figura avesse preso la terra supposto da principio fluida. E comechè si fossero in quest'occasione varj principj immaginati; pure erano tutti particolari e insufficienti, e Clairaut fu quegli che colse tra tutti un vero e generale principio, dicendo che l'equilibrio di una massa fluida vuole che gli sforzi di tutte le parti del fluido si distruggano a vicenda; ricavò

da questo principio le leggi fondamentali di una massa fluida animata da qualunque forza, e trovò l'equazioni differenziali per esprimere analiticamente queste leggi; dimodochè se l'idrostatica apparve come nuova sotto Galileo per la novità e generalità del principio delle celerità virtuali, si sublimò e aggrandì, diventando un argomento di analisi per opera di Clairaut.

Alembert di poi espresse meglio e più generalmente che non fece Clairaut il principio dell'idrostatica, allorchè ricavò tutte le leggi dell'equilibrio dei fluidi dall'eguaglianza delle pressioni in ogni senso. Ma come questo principio, ancorchè vero e generale, non è che una verità di esperienza; perciò è stato abbandonato da La Grange, il quale con sottil pensamento ha ricavato le leggi dell'equilibrio dei fluidi dalla natura medesima dei fluidi, considerati come un ammasso di molecole dilicatissime perfettamente mobili in ogni senso; e ritornando in luce il principio delle celerità virtuali, l'ha applicato con sagacità ed eleganza all'equilibrio di ogni maniera di fluido. In questo modo le leggi dell'equilibrio de' fluidi sono ritratte dalla loro fluidità, o sia dalla loro natura e non dall'esperienza; il principio delle celerità virtuali dimostra le leggi dell'equilibrio dei solidi e dei fluidi; e l'idrostatica ridotta così a semplicità si riguarda oggi come un caso particolare della statica.

In mezzo a tante speculazioni si ha con singolar profitto applicato l'idrostatica alla costruzione delle dighe e dei vascelli, si sono inventate tante maniere d'idrometri e stabilite con esattezza le gravità specifiche dei corpi, e siamo già in istato di avvicinarci quanto meglio si può dalle teoriche alle pratiche, o sia di supplire a quell'intervallo che rende poco utili d'ordinario le più grandi e sublimi meditazioni.

L'idrostatica adunque fu condotta a scienza da Archimede, fu rinnovata da Galileo per il principio delle celerità virtuali, divenne generale e analitica per opera di Clairaut, fu abbellita da Alembert, e ridotta a semplicità da La Grange. Questi sono i principali periodi dell'aggrandimento dell'idrostatica, e così ce l'ha rappresentato La Grange nella breve istoria ch'esso ne tesse, da cui abbiamo in parte ritratto le notizie che brevemente abbiam rapportato.

DELLA DINAMICA

PARTE PRIMA

230. Essendosi da noi preso a considerare tra gli effetti del moto l'urto dei corpi, come quello che ci è più familiare, e tra i fenomeni dell'urto il più semplice, cioè a dire quello di due corpi che urtandosi direttamente con eguali e contrarie quantità di moto tra loro si equilibrano; è tempo ora mai di ricercare i casi ulteriori in cui i corpi urtandosi con quantità di moto ineguali non si equilibrano, e non equilibrandosi si muovono obbedendo all'azione delle forze da cui sono sollecitati; o sia è tempo di rivolgerci dalla considerazione della quiete a quella del movimento dei corpi, dalla statica, che fonda le leggi dell'equilibrio, procedendo più oltre alla dinamica, che determina i moti che da forze date si producono. Cominciando a trattare di questa scienza, pare a prima vista ch'essa voglia leggi e principj diversi da quelli dell'equilibrio e della quiete dei corpi, come diverso è l'oggetto della statica da quello della dinamica. Ma ciò non ostante siamo in istato di annunziare che la dinamica si può considerare come un ramo della statica, e che le leggi del movimento dei corpi a quelle riduconsi, e da quelle dipendono che hanno luogo nel loro equilibrio. Quando più corpi in moto si urtano, si tirano o si respingono, dopo che hanno sortito un cangiamento operando a vicenda gli uni sopra gli altri, prendono realmente alcuni moti, ed altri che prima aveano si trovano in essi corpi distrutti. I moti che pigliano dopo la loro mutua azione sono tali che se da principio soli fossero stati impressi ai corpi, il loro moto si sarebbe potuto conservare senza che tra loro reciprocamente si avessero turbato; e i moti che si trovano distrutti dopo la loro mutua azione, sono tali che se da principio fossero stati impressi soli ai corpi, questi in virtù della loro reciproca azione si sarebbero tenuti in equilibrio e in riposo. Da questa considerazione ricavò Alembert il modo il più semplice di ridurre la

dinamica alla statica mettendo per principio generale: *se più corpi tendono a muoversi con celerità e direzioni che sono obbligati a cangiare per la loro mutua azione, si possono riguardare questi moti come composti di quelli che i corpi realmente piglieranno, e di altri moti che sono distrutti; e perciò questi moti distrutti debbono essere tali che i corpi animati da questi soli movimenti si manterrebbero in equilibrio.* Si può facilmente comprendere dalla esposizione di questo principio, che sciolto ognuno dei moti opposti di più corpi in due componenti, dei quali l'uno si annulla perchè si distrugge, l'altro componente che resta è il moto che piglia ciascuno dei corpi dopo la loro mutua azione; e si determina così dai moti distrutti o dalla condizione dell'equilibrio il moto del sistema di questi corpi. Per lo che il principio di Alembert non ci somministra immediatamente la soluzione dei problemi di dinamica, ma riduce le questioni del moto a questioni di equilibrio, e c'insegna così a ricavare la soluzione dei problemi dinamici dalle condizioni dell'equilibrio. È stata con questo artifizio ricondotta la dinamica alla statica; e la statica, l'idrostatica e la dinamica non sono divenute che una scienza, la quale tutta si regola per mezzo delle leggi generali dell'equilibrio.

231. Non si può quindi togliere che gli stessi principj, cioè a dire l'inerzia, l'equilibrio e la composizione delle forze, i quali ci hanno guidato a spiegare tutti gli argomenti e la dottrina della statica, sono ancor essi bastevoli a risolvere tutte le questioni della dinamica. Infatti per l'applicazione del principio d'Alembert non ricercasi che la scomposizione delle forze e l'equilibrio, ed altro non si suppone se non che i corpi non possono da per loro cangiare di stato, ma in virtù dell'azione d'una causa straniera, o sia altro non suppone che l'inerzia. Ma siccome nell'adoperare il principio di Alembert nelle questioni di dinamica spesso riesce difficile a determinare le celerità distrutte, e a definire le leggi dell'equilibrio tra queste forze; così La Grange a togliere ogni difficoltà pensò di combinare il principio di Alembert con quello delle celerità virtuali; e in questo modo ridusse non solo la dinamica all'equilibrio, ma sciolse tutte le questioni della statica e della dinamica coll'istesso principio e collo stesso metodo semplice ed analitico.

Si potrebbero qui aggiungere i principj filosofici, e la maniera astratta e intellettuale con cui Prony ha trattato la determinazione dei movimenti dei corpi nella sua *Meccanica filosofica;* e come si è oggi ricavato dalle nozioni sole e generali di mobilità e di potenza, senza alcuna considerazione del tempo, la composizione delle forze e l'equilibrio; e come unendo la nozione di tempo a quelle di mobilità e di potenza si è determinato il moto dei corpi: ma non è conceduto a noi d'intraprendere simili ricerche e di esporre metodi così sublimi, trattando la meccanica di una maniera tutta esperimentale e senza l'ajuto dei calcoli. Crediamo di aver provveduto abbastanza alle nostre istituzioni elementari, quando conducendo per quanto si può a generalità gli esperimenti per mezzo dell'algebra elementare suppliamo all'intervallo che passa tra i fatti particolari e i risultamenti generali dell'analisi. Si vedranno con questo metodo chiare le verità per mezzo dell'esperienze, si ridurranno a principj per mezzo dell'algebra elementare; e preparati così gli ingegni a ricevere le verità della fisico-matematica, si eccita negli animi dei giovani il desiderio di conoscere più oltre, additando come da lontano i sublimi metodi analitici, i maravigliosi progressi dello spirito umano, e i campi vastissimi in cui il nostro intendimento si spazia e sicuramente cammina colla scorta dell'analisi.

232. Ritornando ora alla considerazione dei corpi che urtandosi tra loro non si equilibrano, innanzi di ogni altro conviene distinguere quando i corpi si urtano per una linea retta che passa per li loro centri di gravità ed è perpendicolare alle loro superficie di contatto, e quando no; perciocchè nel primo caso l'urto dicesi *diretto*, e nel secondo *indiretto.* Oltre di che i corpi che s'imbattono tra loro possono appartenere alla classe dei corpi duri, o pure a quella degli elastici; e secondo che sono elastici o pure duri, sono diversi i cangiamenti che si cagionano col loro urto, e diverse le leggi della comunicazione del moto. E però è da farsi parola dell'urto diretto dei corpi così duri come elastici, e parimente dell'urto indiretto degli uni e degli altri. E sebbene non sianvi corpi perfettamente elastici, nè corpi del tutto duri (num. 8 e 12); pure si suppongono tali; perciocchè conoscendo le leggi dell'urto dei corpi che sono forniti di

perfetto elaterio, o interamente duri, potremo facilmente applicare le medesime alla comunicazione dei moti dei corpi che più o meno si discostano da un eminente elaterio o da una perfetta durezza.

233. E per comprendere il principio su cui di ordinario fondano le loro dimostrazioni i meccanici trattando dell'urto dei corpi, o di qualunque altro modo che operano gli uni sopra gli altri, è da sapersi che il cangiamento di stato prodotto in un corpo qualunque A da un altro corpo qualunque B, si chiama azione di B. E siccome B per causa della sua azione sopra A perde una porzione della sua forza, questa perdita di forza di B cagionata dalla sua azione sopra A si chiama *reazione* di A. Così i cavalli tirando la carrozza esercitano la loro azione sopra la carrozza mettendola in movimento; ma la carrozza esercita una reazione sopra i cavalli, perchè questi operando sulla carrozza perdono una parte della loro forza. Ora si vede che quanto la calamita tira il ferro, tanto il ferro attira la calamita; quanto si preme col dito una molla, tanto la molla preme in senso contrario il dito; quanto un peso tira il filo che lo sostiene, tanto il filo tira il peso, ed in generale in tutte le azioni della natura si osserva, ed è divenuto un principio, che *la reazione è sempre eguale e contraria all' azione.*

234. Ma alcuni si sono dati a credere che l'eguaglianza dell'azione e della reazione suppone una forza particolare nella materia, e che questa forza sia proporzionale alle masse per cui i corpi reagiscono quando sono urtati, sospinti, attirati, ec.; ma oggi da molti altrimenti si pensa. Poichè l'eguaglianza dell'azione e della reazione risulta da ciò, che un corpo non può acquistare un moto per l'azione di un altro corpo senza che ne lo spogli, nello stesso modo che un vaso si riempie a spese di un altro ch'è pieno e con cui comunica. E però si comprende che dall'inerzia nasce che in ogni mutazione di moto la somma delle quantità di moto in ogni senso è costante, e da questo principio si ricava che non vi è azione senza una reazione eguale e contraria.

235. I matematici spiegano di una maniera molto facile l'eguaglianza e contrarietà dell'azione e reazione. Siccome l'azione di A soprà B comunica a B una quan-

tità di moto Q; così concepiscono che il corpo B prima dell'azione sia fornito delle quantità di moto $+Q$ e $-Q$, o sia concepiscono che il corpo B sia sollecitato avanti l'azione dalla quantità di moto Q, e da un'altra eguale e contraria $-Q$. Segue da ciò che l'azione di A ad altro non si riduce che a distruggere la quantità di moto $-Q$; ma perchè A per distruggere $-Q$ deve impiegare un'eguale e contraria quantità di moto $+Q$; perciò all'azione di A, che distrugge $-Q$, corrisponde eguale e contraria la reazione di B, che distrugge la quantità di moto $+Q$ in A, ed il corpo B dopo l'azione si trova fornito della quantità di moto Q che gli resta. In seguito di questa considerazione è chiaro che un corpo non può acquistare alcun moto per mezzo dell'azione di un altro senza che ne lo spogli; e che generalmente nell'azione mutua de' corpi la reazione è sempre eguale e contraria all'azione. Ora questi principj, che da noi sono stati annunziati, ci apparecchiano la strada a dichiarare il moto de' corpi, i quali, urtandosi tra loro direttamente o indirettamente, non si equilibrano.

CAPO PRIMO

DELL' URTO DIRETTO DE' CORPI DURI.

Riguardandosi i corpi duri o molli, è chiaro che sono differenti gli uni e gli altri dagli elastici; perchè i corpi elastici hanno per loro carattere distintivo di restituirsi dopo la compressione, e i molli sono incapaci di restituirsi, e i duri resistono del tutto ad ogni compressione. E siccome la facoltà che hanno i corpi elastici di ritornare del tutto, dopo che sono stati compressi, allo stato primiero, è la causa per cui stan sottoposti a leggi particolari, allorchè si urtano tra loro e si comunicano il moto; così si comprende in generale che i corpi duri e molli, perchè non si restituiscano, debbono regolarsi ed urtare secondo leggi comuni tra loro, ma diverse da quelle dei corpi elastici. E veramente tra i corpi duri e molli altra differenza non si trova nel comunicarsi il moto che quella del tempo; poichè i corpi duri si comunicano il moto quasi in un istante, e ne' molli, come cedenti, dura più la loro azione quando si urtano, e a

poco a poco e in più tempo si comunicano il movimento. Ma questa differenza di tempo nell'azione mutua dei corpi duri e molli non porta seco nè può recare alcuna differenza nei risultamenti dell'urto e delle loro mutue azioni; e poco monta se una quantità stessa di moto si comunica a poco a poco, o pure tutta ad un tratto, purchè sia sempre costante, che la medesima quantità di moto si comunica tutta. Non è quindi da maravigliare se noi trattando dei corpi duri eseguiremo gli esperimenti per mezzo dell'azione mutua dei corpi molli, atteso che così i corpi duri come i molli sono sottoposti alle medesime leggi, e ci somministrano gli stessi effetti; molto più che ci riesce più facile e più comodo di eseguire gli esperimenti coi corpi molli che coi duri.

Esperimento I.

Si sospendano ai due fili di eguale lunghezza pendenti da *a* e *b* nella macchina detta di Mariotte (*fig.* 68) due palle *B* e *A* di argilla di massa eguale. Ma mentre *A* pende perpendicolarmente e stassi in quiete collocata rimpetto a zero della graduazione apposta nella macchina, la palla *B* si allontani dallo zero della graduazione per 4°, e poi si lasci cadere in modo che s'imbatta direttamente contro la palla *A*. Dopo l'urto si osserva che le palle *A* e *B* si muovono colla stessa direzione che avea *B* prima dell'urto, e ambedue percorrono 2°.

236. La palla *B* urta la palla *A* in riposo colla celerità come 4, e considerando la sua massa come 1, urta *A* colla quantità di moto parimente come 4. Dopo l'urto la palla *B* resta con una velocità come 2, perchè trascorre 2°, e con una quantità di moto come 2. La palla *A* però dopo l'urto guadagna la velocità perduta da *B*, si muove colla stessa velocità di *B* perchè trascorre egualmente 2°, e acquista una quantità di moto come 2 perchè la sua massa si considera pure come 1. E siccome la quantità dell'urto non si può in altro modo misurare che dalle mutazioni delle quantità di moto che avvengono alle due palle dopo l'urto; perciò la quantità dell'urto è come 2; perciocchè la quantità di moto nella palla *A* prima dell'urto era zero, e dopo l'urto fu 2, e la quantità di moto nella palla *B* prima dell'urto era 4, e dopo divenne 2.

Esperimento II.

Se la palla *A* in riposo sia di due libbre e l'altra *B* di una libbra, e se la palla *B* venga ad urtare *A* in riposo con una velocità come 6; si osserva che dopo l'urto la palla *A* si muove nella stessa direzione che avea *B* prima dell'urto, e ambedue percorrono 2°.

237. La palla *B*, che prima dell'urto era fornita di una velocità e quantità di moto come 6, resta dopo l'urto con una velocità e quantità di moto come 2. Ma la palla *A* acquista dopo l'urto una velocità come 2 ed una quantità di moto come 4, perchè la sua massa è come 2. La quantità infine dell'urto computata dalle mutazioni nelle quantità rispettive di moto nelle due palle è come 4.

238. Da questi ed altri simili esperimenti, che si potrebbero variare in più modi con palle di masse diverse e con diverse velocità, si ricava primieramente che le velocità delle due palle dopo l'urto sono eguali così nella palla che urta, come in quella che è urtata. Infatti così nel primo come nel secondo esperimento la velocità di *A* e *B* fu rappresentata da due gradi. La velocità del corpo urtante in secondo luogo si divide nell'urto in ragione delle masse urtante ed urtata, e ciò che si perde da *B* è eguale a quello che si guadagna da *A*. Così nel primo esperimento, in cui la velocità di *B* era come 4 e le due palle erano di eguali masse, si divise la velocità tra *A* e *B* in parti eguali, o sia tra 2 e 2; e nel secondo esperimento, in cui la velocità di *B* era come 6 e le masse di *A* e *B* erano :: 2 : 1, la velocità si divise nell'urto :: 4 : 2, o sia :: 2 : 1 nella stessa ragione delle masse. La somma in fine delle quantità di moto prima dell'urto è eguale alla somma delle quantità di moto dopo dell'urto. Imperocchè nel primo caso la quantità di moto era avanti dell'urto 1×4, e dopo fu $1 \times 2 + 1 \times 2$ o sia $= 4$; e nel secondo caso era prima $= 1 \times 6$, e dopo l'urto risultò $1 \times 2 + 2 \times 2 = 6$.

239. Tali verità, che sono state da noi ricavate immediatamente dall'esperienza, si possono confermare colla ragione e col calcolo. Siccome la massa urtante *B* preme la massa *A* in virtù della sua velocità; così deve

avvenire che B operi sempre e prema ed urti finchè la sua velocità sia maggiore di quella comunicata ad A, ed allora non potrà più operare e premere, e i corpi non si potranno più nuocere e turbare tra loro, quando ambe le masse A e B avranno la medesima ed eguale velocità. Indi è che nell'urto dei corpi non elastici l'azione dura sin che i corpi abbiano acquistato la medesima velocità, e che i due corpi dopo l'urto si muovono con eguale velocità. E perchè le due masse A e B nell'atto dell'urto, e nel tempo che si premono, formano unico sistema e come una sola massa; perciò ne segue che la velocità, la quale era nella massa sola B prima dell'urto, si deve spargere e diffondere per ambedue le masse, o in tutto il sistema nel tempo dell'urto; o sia dividendosi la celerità tutta di una massa ad ambe le masse che in quel momento formano un sistema, è di necessità che la quantità di moto si divida tra la massa urtante ed urtata in ragione delle masse. E però dopo l'urto perdendo l'una massa velocità, e l'altra acquistandone, prendono ambedue un'eguale velocità. Finalmente in virtù dell'inerzia non potendosi distruggere alcuna quantità di moto dalla massa urtata ch'è in riposo, nè potendosi aumentare dalla massa urtante nell'atto dell'urto la sua quantità di moto; chiunque si persuade che l'azione della massa urtante si riduce a comunicare una porzione della sua quantità di moto alla massa urtata che si ritrova in riposo; ma che la somma delle quantità di moto prima dell'urto deve restare costante, ed eguale a quella che risulta dopo l'urto. Ciò posto, si chiami M la massa B che urta, e V la sua velocità, m la massa A urtata che stavasi in riposo, e v la velocità comune ad ambe le masse dopo l'urto, sarà $MV = (m + M)v$, o sia $v = \frac{MV}{m + M}$, che si può così esprimere: *allorchè un corpo non elastico in moto va ad urtare un altro corpo non elastico in riposo, la velocità comune di questi due corpi dopo l'urto è uguale alla quantità di moto che avea il primo corpo innanzi l'urto, divisa per la somma delle masse.*

240. Viene da questa legge, che qualunque sia la piccolezza del corpo urtante in riguardo all'urtato, sempre si comunica dall'uno all'altro una velocità reale, sebbene questa sia e comparisca insensibile. Imperciocchè

dovendosi diffondere e come dividere la forza del corpo urtante tra la massa propria e quella del corpo urtato, che si considera pressochè come infinita, è facile a comprendersi che per una sì fatta diffusione non può dopo l'urto mostrarsi sensibile la velocità comune acquistata dai due corpi. Quando adunque un corpo di piccola massa va urtando un ostacolo invincibile e di una massa pressochè infinita, non è che si distrugga la velocità del corpo urtante, siccome comparisce agli occhi nostri; ma si dissemina egualmente pel numero infinito delle molecole, da cui risultano i due corpi urtante ed urtato, e disseminandosi s'imprime una velocità reale sì, ma insensibile.

Esperimento III.

Se la palla *A* nella macchina di Mariotte si allontana dal punto zero della graduazione per 6°, e la palla *B* eguale in massa ad *A* si allontana dalla parte opposta per 4°, e poi nello stesso tempo lasciandosi cadere vengono ad incontrarsi tra loro in senso contrario; si osserva che ambe le palle si muovono nella direzione di *A*, e ambedue scorrono lungo la linea graduata per un solo grado.

241. La palla *A* in questo esperimento ha prima dell'urto una velocità ed una quantità di moto ch'è rappresentata da 6, e la palla *B* una velocità e una quantità di moto come 4. Ma siccome *A* e *B* si urtano direttamente ed in senso contrario; così la quantità di moto di *B*, ch'è 4, si distrugge da una quantità eguale di moto di *A*, o sia resta in *A* una quantità di moto come due. E perchè ad *A* resta una celerità come due; perciò dopo la distruzione delle due eguali e contrarie quantità di moto di *A* e *B* perdura l'azione di *A* sopra *B*; *A* le imprime una parte della sua celerità residua, e le due palle si muovono nel medesimo senso di *A* con una celerità comune o sia di un grado, e con una quantità di moto anche eguale, perchè le due palle *A* e *B* sono di masse eguali. La quantità poi dell'urto è come 5; perciocchè la quantità di moto di *A*, ch'era 6, dopo l'urto si ridusse ad 1; e la quantità di moto di *B*, ch'era 4, e diretta in senso contrario di *A*, divenne 1, e diretta nel medesimo senso di *A*, per cui nell'urto sortì un

cangiamento di perdere 4 di quantità di moto che avea prima dell' urto, e di acquistare una quantità di moto come 1 in senso contrario a quello che avea prima dell' urto.

242. Ora riflettendo a questo esperimento, si vede che il secondo caso dell'urto si riduce al primo da noi sopra spiegato. Imperocchè tolte nelle due palle *A* e *B* le due quantità di moto eguali e contrarie che si annullano, perchè si equilibrano, la palla *B*, che nell'urto ha distrutta tutta la sua quantità di moto, si può considerare come se fosse in riposo; e tolta dalla palla *A* quella quantità di moto che si distrugge ed equilibra con la quantità di moto di *B*, si può considerare come se venisse ad urtare la palla *B* in riposo colla celerità residua. Segue da ciò che dopo l'urto (num. 239) la quantità di moto residua in *A* si divide tra *A* e *B* in ragione delle masse, e che quella parte la quale si perde da *A* si guadagna da *B*, ec. E siccome tolte le quantità di moto contrarie, che si equilibrano, la quantità di moto residua alla palla *A* è eguale alla differenza delle due quantità di moto di cui erano animate le palle prima dell'urto; così è chiaro che la somma delle quantità di moto dopo l'urto sarà eguale alla differenza delle quantità di moto che sollecitavano i corpi a rincontrarsi prima dell'urto. E però chiamando M, m le due masse, V e u le due rispettive velocità prima dell'urto, e v la velocità loro comune dopo l'urto, sarà $v(M+m)=MV-mu$, e riducendo $v=\frac{MV-mu}{M+m}$, o sia *quando due corpi non elastici in movimento si vanno ad urtare in senso contrario, la velocità comune dopo l'urto è eguale alla differenza delle quantità di moto divisa per la somma delle masse.*

Esperimento IV.

Se la palla *A* di 3 once si muove con 9° di velocità, e dopo averla raggiunta urta la palla *B* di 2 once, che si muove nella medesima direzione con 4° di velocità; allora le quantità di moto prima dell'urto saranno 27 e 8, la comune velocità che piglieranno *A* e *B* sarà 7, le quantità di moto dopo l'urto saranno 21 e 14, e la quantità dell'urto sarà 6.

243. Questo terzo caso dell' urto si può ridurre al

primo nell'istesso modo che abbiamo fatto per il secondo. Imperocchè in virtù delle celerità comuni le due palle non potrebbero urtarsi, e si possono considerare come se fossero ambedue rispettivamente in riposo, o sia in virtù dei 4° comuni di velocità le due palle non operano tra di loro. È dunque coll'eccesso della velocità o sia con 5° di velocità che *A* opera, preme ed urta la palla *B* nell'istesso modo come se *B* non fosse in moto. E però è da conchiudersi che quando due corpi non elastici si muovono per la stessa direzione con celerità ineguali, l'urto avviene come se il corpo urtante fosse fornito di una velocità eguale alla differenza delle due velocità dei corpi, e come se il corpo urtato fosse in riposo, o sia l'urto in questo terzo caso succede secondo le leggi del primo. Infatti la velocità di 5° della palla urtante si ripartirà in 3° e 2° tra le due palle, cioè in ragione delle masse che sono tre once e due once. Ma perchè 2° di velocità in una massa come 3 somministrano una quantità di moto come 6, e una sì fatta quantità di moto, o forza come vuol dirsi (num. 37) divisa ad una massa come 2, anima questa massa con 3° di velocità; così dopo l'urto ne risulta nelle due palle *A* e *B* una velocità come 3°, la quale aggiunta ai 4° di velocità comune, di cui erano sollecitate le palle, fa che le due palle si muovano dopo l'urto per la stessa direzione con una velocità comune di 7°. Dopo ciò, è manifesto che la somma delle quantità di moto $3 \times 7 + 2 \times 7 = 35$, di cui sono agitate le palle dopo l'urto, è eguale a $3 \times 9 + 2 \times 4 = 35$, ch'è la somma delle quantità di moto prima dell'urto; e che la quantità dell'urto è 6, perchè la quantità di moto della palla *A* da 27 si mutò per l'urto in 21, e quella dalla palla *B* da 8 si mutò in 14. Posti dunque questi ragionamenti, e conservate le solite denominazioni, si avrà $v(M+m) = MV + mu$ o sia $v = \frac{MV + mu}{M + m}$, e si può stabilire che *quando due corpi non elastici sono in movimento per la stessa direzione, e si urtano, la velocità comune dopo l'urto è eguale alla somma delle quantità di moto divisa per la somma delle masse.*

244. Volendo ora raccogliere tutti i casi dell'urto, ed esprimere con un'unica formola la velocità che piglieranno i corpi non elastici dopo l'urto, in qualunque modo

ch'essi vengano direttamente a rincontrarsi, si può stabilire che $v=\frac{MV \pm mu}{M+m}$. Imperocchè dalla sola inspezione della formola è chiaro che il segno $\pm$ ha luogo secondo che i corpi si urtano muovendosi nella medesima o pure in direzione contraria; e se i due corpi si urtano in senso contrario con eguali quantità di moto, la formola si riduce a $v=\frac{0}{M+m}$, o sia la velocità dopo l'urto è nulla, siccome deve avvenire in virtù dell'equilibrio (num. 58). Nel caso poi che il corpo urtato si trova in riposo, perchè la di lui velocità è eguale a zero, la quantità $\pm mu$ si riduce a zero, e la formola ci somministra $v=\frac{MV}{M+m}$; dove se il corpo urtato è un ostacolo invincibile, e si considera m come di una massa infinita in riguardo a M, si avrà $v=\frac{MV}{M+\infty}$, o sia la velocità dopo l'urto sarà insensibile, come abbiamo già dichiarato (num. 240). Si può dunque raccogliere, dopo ciò, come regola generale in tutti i casi dell'urto de' corpi non elastici, che, *se due corpi non elastici vengono ad urtarsi secondo una direzione che passa per il loro centro di gravità, essi prendono una celerità comune eguale alla somma delle quantità di moto di cui erano animati avanti l'urto, divisa per la somma delle masse.*

245. I corpi adunque urtandosi si dividono le loro quantità di moto in proporzione delle masse, perchè i corpi nell'atto dell'urto formano un'unica massa ed un unico sistema. E però il centro di gravità de' corpi, i quali si urtano, si muove dopo l'urto colla stessa velocità e direzione con cui muoveasi prima dell'urto. Poichè siccome dividendo la quantità di moto di un corpo per la massa del medesimo ne risulta la velocità del centro di gravità di questo corpo; così dividendo la somma delle quantità di moto del sistema di due corpi i quali si urtano, somma che si mantiene costante prima e dopo l'urto, per la somma delle masse, si conosce che la velocità del centro di gravità del sistema, o de' due corpi, e la direzione con cui muovesi dopo l'urto, è la stessa ed eguale a quella con cui moveasi prima dell'urto.

246. Si può estendere ed applicare la legge, secondo

cui i corpi si comunicano il moto nell' urto, all' azione mutua de' medesimi, allorchè si tirano per mezzo di fili, o pure si sospingono per una verga inflessibile. Poichè il filo che congiunge il centro di gravità di due corpi, o la verga che passa a traverso dei loro centri, non è altro che un mezzo o una linea per cui i corpi si trasmettono il moto; e potendosi considerare l' azione de' corpi applicata a qualunque punto della loro direzione, è manifesto che i corpi per via di fili o di verghe operano nello stesso modo come se immediatamente tra loro si urtassero. Anzi volendo rendere più generali le leggi della comunicazione del moto, che si osservano nell' urto de' corpi non elastici, si può stabilire che non solo queste leggi han luogo quando i corpi che si urtano sono animati da celerità finite, ma altresì quando sono sospinti da celerità infinitamente piccole, che per un aumento continuo ed istantaneo divengono dopo un tempo finito celerità finite, o sia (num. 33) quando sono sospinti da pressioni. Perchè, qualunque sieno le forze che animano i corpi nell' urto, sempre egli è vero che la somma delle quantità di moto prima dell' urto dev' essere eguale a quella dopo l' urto, e che le quantità di moto si debbono dividere nell' atto dell' urto in ragione delle masse, o sia si debbono sempre mandare ad effetto le leggi stabilite. Così se due corpi, dopo di essersi rincontrati colle celerità V ed u, e dopo di aver preso la celerità comune v, riceveranno degli aumenti insensibili ed infinitamente piccoli di celerità che possiamo esprimere V', u', l' accrescimento della loro celerità comune sarà $v' = \frac{MV' + mu'}{M + m}$; o sia allorchè due corpi non elastici si saranno urtati colle celerità V e u a partir da questo istante, le loro celerità in ciascuno degli istanti che seguono diventeranno $v + \left(\frac{MV' + mu'}{M + m}\right)$. Imperciò si può conchiudere che la formola generale da noi stabilita per la comunicazione del moto de' corpi che direttamente si urtano, ha luogo, sia che i corpi operino tra loro per fili o per verghe, o che siano animati da velocità finite, o pure da celerità infinitamente piccole. D' onde si ricava che il centro di gravità di un sistema di corpi non cangia il suo moto, la sua direzione, la sua velocità per la mutua azione de' corpi tra

loro, sia che i corpi si urtino con velocità finite o infinitamente piccole, sia che tirino per fili, o si sospingano per verghe inflessibili che passano a traverso dei loro centri di gravità.

CAPO II.

DELL' URTO DIRETTO DE' CORPI ELASTICI.

247. Ricordando qui la nozione dell'elasticità dei corpi da noi dichiarata (num. 10), corre alla mente di ognuno che nell' urto dei corpi elastici le parti dei medesimi, le quali vengono in contatto, prima cedono all' azione dell' urto, si comprimono e mutano figura, e poi, ove la compressione è giunta al grado più alto, si restituiscono in virtù dell'elaterio, e ripigliano la loro primiera figura. Segue da questa considerazione che l'azione nell'urto dei corpi elastici dura finchè i corpi sieno ritornati in virtù del loro elaterio alla stessa posizione rispettiva in cui erano nell'atto che cominciò la compressione, a differenza dei corpi non elastici, la cui azione dura finchè abbiano essi acquistato una comune velocità (num. 239). Oltre di che è da porre mente nell' urto de' corpi elastici, che avvenendo compressione di parti per l' urto e restituzione delle medesime per l'elaterio, l'una e l'altra si riducono ad effetto secondo le medesime leggi; perciocchè ne' corpi perfettamente elastici, come da noi si considerano, la restituzione è eguale, e si corrisponde esattamente alla compressione. Finalmente, siccome da principio il corpo urtante ed urtato si comprimono, e poi restituendosi operano di nuovo l'uno contro l'altro; così è chiaro che nell' urto dei corpi elastici ha luogo una doppia azione ed una doppia reazione. Indi è che nell' urto de' corpi elastici la prima azione succede come ne' corpi non elastici, cioè a dire secondo le leggi da noi spiegate nel loro urto; ma che per la seconda azione e reazione vengono a cangiarsi, e a farsi diversi i risultamenti dell' urto dei corpi forniti di elaterio da quelli che ne sono privi.

Esperimento I.

Appese due palle di avorio A e B di eguale diametro o massa alla macchina di Mariotte, ove A si tiene in riposo, e l'altra B si lascia cadere da 6°, si osserva che la palla urtante B nel punto del contatto perde ogni moto e si mette in quiete, e la palla urtata A acquistando lo stesso moto di B trascorre lungo la graduazione per 6°: o sia una palla di avorio urtando direttamente contro una palla di avorio in riposo di egual peso, le comunica presso a poco tutta la velocità dell'urto, e dopo la percossa rimane quasi in quiete.

Esperimento II.

Se in luogo di due palle A e B si dispongano in linea retta nella macchina di Mariotte i centri di quante si vogliano palle contigue di avorio di eguale peso; e la prima vada ad urtare la seconda nella direzione della linea che congiunge i loro centri; si osserva che la palla più lontana dall'urto si separa dalle altre con una velocità prossimamente uguale a quella della palla urtante, e questa colle intermedie resta quasi in quiete.

248. Le due palle A e B urtandosi da principio si comprimono, e la loro compressione dura sino che pigliano ambedue una comune velocità. L'urto adunque della palla B contro A avviene in virtù della sola compressione come tra corpi non elastici, secondo le leggi già dichiarate (num. 244), e la palla B comunica ad A 3° di velocità, o sia A e B in virtù della compressione si moverebbero con una velocità comune di 3°. Ma siccome finita la compressione si sviluppa l'elaterio delle palle, e ritornando di nuovo allo stato primiero si esercita una forza di restituzione eguale, e contraria a quella di compressione; così ne segue che doppia è l'azione e la reazione, doppia la perdita di velocità della palla urtante B, e doppia parimente è la velocità che acquista la palla urtata A. La palla B perde 3° di velocità per la compressione, e 3° per la restituzione delle parti, o sia resta in quiete, e priva di velocità e di moto; e la palla A si muove colla velocità di 6°, o sia con quella stessa con cui moveasi B prima dell'urto.

Questo passaggio della velocità tutta della palla urtante *B* nella palla urtata *A* di eguale massa, avviene parimente con un numero qualunque di palle di eguale massa; perciocchè la prima palla che urta comunica tutta la velocità propria alla seconda, e questa alla terza, e così successivamente sino all'ultima, la quale non comunicando ad altri la sua velocità si mette sola in movimento con quella stessa velocità con cui la prima cadde ed urtò la seconda.

249. Riflettendo a questi esperimenti si osserva: 1.° Che sottraendo o aggiungendo alla velocità comune che piglierebbero i corpi se non fossero elastici, la velocità perduta o guadagnata, si conosce subito la velocità con cui si muovono i corpi elastici dopo l'urto. Così la velocità comune fu di 3°, e sottraendo da 3° la velocità perduta dalla palla urtante *B* o sia 3°, ne segue che $3^{\circ} - 3^{\circ} = 0$, e dopo l'urto la palla *B* si mette in riposo; ed al contrario aggiungendo a *A* la celerità guadagnata, o sia 3°, si ha $3^{\circ} + 3^{\circ} = 6^{\circ}$, e la palla elastica *A* dopo l'urto si muove colla stessa velocità di *B*, o sia con 6° di velocità. 2.° La differenza delle velocità è la medesima prima e dopo l'urto, perchè $6^{\circ} - 0$ fu prima dell'urto, e $6^{\circ} - 0$ risultò dopo l'urto. 3.° La somma dei prodotti di ciascuna massa per il quadrato delle rispettive velocità è la stessa prima e dopo l'urto. Infatti $M \times 6^2 + m \times 0^2 = 1 \times 36$ era la somma dei prodotti delle due palle per il quadrato delle loro velocità prima dell'urto, e dopo l'urto restò la stessa, o sia $m \times 6^2 + M \times 0^2 = 1 \times 36$.

250. Non ci è dubbio che la velocità comune che pigliano le due palle in virtù della sola compressione, esprime, in riguardo alla palla *B* urtante, la velocità di cui era essa animata prima dell'urto diminuita della velocità che perdette nell'atto della compressione; ed in riguardo alla palla *A* urtata, la velocità di cui era sospinta prima dell'urto accresciuta della velocità che guadagnò per causa della compressione. Ma siccome in forza della restituzione o dell'elaterio si fa nella palla urtante *B* una perdita di velocità eguale alla prima, e nella palla urtata *A* si fa un acquisto di velocità eguale al primo; così resta dimostrato che, *per avere la velocità con cui muovonsi due corpi elastici dopo l'urto è di necessità che si aggiunga o sottragga dalla celerità comune, che essi piglierebbero se fossero privi di elaterio, la*

celerità che perderebbero o acquisterebbero in sì fatta ipotesi.

Ora volendosi esprimere in linguaggio algebraico la legge da noi ora ricavata, si chiamino V e u le celerità delle due palle innanzi l'urto, e M, m le due masse eguali. Allora la velocità comune che piglieranno le due palle in virtù della compressione, ove non si considerano come elastiche, pel num. 239, sarà $= \frac{MV}{M+m}$; la velocità perduta dalla palla urtante B sarà espressa da $V - \frac{MV}{M+m}$; e questa velocità sottratta dalla comune velocità somministrerà per risultato $\frac{MV}{M+m} - V + \frac{MV}{M+m}$ $= \frac{2MV}{M+m} - V$; o sia la velocità della palla elastica urtante dopo l'urto è eguale alla doppia velocità comune che piglierebbe la palla urtante se non fosse elastica, meno la velocità di cui era animata prima dell'urto E siccome nel nostro caso $M = m$, così la velocità della palla elastica ed urtante B si riduce a zero dopo l'urto; perciocchè la velocità $= \frac{2MV}{M+m} - V = 2MV - MV$ $- mV = 2MV - 2MV = 0$. E parimente perchè la velocità comune della palla urtata A considerata per non elastica $= \frac{MV}{M+m}$; perciò la velocità guadagnata sarà rappresentata dalla differenza tra la velocità che avea la palla urtata prima dell'urto, e la velocità comune dopo l'urto, o sia $= \frac{MV}{M+m} - u$, e questa velocità guadagnata sommandosi coll'anzidetta velocità comune esprimerà la velocità della palla elastica A dopo l'urto, la quale sarà $= \frac{MV}{M+m} + \frac{MV}{M+m} - u = \frac{2MV}{M+m} - u$; o sia la velocità con cui si muoverà la palla elastica dopo l'urto è eguale alla doppia velocità comune che piglierebbe nell'ipotesi che non fosse elastica, meno la celerità di cui era fornita prima dell'urto. Ma perchè, nel caso che si sta da noi esaminando, la velocità u era nulla ed eguale a zero; perciò la velocità della palla elastica ed urtata $A = \frac{2MV}{M+m}$, la quale, posto $M = m$,

si riduce a $\frac{2MV}{2M} = V$, o sia dopo l'urto la palla elastica A si muove colla stessa velocità V, con cui la palla elastica B venne ad urtarla, siccome abbiamo osservato ne' due rapportati esperimenti. Dal che è da conchiudersi che *se due corpi elastici si urtano direttamente, ciascuno di loro prende una velocità eguale al doppio di quella che avrebbe dopo l'urto se fossero privi di elaterio, meno la velocità di cui era ognuno fornito prima dell'urto.*

251. Dalla formola si trae la dimostrazione degli altri risultamenti notati al num. 249, $V - 0$ è la differenza delle velocità prima dell'urto, e $\frac{2MV}{2M} - \frac{2MV - 2MV}{2M} = V - 0$ risulta la differenza delle velocità dopo l'urto. E parimente dopo l'urto la somma de' prodotti delle masse per li quadrati delle loro rispettive velocità è espressa da $m\left(\frac{2MV}{M+m}\right)^2 + M\left(\frac{2MV}{M+m} - V\right)^2$, che si riduce nel caso in cui $M = m$ a $m \times V^2 + M \times 0^2 = MV^2$, o sia a quella stessa ch'era prima dell'urto, la quale fu $M \times V^2 + m \times 0^2 = MV^2$. E così chiaro si raccoglie che il fondamento per estimare l'urto de' corpi elastici si riposa sulle leggi che osservano nel loro urto i corpi non elastici; che l'elaterio raddoppia la velocità che perde la palla urtante, o guadagna la palla urtata; e che le velocità con cui muovonsi i corpi elastici dopo l'urto è rappresentata dalla doppia velocità comune che piglierebbero i corpi se fossero senza elaterio, meno la velocità ch'essi hanno prima dell'urto.

Esperimento III.

La palla d'avorio A, che urta con 6° di velocità direttamente contro una palla d'avorio B di doppio peso e in riposo, le comunica a un di presso due terzi, o sia 4° di velocità, e la palla A rimbalza indietro con un terzo o con 2° di velocità.

252. Applicandosi la formola al caso espresso in questo terzo esperimento, chiaro se ne dimostra la verità. Imperocchè la velocità che resta alla palla A, che urta direttamente la palla B in riposo, è espressa da $\frac{2MV}{M+m} - V$;

e siccome $M = 1$ e $m = 2$, così riducesi a $\frac{2V - 3V}{3} = -\frac{V}{3}$, cioè resta alla palla A dopo l'urto un terzo di velocità in senso contrario alla direzione con cui muoveasi prima dell'urto, o, come dicesi, ritorna indietro e rimbalza, siccome si osserva nell'esperimento rapportato. La velocità poi che acquista la palla B urtata è rappresentata da $\frac{2MV}{M+m} = \frac{2V}{3}$, o sia la palla B dopo l'urto si muove con 4° o con due terzi della velocità di A, e nello stesso senso e direzione con cui A venne urtandola. È facile, dopo ciò, l'osservare che la differenza delle velocità e il prodotto delle masse per il quadrato delle rispettive velocità restarono invariabilmente dopo come erano prima dell'urto; perchè la differenza delle velocità prima era 6°, e dopo la differenza tra 4° e -2° fu $4^{\circ} + 2^{\circ} = 6^{\circ}$, ed il prodotto da principio era espresso da 1×36, e dopo risultò $2 \times 16 + 1 \times 4 = 36$.

253. Se la massa m della palla B si considera come infinita in riguardo alla massa M o alla palla urtante A, questa dopo l'urto rimbalzerà con quella stessa velocità con cui andò ad urtare la massa m infinita. Infatti la velocità di A sarebbe espressa da $\frac{2MV}{M+\infty} - V = \frac{2MV - MV - \infty V}{M+\infty} = \frac{-\infty V}{\infty} = -V$, o sia si muoverà la palla elastica A dopo l'urto colla stessa velocità di cui era animata prima dell'urto, ma in senso contrario alla direzione che avea, che vuol dire, ritornerà per lo stesso cammino che prima avea battuto, e rimbalzerà indietro colla stessa velocità con cui andò ad urtare la massa m in quiete. Ora il moto della palla che ritorna indietro dopo l'urto, si chiama *moto riflesso*, ed ha luogo solamente ne' corpi elastici, e nasce dall'elaterio de' medesimi. Infatti un corpo non elastico imbattendosi in un altro di massa pressochè infinita, perde tutto il suo movimento e rimane in quiete (num. 240), ed un corpo elastico è fatto rimbalzare per causa del suo elaterio colla stessa velocità con cui urta.

Esperimento IV.

Se la palla B elastica in quiete è urtata direttamente dalla palla A elastica di doppio peso con una velocità di 6°, ambedue le palle A e B si muoveranno per la stessa direzione del colpo, ma la palla A con 2° di velocità, e la palla B con 8°. Ed in generale se una palla più pesante percuote direttamente una più leggiera in quiete, entrambe le palle dopo la percossa vanno nella direzione del colpo.

La ragione di questo esperimento si ricava dalla formola sopra stabilita; perciocchè la velocità di A è espressa da $\frac{2MV}{M+m} - V$, e come $M = 2$ e $m = 1$ è rappresentata da $\frac{4V}{3} - \frac{3V}{3} = \frac{V}{3} = 2°$, e la velocità di $B = \frac{2MV}{M+m} = \frac{4V}{3} = 8°$, ec.

Esperimento V.

Se due palle elastiche A e B di eguale massa si urtano scambievolmente con eguali gradi di velocità in senso contrario, le due palle ritorneranno indietro animate dalle stesse velocità con cui sonosi incontrate.

Se la palla A con una massa eguale a 1 e con una velocità $= 8°$ viene ad urtare in senso contrario la palla B con una massa eguale 2 e con una velocità $= 4°$; queste due palle ritornano indietro colle stesse velocità con cui vennero all'urto.

254. Le due palle A e B di eguale massa, e fornite di eguali velocità. se non fossero elastiche, come si urterebbero, resterebbero ambedue in quiete e prive di moto (num. 241). Ma poichè sono elastiche, ne avviene che, distrutto il loro moto per la compressione, indi in virtù della restituzione o dell'elaterio operano di nuovo scambievolmente tra loro, ed A e B si respingono a vicenda in senso contrario. Nasce da ciò che A e B rimbalzano indietro, e muovonsi colle stesse velocità con cui si sono incontrate, siccome è chiaro dall' esperimento. E similmente urtandosi le due palle con velocità reciproche alle loro masse, le loro quantità di moto, come eguali, distruggonsi per la compressione, e poi in forza dell'elaterio debbono riflettere e tornarsi indietro. E per-

chè la velocità 8° di cui era animata la massa $A = 1$ produce una volocità come 4 nella massa B come 2, e la velocità come 4 di cui era agitata la massa B come 2 produce una velocità come 8 nella massa come 1; così la palla A rimbalza colla stessa velocità di 8° e la palla B colla stessa velocità di 4°, o sia ritornano indietro colle stesse velocità con cui vennero ad urtarsi. E però le due palle perdono prima e acquistano poi in senso contrario le loro velocità.

255. La formola ci somministra gli stessi risultamenti che c'insegna l'esperimento. La comune velocità che piglierebbero le due palle dopo l'urto, nel caso che fossero senza elaterio, sarebbe espressa, pel num. 241, da $\frac{MV-mu}{M+m}$; ma perchè sono dotate di elaterio per il num. 250, la velocità che resta dopo l'urto alla palla M fornita della celerità V sarà $= \frac{2MV-2mu}{M+m} - V$, che essendo $M = m$ e $V = u$, diventerà $= -\frac{2MV}{2M} = -V$, o sia la massa M si muoverà in senso contrario colla stessa velocità V con cui diede il colpo. Nello stesso modo la velocità che resta dopo l'urto alla massa m fornita della celerità $-u$, come quella che incontra in senso contrario la massa M, sarà $= \frac{2MV-2mu}{M+m} + u = \frac{2mu}{2m} = u$, o sia la massa m ritornerà indietro colla stessa velocità con cui venne all'urto. Ed ove si voglia applicare la stessa formola al caso in cui le due palle si urtano in senso contrario con velocità reciproche alle loro masse, si vedrà che la velocità della massa M che si muove colla velocità V sarà dopo l'urto $= \frac{2MV-2mu}{M+m} - V$, e riducesi a $-V\left(\frac{M+m}{M+m}\right) = -V$, e la velocità di m che urta in senso contrario con la celerità $-u$, dopo l'urto sarà espressa da $\frac{2MV-2mu}{M+m} + u = u\left(\frac{M+m}{M+m}\right) = u$. Dal che è evidente che la differenza delle velocità prima e dopo l'urto è la stessa, e che la somma dei prodotti delle due masse per li quadrati delle loro velocità prima dell'urto è eguale a quella che risulta dopo l'urto.

Esperimento VI.

Se la palla elastica A con 6° di velocità va direttamente ad urtare la palla elastica B di eguale massa, che si muove nella stessa direzione con 4° di velocità, ambedue le palle proseguiranno dopo l'urto a muoversi per la stessa direzione, ma colle loro velocità permutate, cioè a dire la palla urtante A con 4° e la palla urtata B con 6° di velocità.

Le due palle A e B in virtù della compressione si muoverebbero nella stessa direzione, ed entrambe colla comune velocità di 5°, pel num. 243, perdendo la palla urtante A 1° di velocità, e guadagnando 1° di velocità la palla urtata B. Ma siccome per causa dell'elaterio si raddoppia l'azione e la reazione, e perciò la perdita di A e il guadagno di B; così la palla A dopo l'urto resta con 4° di velocità, e la palla B con 6°; o sia A prosegue a muoversi colla celerità di B, e B colla velocità di A. Ed esprimendo questo ragionamento in linguaggio algebrico, sarà $\frac{2MV+2mu}{M+m} - V$ la velocità di A dopo l'urto, che essendo $M = m$ si riduce a $\frac{MV-mV+2mu}{M+m}$ $= \frac{2mu}{2m} = u$; o sia la palla A si muove colla velocità di B. E parimente la velocità di B dopo l'urto è rappresentata da $\frac{2MV+2mu}{M+m} - u = \frac{2MV-Mu+mu}{M+m} = \frac{2MV}{2M} = V$; o sia la velocità di B dopo l'urto è eguale a quella di cui era fornita A prima dell'urto. Di che è chiaro che le due palle A e B dopo l'urto continuano a muoversi nella stessa direzione, ma colle velocità permutate, e che non avvenendo nell'urto che un semplice baratto delle velocità, la differenza di queste velocità dopo l'urto è eguale alla differenza delle velocità prima dell'urto, e che la somma dei prodotti per li quadrati delle rispettive celerità si conserva dopo l'urto com'era prima.

256. Lasciando stare di più ricercare tutti i casi particolari dell'urto diretto dei corpi elastici, stimiamo opportuno qui rapportare la formola generale che tutti gli esprime, e per cui facile riesce l'applicazione in ogni caso particolare. La formola, come si raccoglie da ciò

che abbiamo dichiarato, stabilisce la velocità con cui muovesi il corpo elastico urtante e il corpo elastico urtato, dopo che tra loro in qualunque modo sonosi rincontrati. La velocità del corpo elastico urtante è espressa dopo l'urto da $\frac{2MV \pm 2mu}{M+m} - V$, in cui si adopera il segno $\pm$ secondo che i corpi si urtano camminando nella stessa o pure in direzione contraria; e quando il corpo urtato è in riposo, si annulla il termine $\pm 2mu$, perciocchè $u = 0$. La velocità poi del corpo urtato è rappresentata da $\frac{2MV \pm 2mu}{M+m} \mp u$, in cui parimente si usa del segno $\pm 2mu$ secondo che la velocità con cui è rincontrato il corpo elastico urtato è nello stesso o pure in contrario senso della velocità del corpo elastico urtante, e si adopera $-u$ quando la velocità dei due corpi è diretta nel medesimo senso, e $+u$ quando è diretta in senso contrario; perciocchè dovendosi dalla quantità $2MV \pm 2mu$ sottrarre la velocità u, di cui è animato il corpo urtato prima dell'urto, questa diverrà $-u$, o $+u$ secondo che è nella stessa o contraria direzione a quella del corpo urtante. Finalmente la velocità del corpo urtato si riduce a $\frac{2MV}{M+m}$ quando esso nell'atto dell'urto si ritrova in riposo, per la ragione che allora $u = 0$ e tutti i termini in cui si trova u si distruggono.

E volendosi esprimere in linguaggio comune e in termini generali queste due formole, si può stabilire come regola che, *se due corpi elastici si urtano secondo una direzione che passa per li loro centri di gravità, ciascuno di loro prende una celerità eguale al doppio di quella che avrebbe preso dopo l'urto, se essi corpi fossero senza elaterio, meno la celerità di cui era fornito ciascuno prima dell'urto*. Questa espressione, che da noi è stata dimostrata (num. 250) ed applicata colla scorta degli sperimenti ai casi particolari, ora si vede di una maniera generale, e come quella che abbraccia e regola tutti i casi possibili dell'urto diretto dei corpi elastici. Anzi dalla medesima è chiaro che l'urto dei corpi non elastici è il termine di comparazione cui si rapporta l'urto dei corpi elastici; che le leggi della comunicazione del moto tra i corpi non elastici ci servono di guida per istabilire le leggi della comunicazione del moto tra i

corpi elastici; e che tutta la differenza tra le leggi dell'urto dei corpi elastici e non elastici è riposta nell'azione e reazione semplice dei corpi non elastici e nell'azione e reazione doppia de' corpi elastici; o sia che la velocità perduta o guadagnata dai corpi elastici nell'urto è doppia della velocità che avrebbero perduto o guadagnato nell'ipotesi che fossero privi di elaterio.

257. Stabilite le leggi dell'urto dei corpi forniti di elaterio e senza, giova ora di metterle in confronto per osservare in che convengano tra loro e in che differiscano. Si è già da noi notato nel cap. I, trattando dell'urto diretto dei corpi non elastici, che $(M+m)\times v = MV \pm mu$; o sia che le quantità di moto del sistema di due corpi non elastici i quali direttamente si urtano è la stessa verso la medesima direzione così prima come dopo l'urto. Ora riflettendo all'urto de' corpi elastici, vediamo che accade lo stesso. In fatti la quantità di moto del sistema di due corpi elastici dopo l'urto $= M\left(\frac{2MV \pm 2mu}{M+m} - V\right) + m\left(\frac{2MV \pm 2mu}{M+m} \mp u\right)$, e riducendo $= MV\left(\frac{M+m}{M+m}\right) \pm mu\left(\frac{M+m}{M+m}\right) = MV \pm mu$; o sia la quantità di moto del sistema in due corpi elastici dopo l'urto si conserva la stessa com'era prima dell'urto. E però ci è conceduto di riguardare come un punto comune in cui è conforme l'urto dei corpi elastici e non elastici: che *la quantità di moto del sistema di due corpi che urtansi e stimata verso un senso, o una direzione qualunque, si conserva la stessa prima e dopo l'urto.*

A comprendere la verità di questo teorema è da notarsi primieramente che la quantità di moto, la quale non è alterata nell'urto, è la risultante delle due quantità di moto, e questa risultante è eguale alla somma o alla differenza delle due quantità di moto secondo che i corpi si urtano nella medesima o in contraria direzione; o sia è rappresentata da $MV \pm mu$. In secondo luogo è da porsi mente che la risultante delle quantità di moto si conserva la stessa prima e dopo la percussione solamente nel caso che il sistema de' corpi, i quali operano vicendevolmente tra loro, è libero, cioè a dire quando i corpi del sistema non incontrano degli ostacoli, e non ci hanno cause esteriori che turbar possono la mutua azione dei corpi del sistema; perciocchè al-

lora gli ostacoli e le cause esterne distruggono in parte e in qualunque modo alterano la risultante delle quantità di moto, che in virtù della mutua azione dei corpi del sistema non resta alterata.

258. Convengono pure i corpi elastici e non elastici in ciò, che lo stato di quiete o di moto del centro di gravità dei corpi, i quali urtansi, si mantiene lo stesso prima e dopo l'urto. Siccome nel centro di gravità di un sistema di corpi (num. 80) si considerano raccolte tutte le masse dei corpi che formano il sistema; così le quantità di moto, o le forze di cui è animato ciascun centro di ogni corpo del sistema, sono da riguardarsi come se applicate fossero immediatamente al centro comune di gravità. E però la quiete, la velocità e la direzione del comune centro di gravità dipende dalla risultante delle forze o quantità di moto di tutto il sistema. Ora la risultante delle quantità di moto, come si è dimostrato nel num. antecedente, è costante prima e dopo l'urto de' corpi elastici e non elastici; dunque il centro di gravità del sistema sta in riposo prima e dopo l'urto se la risultante è eguale a zero, o pure si muove nella stessa direzione e colla stessa velocità prima e dopo l'urto così de' corpi non elastici come degli elastici. In fatti data costante la risultante $MV \pm mu$, la velocità del centro di gravità sarà $= \frac{MV \pm mu}{M+m}$ prima e dopo l'urto; e quando $MV - mu = 0$, il centro di gravità sarà in quiete prima e dopo l'urto. Questo è ciò che dicesi in meccanica *principio della conservazione dello stato di riposo o di moto del centro di gravità*. Newton, che il primo lo recò innanzi, lo dimostrò dall'eguaglianza dell'azione e reazione; perciocchè essendo i cangiamenti di moto nella mutua azione dei corpi di un sistema libero sempre eguali in virtù dell'eguale azione e reazione, il centro di gravità del sistema non può essere in alcun modo alterato. Alembert indi l'estese di più, e più sodamente giunse a dimostrarlo (V. Francoeur, *Trat. di Mecc.* p. 301).

259. Se dopo di aver notato in che sono conformi i corpi elastici e non elastici nell'atto che si urtano, si voglia ora ricercare in che principalmente disconvengano, si troverà prima di ogni altro che la differenza delle velocità non si conserva la stessa dopo l'urto dei

corpi non elastici com' era prima dell' urto, ed al contrario ne' corpi elastici una sì fatta differenza non è mai alterata dall' urto. Imperciocchè i corpi non elastici pigliando dopo l' urto costantemente una comune velocità (num. 244), ne segue che la differenza delle loro velocità è nulla dopo la percossa. Nell' urto però de' corpi elastici la differenza delle velocità non è mai alterata, siccome abbiamo dimostrato cogli esperimenti, e generalmente si può ricavare dalla formola; perciocchè $\frac{2MV \pm 2mu}{M+m} \pm u - \left(\frac{2MV \pm 2mu}{M+m} - V\right) = V \pm u$; o sia la differenza delle velocità dopo l' urto de' corpi elastici risulta sempre eguale a quella prima dell' urto.

260. Si è in secondo luogo da noi osservato che nell' urto de' corpi elastici il prodotto delle masse per il quadrato delle rispettive loro velocità si conserva dopo l' urto com' era prima. Anzi ove si voglia dimostrare, si può facilmente ritrarre dalla inspezione della formola generale, o meglio dalle leggi che seguono i corpi elastici nel loro urto. Chiamando a, b le velocità de' corpi elastici prima dell' urto, e x, y dopo l' urto, si ha $a - b = y - x$, perchè la differenza delle velocità si mantiene costante nell' urto dei corpi elastici (num. 259). Similmente chiamando A, B le due masse che si urtano, si ritrae $Aa + Bb = Ax + By$; perciocchè la somma dei prodotti di ciascuna massa per la sua velocità esprime ed è eguale al prodotto delle due masse unite per la velocità del loro centro di gravità, che si conserva costante dopo l' urto, siccome abbiamo dimostrato (num. 257). Ora dalla prima equazione si ricava $a + x = y + b$, e dalla seconda $Aa - Ax = By - Bb$, e moltiplicando tra di loro i membri rispettivi di queste due equazioni, ne risulta $Aa^2 - Ax^2 = By^2 - Bb^2$, e trasponendo $Aa^2 + Bb^2 = Ax^2 + By^2$; o sia il prodotto di ogni massa per il quadrato della sua velocità resta sempre lo stesso prima e dopo l' urto. E siccome il prodotto della massa di un corpo per il quadrato della sua velocità si chiama *forza viva*; perciò si è ricavato per principio che nella mutua azione de' corpi, i cui cangiamenti si fanno per gradi insensibili, come ne' corpi elastici, ha luogo la *conservazione delle forze vive*. Questo principio è stato posto da Huyghens, poi meglio dichiarato da Bernoulli, e reca non piccolo vantaggio nella soluzione di più problemi

difficili della meccanica. Ma non così avviene nell' urto dei corpi non elastici, in cui si trova sempre una maggiore o minore perdita di forze vive, come appare esaminando i varj casi dell'urto, e chiaro si manifesta allorchè due corpi di massa eguale s' incontrano muovendosi in senso contrario con velocità eguali, i quali restando in quiete perdono dopo l' urto tutte le forze vive. E però la seconda differenza tra l' urto de' corpi elastici e non elastici è riposta in ciò, che in questi dopo l' urto ci è perdita di forze vive, ed in quelli non si altera in alcun modo per causa dell' urto la somma delle loro forze vive.

261. Carnot nel suo saggio delle macchine ritrovò che nell' urto de' corpi duri si fa una perdita di forze vive eguale alla forza viva che i medesimi corpi avrebbero, se ciascuno di loro fosse animato dalla celerità che perde nell' urto. Così se due corpi duri eguali in massa muovendosi in senso contrario vengono ad urtarsi con 6° e 4° di velocità, la somma delle loro forze vive prima dell' urto $= 1 \times 16 + 1 \times 36 = 52$, la somma delle forze vive dopo l'urto $= 1 \times 1 + 1 \times 1 = 2$, e perchè la perdita della celerità estimata nella direzione in cui si muovono i corpi $= 5$, la somma delle forze vive perdute $= 1 \times 25 + 1 \times 25 = 50$. Si vede da ciò che aggiungendo alle forze vive che restano dopo l' urto, la quantità delle forze vive che si perdono nell' urto, si ha una somma la quale è certamente eguale alla somma delle forze vive prima dell' urto, e si può anche nell' urto dei corpi duri mettere in equazione la somma delle forze vive prima dell' urto colla somma delle forze vive che si perdono nell' urto e che restano dopo l' urto; o sia il principio della conservazione delle forze che ci fornisce un' equazione nell' urto de' corpi elastici, ci presta con questo artifizio anche un' equazione nell' urto de' corpi duri, per mezzo di cui si possono sciogliere varj problemi della dinamica.

262. Siccome non si hanno dei corpi privi interamente di elaterio, nè corpi perfettamente elastici; così è da ricercarsi in qual modo applicar si possono le leggi da noi stabilite all' urto dei corpi come sono nell' universo.

Non ci è dubbio che i corpi urtandosi, sieno essi perfettamente o imperfettamente elastici, in virtù della sola

compressione in più o in meno breve tempo, prendono sempre la stessa velocità ch'è rappresentata da $\frac{MV \pm mu}{M+m}$. La questione dunque riducesi a sapere, nel caso che l'elaterio è imperfetto, quanta è la velocità che perdono o acquistano i corpi quando finita la compressione le parti de' medesimi si restituiscono? Se l'elaterio fosse perfetto, la velocità che perdono o acquistano sarebbe eguale alla prima, o sia sarebbe $\frac{MV+mu}{M+m}$, e perciò nella formola generale abbiamo posto $\frac{2MV \pm 2mu}{M+m}$. Ma se l'elaterio è imperfetto, la velocità che perdono o acquistano è proporzionale e corrispondente alla quantità del loro elaterio. Così se la molla di un corpo in luogo di svilupparsi per 9 si spinge per 7/9, la velocità che perdesi o che si acquista sarà 7/9 di quella che dovrebbesi perdere o guadagnare nell'ipotesi di un perfetto elaterio, o sia $7/9 \left(\frac{MV \pm mu}{M+m}\right)$. Esprimendo dunque per 1 il perfetto elaterio, e per $\frac{1}{n}$ la porzione dell'elaterio di cui i corpi sono forniti, la velocità del corpo urtante sarà $= \frac{MV \pm mu}{M+m} + \frac{1}{n}\left(\frac{MV \pm mu}{M+m}\right) - V = \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(\frac{MV \pm mu}{M+m}\right) - V$, e quella del corpo urtato sarà $= \frac{MV \pm mu}{M+m} + \frac{1}{n}\left(\frac{MV \pm mu}{M+m}\right) - u = \left(1 + \frac{1}{n}\right)\left(\frac{MV \pm mu}{M+m}\right) - u$. Posta la quale formola si possono ben ricavare i cangiamenti del moto che produconsi nell'urto dei corpi imperfettamente elastici, purchè si estimi prima e si misuri cogli esperimenti quanto sia l'elaterio dei corpi che vengono ad urtarsi.

CAPO III.

DELL' URTO OBBLIQUO DEI CORPI ELASTICI E NON ELASTICI.

263. Se la palla P non elastica va ad urtare obbliquamente la palla Q in quiete (*fig.* 69) per la direzione e colla forza rappresentata da PA, si ricerca quale sarà la velocità e la direzione delle palle P e Q dopo l'urto?

La forza PA si può risolvere in due; l'una BA normale al piano tangente P, e Q nel punto di contatto, e l'altra paralella CA. In virtù della forza CA, P non opera sopra Q, perchè è in una direzione paralella, e tutta l'azione di P nell'urto obbliquo ad altro non riducesi che alla componente BA. E siccome BA è normale al piano tangente P, e Q nel punto di contatto; così P animata dalla forza PA, ed urtando obbliquamente Q, l'urta colla sola forza BA, e come se direttamente venisse a colpire Q in quiete. E però l'urto obbliquo riducesi al diretto per mezzo della risoluzione delle forze, e valutando tra le due forze componenti solamente quella che viene direttamente ad urtare i due corpi; di modo che colle leggi dell'urto diretto si potrà benissimo determinare la velocità che prenderanno le due palle P e Q dopo che obbliquamente si urtano.

La palla P dopo l'urto diretto contro Q in virtù della forza BA non perde tutto il suo moto (num. 238), e quella parte che le resta potrà rappresentarsi per AD. E però dopo l'urto sarà animata dalla forza $CA = AE$, che non ebbe alcuna parte nell'urto, e dalla forza AD, o sia si muoverà per la direzione e colla forza espressa dalla diagonale Ap. Mentre dunque la palla Q dopo l'urto camminerà per la direzione Qq, la palla P descriverà Ap.

Senza ricercare più oltre tutti i casi dell'urto obbliquo, bastano i principj da noi esposti e la riduzione dell'urto obbliquo al diretto per determinare la velocità e la direzione che prendono i corpi non elastici i quali obbliquamente si urtano.

264. Se la palla P elastica urta obbliquamente la palla Q in quiete (*fig.* 70), si vuole la direzione e la velocità dei due corpi elastici dopo l'urto.

In questo caso, per la risoluzione della forza PA, l'urto obbliquo si ridurrebbe al diretto colla forza BA, e la velocità delle due palle dopo l'urto si potrà estimare giusta le leggi dell'urto diretto dei corpi elastici. In riguardo però alla direzione, è da riflettersi che se le due palle fossero eguali in massa pel numero 249, la palla P dopo l'urto resterebbe interamente priva della forza BA, e si muoverebbe in virtù dell'altra componente $CA = AE$, o sia si muoverebbe per AE. Che se la palla P ha una massa minore di Q, allora P sarebbe dopo

l' urto rimbalzata per *AD* (num. 252), e trovandosi nello stesso tempo agitata da *CA* = *AE* e da *AD*, si muoverà per la direzione *Ap*.

Esperimento I.

Se una palla di avorio abbandonata a sè stessa andrà ad urtare obbliquamente un piano di marmo situato in una posizione inclinata all' orizzonte, dopo l' urto rimbalzerà facendo la direzione della palla, che cade col piano di marmo, un angolo da un lato eguale a quello che dall' altro fa la direzione della palla che risaltà collo stesso piano di marmo.

Questo esperimento è da ripetersi più volte perchè riesca, e chiunque deve tenersi per soddisfatto se in tre colpi si avvera una volta sola. Poichè l' avorio non è perfettamente elastico, nè il marmo è del tutto piano, e d' ordinario la palla strisciando suol deviare; e queste ed altre simili circostanze spesso ne impediscono la riuscita.

265. La forza con cui la palla urta il marmo si risolve in due: l' una paralella e lungo il piano, e l' altra perpendicolare al piano medesimo. Così se la palla *P* cade obbliquamente sul punto *A* (*fig.* 70), la sua forza si può scomporre per *CA* e *BA* (num. 263). E poichè la forza paralella non opera nell' urto, e la palla dopo l' urto dovrebbe rimbalzare per la perpendicolare *AB* (num. 253); perciò animata da queste due forze risalta dopo l' urto per la diagonale del paralellogrammo formato su i due lati *AE, AB*. Questa diagonale adunque e l' altra *PA*, risultando da due forze componenti eguali ed egualmente poste, formano angoli eguali col piano sottoposto. E però la diagonale per cui risalta la palla *P* formerà colla perpendicolare *AB* un angolo eguale a quello che colla stessa perpendicolare forma *PA*.

Ora il punto *A*, in cui *P* urta obbliquamente, si chiama *punto d' incidenza;* l' angolo che fa la direzione del moto *PA* colla perpendicolare *BA* al punto d' incidenza, si dice *angolo d' incidenza;* la direzione del moto riflesso della palla *linea di riflessione*, e l' angolo di questa linea colla perpendicolare *BA* si distingue col nome di *angolo di riflessione*. Volendo adunque esprimere con un linguaggio tecnico la verità che ricavato abbiamo

dall' esperienza, ci è conceduto di affermare che *nell' urto obbliquo dei corpi elastici l' angolo d' incidenza è eguale a quello di riflessione.* E siccome il rimbalzo o la riflessione deriva dall' elasticità dei corpi che si urtano; così è da tenersi come proprietà particolare dei corpi elastici quella di fare l' angolo di loro incidenza eguale all' angolo di riflessione; di modo che dall' eguaglianza di questi due angoli si può trarre un carattere onde si distinguano i corpi che sono elastici da quei che tali non sono.

266. Paragonando l' urto diretto de' corpi non elastici ed elastici contro un ostacolo immobile, o sia contro un corpo di massa infinita, è chiaro che ci è una gran differenza; perciocchè nell' urto diretto dei corpi non elastici il corpo urtante perde tutto il suo movimento (num. 240), e si mette in quiete, ed al contrario nel medesimo caso il corpo elastico urtante ritorna per la stessa via e colla stessa velocità con cui andò urtando il corpo di massa pressochè infinita (num. 253).

Posta questa differenza nell' urto diretto, si comprende quella che si trova nell' urto obbliquo di queste due maniere di corpi contro un ostacolo immobile; poichè il metodo di estimare l' urto obbliquo è quello di ridursi al diretto (num. 263). In fatti nell' urto obbliquo dei corpi non elastici la palla *P* giunta in *A* (*fig.* 69) perde tutta la forza *BA* urtando direttamente contro *Q*, che si suppone di massa infinita, e dopo l' urto si muove in virtù della forza *CA*, e quasi strisciando lungo *Q* per la direzione *AE*. Nell' urto obbliquo però dei corpi elastici la forza *BA* non è distrutta, ma dopo l' urto ha una direzione *AB* in senso contrario, e la palla elastica in virtù di *AE* e *AB* rimbalza per la diagonale formando l' angolo di riflessione eguale a quello d' incidenza. Il moto riflesso adunque nasce dall' elasticità dei corpi che si urtano, nè si può dare rimbalzo senza elaterio.

Le leggi da noi rapportate, secondo le quali si regola l' urto diretto o pure obbliquo dei corpi elastici, diconsi *le leggi della comunicazione del moto.* Furono esse ritrovate quasi nello stesso tempo, nell' anno cioè 1670, da Wallis, Vren e Huyghens, che per diverse strade vi giunsero, e furono poi nell' anno 1677 ridotte a verità di esperienza da Mariotte. Il principio che si

adopera è quello stesso che determina la forza di un corpo in moto, vale a dire che la forza è proporzionale al prodotto della massa per la celerità; di modo che la percossa o la forza che un corpo è capace di esercitare contro un ostacolo, si misura dalla quantità di moto di questo corpo. La qualità infine che si suppone nei corpi è l'inerzia, e dalle leggi d'inerzia ne derivano matematicamente quelle della comunicazione del moto.

CAPO IV.

DEL MOTO DI UN CORPO SPINTO DA UN IMPULSO CHE NON PASSA PER IL SUO CENTRO DI GRAVITÀ.

267. Se un corpo è animato da un impulso la cui direzione passa pel suo centro di gravità, si comprende da tutti che questo corpo si muoverà con un moto di traslazione; tutte le sue parti saranno fornite della stessa velocità, e che la velocità del centro di gravità sarà eguale alla somma delle quantità di moto impresse divisa per la somma delle masse; perciocchè nel centro di gravità si considera come se vi fosse raccolta la massa tutta di questo corpo. Ma se la direzione dell'impulso, in luogo di passare pel centro di gravità, fosse dirizzata per un punto di questo corpo che non è il centro di gravità, quale sarebbe il movimento di questo corpo? e quale la velocità del suo centro di gravità?

Se un corpo è spinto da un impulso che passa fuori del suo centro di gravità, non ci è dubbio che deve pigliare un moto di traslazione seguendo la direzione dell'impulso ricevuto giusta le leggi d'inerzia. Ma perchè un sì fatto impulso passa fuori del suo centro di gravità, i punti materiali da cui risulta il corpo saranno animati da ineguali velocità, e alcuni si muoveranno più presto e all'innanzi, ed altri più tardi e all'indietro, per cui il corpo tutto sarà costretto a girare intorno a sè stesso. Questo doppio moto di traslazione e di rotazione chiaro si osserva in una palla urtata da un'altra sopra un piano, in una palla di cannone lanciata dalla forza della polvere, o pure in un pallone, quando sospinti sono da un impulso che passa fuori del loro centro di gravità. E però *un corpo spinto da un impulso, o da più*

forze, la cui risultante passa fuori del suo centro di gravità, piglia il doppio movimento di traslazione e di rotazione.

268. Per meglio comprendere questo doppio movimento, e le leggi a norma delle quali si opera, stimiamo opportuno di considerare prima e separatamente il moto di traslazione da quello di rotazione. Quando si cerca il movimento di traslazione di un corpo, è lo stesso che cercare il moto del suo centro di gravità; perciocchè questo si muove colla stessa velocità con cui il corpo tutto si muove. La questione adunque in riguardo al moto di traslazione che piglia un corpo animato da un impulso che passa fuori del suo centro di gravità, si riduce a determinare qual è il moto e la velocità del centro di gravità di questo corpo.

Volendo riguardare il problema sotto un punto di vista generale, in luogo di un solo corpo, è da supporsi un sistema di corpi i quali sieno legati o liberi, e animati da più forze in varie direzioni, la cui risultante passa fuori del centro di gravità del sistema. Sebbene a prima vista questa considerazione sembri molto ampia e trascendente; pure si può rendere facile e molto semplice, ove si rifletta: 1.° Che il moto del centro di gravità di un sistema è sempre lo stesso, sia che i corpi componenti il sistema fossero liberi o legati. Imperocchè una parte delle quantità di moto impresse ai singoli corpi legati del sistema, pel num. 230, si distrugge e si equilibra per la loro mutua connessione, e il moto del centro di gravità di tutto il sistema in virtù delle quantità di moto, che si distruggono equilibrandosi, è nullo (num. 257). Lo stato adunque e il moto del centro di gravità del sistema risulta dalle quantità di moto impresse che non si distruggono, o sia da quelle quantità di moto che hanno luogo allorchè i corpi si considerano come liberi. E però la connessione dei corpi non potendo influire sul moto del centro di gravità, esso si muoverà come se i corpi componenti il sistema fossero liberi; e ricercare il moto del centro di gravità di un sistema di corpi legati è lo stesso che ricercarlo per un sistema di corpi liberi.

2.° È da porsi mente che sebbene le direzioni delle forze che sospingono i singoli corpi del sistema, possono essere varie; pure ogni forza impressa si può ri-

solvere (num. 56) in tre altre paralelle a tre linee date di posizione. E con questo artifizio la nostra ricerca si riduce a ritrovare il moto del centro di gravità di un sistema di corpi animati da forze paralelle ad una linea data di posizione, la cui risultante passa fuori di questo centro.

269. Ridotte le cose a termini così semplici, prendiamo a considerare due corpi che sospinti da ineguali velocità muovonsi per direzioni paralelle ad una linea data. Siccome il loro centro di gravità è collocato nella linea che unisce i loro centri in un punto le cui distanze sono in ragione inversa delle masse di questi corpi (num. 78); così muovendosi le due masse, e con essi il loro centro di gravità, questo descriverà un cammino o una linea i cui singoli punti saranno sempre distanti dalle linee descritte dai due corpi nella ragione inversa delle masse di questi due corpi. E perchè le direzioni dei due corpi sono paralelle ad una linea data, la direzione del centro di gravità, come quella che conserva in tutti i suoi punti la medesima distanza tra le due direzioni dei corpi, sarà ancor essa paralella alle direzioni dei corpi ed alla linea data di posizione. Ora, sia che i corpi fossero due, o un numero qualunque, sempre è vero che la posizione del centro di loro gravità in riguardo ai corpi che muovonsi si conserva invariabilmente la stessa; e perciò si può conchiudere che *ove un numero qualunque di corpi si muove paralellamente ad una linea data di posizione, la direzione che seguirà il loro centro di gravità sarà paralella alla medesima linea, ancorchè la risultante di tutte le forze impresse non passi per questo centro.*

270. Si tengano inoltre i due corpi, che da noi sono stati di sopra considerati in moto per direzioni paralelle ad una linea data di posizione, come legati per un filo; allora i corpi per cagion della loro connessione perdono una parte della loro velocità, ed acquistano (num. 246) una velocità comune. Chiamando adunque M, m le due masse, v la velocità comune, U, u le loro rispettive velocità, la perdita della velocità di M sarà espressa da $U-v$, e quella di m da $u-v$. E siccome le direzioni sono paralelle, così le quantità di moto che si distruggono saranno espresse dalla loro somma (num. 41), e si avrà $M(U-v)+m(u-v)=0$, e riducendo

$v = \frac{MU + mu}{M + m}$; o sia *la velocità del centro di gravità è eguale alla somma delle quantità di moto impresse divisa per la somma delle masse o per la massa totale del sistema.* Il che ha egualmente luogo, sia che i corpi fossero liberi, o legati (num. 268).

Il moto adunque del centro di gravità è simile a quello dei corpi componenti il sistema. Poichè se la somma $MU + mu$ è costante, sarà anche costante v, e il moto del centro di gravità sarà uniforme. Ma se le velocità U e u sono variabili, cangerà colla stessa legge e nella stessa maniera la velocità v, e il moto del centro di gravità.

271. Raccogliendo ora in breve le proposizioni da noi dimostrate, è da tenersi per certo che *se un sistema di corpi liberi o legati si muove in virtù di forze le cui direzioni sono paralelle ad una linea data di posizione, e la loro risultante non passa pel centro di gravità del sistema; allora questo centro si muoverà in una direzione paralella alla linea data; il suo moto sarà simile a quello del sistema, e la sua velocità sarà eguale alla somma delle quantità di moto impresse divisa per la somma delle masse.*

272. Finalmente nel caso che le forze impresse abbiano una direzione qualunque, sciolta ciascuna forza in tre altre paralelle a tre linee date di posizione, la velocità del centro di gravità, pel numero antecedente, sarà $V = \frac{MU + mu}{M + m}$, $V' = \frac{MU' + mu'}{M + m}$, $V'' = \frac{MU'' + mu''}{M + m}$. È come il centro di gravità sarebbe animato da ciascuna di queste tre velocità, se la risultaute delle quantità di moto che la produce passasse per questo centro; così le anzidette tre velocità sono da considerarsi come tre componenti applicate immediatamente al centro di gravità secondo la loro rispettiva direzione. Di che è chiaro che la loro risultante sarà la stessa come se tutte le quantità di moto fossero state impresse secondo la loro direzione immediatamente al centro di gravità. *Sebbene*, adunque, *la risultante delle forze non passasse pel centro di gravità di un corpo, o di un sistema di corpi: pure il moto del suo centro di gravità sarà sempre lo stesso come se vi passasse.* È questa una proprietà che distingue il centro di gravità da tutti gli altri punti di

uno o più mobili che formano un sistema; e consiste in ciò, che le medesime forze applicate successivamente a differenti punti di un corpo o di un sistema di corpi, e secondo differenti direzioni, imprimono sempre la medesima velocità al suo centro di gravità.

Segue da ciò: 1.° Che il moto del centro di gravità di un corpo o di un sistema di corpi si calcola sempre come se tutte le molecole o tutti i corpi fossero riuniti in questo punto, e come se tutte le forze di cui è animato il sistema vi fossero immediatamente applicate secondo la loro direzione. 2.° Se il moto del sistema è uniforme o vario, vario ed uniforme e soggetto alla medesima legge sarà il moto del centro di gravità, purchè non sia alterato da cause esterne. 3.° Che il principio della conservazione del moto o della quiete del centro di gravità accennato (num. 258) è generale, e altro non è che una estensione della legge d'inerzia, in virtù di cui un punto materiale sospinto da un numero qualunque di forze, se non pruova l'azione di cause straniere, si muove uniformemente e in linea diritta, o pure se le forze si bilanciano resta in quiete.

273. Siccome l'impulso o la risultante delle forze che non passa pel centro di gravità di un corpo, ch'è la causa (num. 267) del moto di rotazione di questo corpo, niente influisce (num. 272) sul moto di traslazione del centro di gravità; così questo movimento è da reputarsi nel corpo, come se indipendente fosse da quello di rotazione. E se il moto di traslazione è indipendente dal moto di rotazione, questo deve parimente tenersi come indipendente da quello; perciocchè, in virtù della loro dipendenza e mutua azione (num. 233), verrebbe a sortire il moto di traslazione qualche cangiamento se il moto di rotazione non fosse indipendente da quello di traslazione. Ove dunque il moto di traslazione del centro di gravità si avviene in un corpo, come se nello stesso tempo non vi fosse quello di rotazione, e questo non è alterato dal moto di traslazione, è da conchiudersi che questi due moti, i quali han luogo nello stesso tempo e nel medesimo corpo o sistema di corpi, si possono riguardare come separati o indipendenti l'uno dall'altro. Infatti non di rado accade che in una palla da cannone spinta da un impulso che non passa pel suo centro di gravità, il moto di traslazione viene meno

prima che quello di rotazione sia in essa spento, per cui se incontra una pietra o altro ostacolo nell'atto che continua a girare, concepisce un nuovo moto di traslazione, e rimbalza e produce nuove stragi.

274. Se l'unico punto, il cui moto è indipendente da quello di rotazione, è il centro di gravità, si comprende benissimo che il moto di rotazione di tutto il corpo abbia luogo intorno al centro di gravità, e come se questo punto fosse, almeno in un istante, fisso ed immobile. Sotto questo riguardo s'immagina un piano che passa pel centro di gravità, e per la direzione dell'impulso o della risultante delle forze, e supponendosi un asse perpendicolare a questo piano, che dicesi *asse di rotazione*, ogni molecola si considera come situata sopra questo piano perpendicolare all'asse di rotazione, e come animata da una velocità proporzionale alla sua distanza perpendicolare dall'asse di rotazione, e così tutte le molecole si tengono come legate a tante verghe che sono rappresentate dalle loro distanze perpendicolari dall'asse di rotazione, e nel modo stesso spiegato (num. 68) si muovono e girano intorno all'asse.

Si potrebbe qui ricercare il modo con cui si estima la velocità d'ogni singola molecola, e il moto tutto di rotazione del corpo o del sistema: ma come queste ricerche, per potersi degnamente ridurre ad effetto, ci condurrebbero nei calcoli sublimi; così le lasciamo ai fisico-matematici (V. Poisson, op. cit., tomo II).

275. Se il piano che passa pel centro di gravità e per la direzione dell'impulso o della risultante, divide tutto il corpo in due parti eguali e simili, allora il moto di rotazione sarà continuo e costante intorno al medesimo asse di rotazione; perciocchè tutte le particelle rotanti del corpo, come eguali in numero e similmente poste, si terranno sempre in equilibrio. Così, ove si voglia supporre che una sfera omogenea fosse sospinta da un impulso la cui direzione non passa pel suo centro, ne seguirebbe nella medesima un moto di rotazione costante intorno al medesimo asse, per la ragione che il piano guidato pel suo centro di gravità e per la direzione della forza impressa la divide sempre in due parti eguali e simili, e il suo asse di rotazione è sempre un diametro della sfera perpendicolare a questo piano. Di che si conchiude che *se il piano perpendicolare*

all' asse di rotazione divide il corpo in due parti eguali e simili, il moto di rotazione rimane sempre lo stesso, come il moto di traslazione del centro di gravità.

276. Nel caso che il moto di rotazione sia costante intorno al medesimo asse, ne segue che l'asse di rotazione avanzandosi, come il centro di gravità si avanza, cammina sempre paralellamente a sè stesso, non altrimenti che il moto orizzontale della sala di una carrozza è paralello a sè stesso nell' atto che la ruota gli va girando d' intorno. Ed in verità, se il moto di rotazione è costante, costante deve essere l' asse di rotazione, nè può decliuare innanzi o indietro, a destra o a sinistra, ma sempre e invariabilmente conservasi nella stessa posizione in riguardo al corpo e al sistema ruotante, o, come dicesi, *camminare paralellamente a sè medesimo.* Il paralellismo dunque dell'asse di rotazione nasce dalla costanza del moto di rotazione, e questo da ciò, che il piano di rotazione divide il sistema in due parti eguali e simili. Anzi questo paralellismo non viene ad esser turbato da nuove forze che s'imprimono ai singoli punti del sistema già posto in movimento e in rotazione, se la risultante di queste nuove forze passa pel centro di gravità. Imperocchè la risultante delle nuove forze impresse, come quella che passa pel centro di gravità, può alterare o accrescere il moto di traslazione del centro di gravità, ma niente influisce sul moto di rotazione, che può solamente esser turbato da un impulso o da una risultante che non passa pel centro di gravità. E però se le nuove forze non turbano il moto di rotazione, non possono similmente alterare l'asse di rotazione, e questo in virtù dell' accresciuto moto di traslazione potrà muoversi più presto, ma non mai mutare la sua posizione in riguardo al sistema che gira, o sia dovrà sempre camminando conservare il suo paralellismo. *Non si altera* adunque *il paralellismo dell' asse di rotazione per nuove forze che s' imprimono al corpo o al sistema in moto, se la risultante di queste forze passa pel centro di gravità: ed all' inverso quando la risultante di queste forze non passa esattamente pel centro di gravità, si altera il movimento di rotazione.*

277. Se il piano che passa pel centro di gravità, e per la direzione dell'impulso o della risultante delle forze, in luogo di dividere tutto il corpo in due parti eguali

e simili, lo divide o in parti ineguali, o pure in parti non simili in quanto sono di densità differente, allora il moto di rotazione non può essere costante; perciocchè le particelle, da cui risulta il corpo, girando non si equilibrano, e rotto l'equilibrio, l'asse intorno a cui cominciò la rotazione è obbligato ad inclinarsi o da una parte o da un'altra, e il corpo tutto perciò è costretto a girare in direzioni differenti intorno al suo centro di gravità. Il punto adunque intorno a cui ruota il corpo è il centro di gravità, e la rotazione intorno a questo punto è costante; ma l'asse di rotazione che passa pel centro di gravità, e intorno a cui il corpo tutto si muove, varia ad ogni istante, quando il corpo risulta da particelle eterogenee di densità diversa, e che non si equilibrano tra loro nel tempo che il corpo si muove e ruota.

278. Coll'ajuto del calcolo si è ritrovato che in ogni corpo sono tre assi collocati tra loro ad angoli retti, intorno ai quali il moto di rotazione una volta impresso si può conservare uniformemente, se il corpo non è sollecitato da forze straniere; e questi tre assi per una sì fatta proprietà sono stati chiamati *assi principali di rotazione*. Nasce da ciò che se l'asse istantaneo e reale di rotazione coincide con uno di questi tre assi principali, allora il moto di rotazione perdura uniforme e si mantiene costante intorno al medesimo asse, come accade nel caso che il piano, il quale passa pel centro di gravità e per la direzione dell'impulso, divide il corpo in due parti eguali e simili.

Ma il moto di rotazione non ha la stessa stabilità intorno a ciascuno degli assi principali. È da sapersi che ogni molecola del corpo considerata sopra un piano ha il suo *momento*, che dicesi d'*inerzia*, il quale è rappresentato dal prodotto di essa molecola pel quadrato della sua distanza all'asse perpendicolare al piano in cui è situata; e chiamasi *momento d'inerzia in un corpo* relativamente ad un asse qualunque la somma de' prodotti di ogni molecola del corpo pel quadrato della sua distanza a quest'asse. E come sono tre gli assi principali di rotazione; così tre sono i momenti d'inerzia di un corpo in riguardo ai tre assi principali. Ora può accadere o che tutti e tre questi momenti d'inerzia sieno eguali, o almeno due; e allora il corpo ha un numero

infinito di assi principali, com'è il caso di un corpo sferico in cui tutti i diametri sono assi principali. Ma se sono ineguali, allora è da considerarsi il più grande momento d'inerzia o il *maximum*, il più piccolo momento d'inerzia o il *minimum*, ed il momento d'inerzia ch'è tra il *maximum* e il *minimum*. In seguito di queste considerazioni si è discoperto che il moto di rotazione è stabile, o sia ancorchè venga a turbarsi subito si rimette, quando si fa attorno dei due assi principali, i cui momenti d'inerzia sono il più grande o il più piccolo; ma che il moto di rotazione può essere turbato di una maniera notabile e per una causa la più leggiera, quando si fa intorno a quell'asse principale, il cui momento d'inerzia non è nè il più grande nè il più piccolo. Dal che si conchiude che i soli assi principali hanno la proprietà di essere assi invariabili di rotazione, ma che non hanno tutti tre la stessa stabilità, e che il moto di rotazione è uniforme intorno al medesimo asse, quando questo coincide con uno degli assi principali. Tutti questi teoremi, che da noi sono stati annunziati, si dimostrano facilmente coll'analisi (V. Poisson, *Tratt. di Mecc.* T. II, lib. 3, cap. 5).

CAPO V.

DEGLI OSTACOLI CHE OPPONGONSI AL MOTO DE' CORPI E A QUELLO DELLE MACCHINE.

279. Sebbene per conforto del nostro intendimento abbiamo finora considerato il moto dei corpi come se impedito non fosse da alcun ostacolo esteriore, e nell'estimare la velocità e le direzioni che pigliano i corpi in virtù della loro mutua azione, non abbiamo riguardato che alla loro inerzia, e alle forze da cui sono animati e sospinti; pure è fuor di ogni dubbio che i corpi movendosi incontrano e son impacciati da più ostacoli, che alterano i loro movimenti e turbano i risultati dei nostri calcoli e delle nostre speculazioni. Per lo che volendo determinare il moto dei corpi non di una maniera astratta ed intellettuale, ma nel modo stesso come avviene in natura, è di necessità ricercare quali sono gli ostacoli che di ordinario contrastano il loro movimento,

come e quanto si oppongono; e definire fin dove i risultamenti delle nostre teoriche convengano con quelli dell' esperienza e della pratica. Questo esame, che di sua natura è molto importante, come quello che ci richiama alla considerazione del moto reale dei corpi, diviene di maggior momento per l'influsso che ha nell' uso delle macchine immaginate a benefizio delle arti e della società, le quali non si potranno da noi mettere in opera se prima non si conosca da quali impedimenti sono esse impedite movendosi, e come si possano vincere sì fatti impedimenti. Ma perchè una ricerca minuta ed esatta di tutti gli ostacoli che opponghonsi al movimento de' corpi e delle macchine sarebbe un'opera lunga ed intrigata, nè abbiamo finora intorno a questo argomento esperimenti bastevoli e principj certi che guidar ci possano; stimiamo opportuno d'indicare i principali ostacoli che alterano il moto dei corpi e delle macchine; ed accennare dietro la scorta dei fatti e della teorica quanto sia da stimarsi l'energia di questi ostacoli principali, e in qual modo vengano essi turbando quel moto che i corpi piglierebbero abbandonati alle forze da cui sono agitati. E primieramente, sebbene da noi si abbia per addietro supposto che i corpi si movessero in un vôto perfetto; pure in verità il loro moto si riduce ad effetto in mezzo ai fluidi, come di ordinario sono l'aria e l'acqua. Questi fluidi, o si tengano in riposo o in movimento, contrastano il passaggio ad un corpo che si muove, e l'obbligano a perdere una parte della sua velocità; di modo che la *resistenza dei fluidi* è da tenersi como uno dei principali ostacoli al movimento de' corpi. In secondo luogo, sebbene i meccanici fingano i corpi lisci e puliti; pure l'osservazione e l'esperienza ci attestano che la loro tessitura è interrotta da infiniti pori, e quasi da squame confusamente accumulate le une sopra le altre, per cui forniti sono di cavità, di asprezze e di prominenze. Il perchè movendosi un corpo sopra di un piano, o strofinandosi comunque ad altro corpo, non può innanzi procedere senza che vinca queste asprezze, o piegandole se flessibili sono, o soverchiandole se dure, o sminuzzandole e rompendole. Intanto quell'impeto onde il corpo fu sospinto da prima si rattiene per via, va menomandosi la sua velocità, e il moto diviene più lento, e a poco a poco

si annienta. Indi è che questa resistenza, la quale proviene dallo strofinio dei corpi, si reputa come una delle principali, e dicesi volgarmente l'*attrito*. Finalmente è noto a tutti che le corde riguardansi da noi come i mezzi per cui si trasmette l'azione delle forze, e che tengonsi come tante linee incapaci di estensione e del tutto flessibili. Ma siccome osservasi che di fatti non sono fornite di un'intera flessibilità, e più o meno dure e rigide sono al piegarsi; così ne avviene che una parte della forza che è da trasmettersi per mezzo delle corde, s'impiega a vincere la loro durezza e rigidezza, e l'energia della forza che applicasi ad una carrucola, ad un argano o ad altra macchina, non opera tutta contro il peso o la resistenza da vincersi. Indi è che le forze da noi calcolate di ordinario non vagliono a mettere in moto le nostre macchine, e che si considera come un ostacolo principale la *rigidezza delle funi*. Tre adunque sono le resistenze principali che noi prendiamo ad esaminare, come quelle che più di ogni altro si oppongono al moto dei corpi e principalmente delle macchine, cioè la *resistenza dei fluidi*, l'*attrito*, e la *rigidezza delle funi:* e queste tre resistenze andiamo trattando in tre articoli separati.

ARTICOLO I.

Della resistenza de' fluidi.

280. È cosa volgare che tre pendoli della stessa lunghezza e con palle di eguale diametro, movendosi nell'aria, compiono un eguale numero di oscillazioni, come quelli che incontrano la medesima resistenza dalla parte dell'aria in cui sono immersi. Ma giusta gli esperimenti di Newton, se uno degli anzidetti pendoli si mette in movimento nell'aria, l'altro nell'acqua e il terzo nel mercurio, si osserva che il moto del primo dura più lungo tempo, meno quello del secondo, e il movimento del terzo subito si spegne.

Si argomenta da quest'esperimento con giusta ragione che la resistenza che oppongono i fluidi al movimento dei corpi sia proporzionale alla loro densità; perciocchè il mercurio, come più denso dell'acqua, e l'acqua, come più densa dell'aria, arrestano più prontamente

l'impeto dei pendoli, e più presto annientano il loro movimento. Questa resistenza deriva da ciò, che i corpi movendosi nei fluidi debbono separare a misura che si avanzano le loro particelle, e vincere la tenacità con cui si attacccano tra loro le molecole fluide, o sia debbono impiegare una parte della loro forza, e perdere una parte del moto da cui sono spinti. E perchè questa resistenza dipende dalla tenacità del fluido, la quale non può essere vinta che da una forza determinata e costante, si è distinto da alcuni col nome di *resistenza assoluta*.

281. Ma considerandosi due corpi che muovonsi nello stesso fluido, questa resistenza, che nasce dalla densità, si riferisce ed è proporzionale alle loro rispettive celerità. Poichè il numero delle particelle fluide che sono da separarsi è più o meno in ragione delle velocità dei corpi che si muovono nel fluido; e perciò la resistenza da vincersi, e il moto che dai corpi si perde per cagion della densità, si corrisponde alle loro velocità. La resistenza adunque che oppone un fluido uniforme a due corpi, che si muovono nel medesimo, è proporzionale alle loro celerità. Un elemento adunque da considerarsi nella stima delle resistenze dei fluidi è la loro densità, o sia la tenacità delle loro particelle; e posto un corpo che si muove in fluidi diversi, la resistenza che incontra per causa della *coesione* è in ragione della densità dei fluidi. Ma quando due corpi sono in movimento nello stesso fiuido, la resistenza è da valutarsi in ragione della loro celerità.

282. Siccome i corpi movendosi nei fluidi separano non solo le loro particelle, ma urtano i fili fluidi che incontrano, ed urtandoli mettonli in movimento; così ne segue (num. 234) che i corpi perdono quella parte del loro moto che comunicano alle molecole fluide. E perchè una sì fatta perdita di moto nasce dall'inerzia delle particelle fluide; perciò un altro elemento da calcolarsi nella resistenza dei fluidi è la loro inerzia. Ora volendosi estimare quanto più dirittamente si può la resistenza che nasce dall'inerzia dei fluidi, si è ricercato se essa, posto lo stesso fluido e corpi eguali in superficie, sia proporzionale alla semplice velocità, o pure al quadrato delle velocità dei corpi in movimento.

Come la dottrina della resistenza dei fluidi ha un rap-

porto immediato e diretto alla navigazione e alla costruzione delle navi; così a determinare se la resistenza proveniente dall' inerzia dei fluidi segua la ragione dei quadrati della velocità, si è molto travagliato, e in varj tempi, e da più fisici si sono dirizzate dell' esperienze così in grande come in piccolo. Newton mettendo in movimento dei pendoli con maggiore o minore velocità in un fluido, stabilì il primo che la resistenza per cagion dell'inerzia sia proporzionale ai quadrati della velocità. Indi Desaguliers e Hauksbée confermarono questa legge per mezzo dei globetti che lasciavan cadere nell'aria dalla cupola di S. Paolo in Londra; e poi fu meglio rassodata da Schulzer, e più d' ogni altro da Borda, che coll' ajuto di un mulinello guernito di ale, e posto in giro nell'acqua e nell'aria, così nel senso verticale come nell' orizzontale, costantemente ne ritrasse che le resistenze seguivano la ragione dei quadrati delle velocità. Nè sono mancati dei fisici che hanno ridotto ad effetto le loro esperienze o in mare o in ampj canali d'acqua, e con corpi di notabile grandezza. Thevenard si servì di un canale d' acqua lungo intorno a 36 canne e profondo 15 palmi; e Romme, le cui fatiche furono premiate dall' Accademia di Parigi, usò di un canale d'acqua tranquilla della lunghezza di quasi 26 palmi; e dagli esperimenti da essi con ogni diligenza praticati in varj luoghi e in diversi tempi si ricavò concordemente la legge dei quadrati delle velocità. Tra tutti gli esperimenti poi che intorno a quest' oggetto sono stati istituiti dai fisici in singolare guisa, meritano la nostra considerazione quegli eseguiti da Bossut in compagnia di Condorcet e di D'Alembert nel 1776, che poi furono recati in luce nell' anno 1777. Lo stagno di acqua in cui si fecero l' esperienze era lungo quasi 16 canne, largo 8 canne e 1/2, e profondo 8 palmi e 1/3; di modo che l' acqua racchiusa in questa fossa si potea considerare come un fluido indefinito. In fatti il galleggiante o la barca destinata all' esperienza restava distante quasi 22 palmi dalla sponda più vicina. La barca era posta in movimento da un peso che scendea da una puleggia fissa; il tempo era indicato da un pendolo che battea i mezzi secondi, e cominciavansi a contare gli spazj trascorsi dalla barca allorchè il suo moto era già ridotto all' uniformità. Con queste precauzioni e diligenze furono

dirizzate varie esperienze, e in più modi replicate, delle quali come per modello ne soggiungiamo alcune in una tavola.

Barca num. 1.			Barca num. 2.		
Mezzi secondi impiegati a descrivere uniformemente 26 piedi.	Resistenze		Mezzi secondi impiegati a descrivere uniformemente 20 piedi.	Resistenze	
	Calcolate	Osservate		Calcolate	Osservate
17,08	12,00	12	21,11	16,16	16
15,90	13,84	14	18,92	20,11	20
14,84	15,89	16	17,32	24,00	24
14,00	17,86	18	16,12	27,70	28
13,50	19,21	20	15,12	31,49	32
12,75	21,53	22	14,19	35,75	36
12,45	22,58	24	13,68	38,47	40
			13,25	41,01	44
			12,59	45,42	48

In questa tavola trovansi registrate le resistenze come si ebbero dall' esperienza, e insieme come si ricavano dal calcolo nell' ipotesi che sieno proporzionali ai quadrati delle celerità; affinchè ci venisse fatto di confrontarle, e di osservare la loro conformità. Nell' esperienze segnate num. 1 la resistenza come 12, e in quelle segnate num. 2 la resistenza come 24 servono di base e come di modulo cui si rapportano tutte le altre; perciocchè nel calcolo si ha la seguente proporzione: la resistenza come 12 sta alla resistenza qualunque x come il quadrato della celerità corrispondente alla resistenza 12 sta al quadrato della celerità che corrisponde alla re-

sistenza x. Ma supponendosi, come si fa nella tavola sopra rapportata, che gli spazj descritti dai corpi con un moto uniforme sieno tutti di 20 piedi parigini, nella proporzione si possono introdurre i soli tempi e le resistenze senza più. Poichè è noto (num. 29) che posti eguali spazj le velocità sono in ragione inversa dei tempi; e però in luogo dei quadrati delle velocità adoperando quelli dei tempi, o dei mezzi secondi indicati dalla tavola, si ricaveranno le resistenze che saranno tra loro nella ragione inversa dei quadrati dei tempi: cioè la resistenza 12 sta alla resistenza x, come t^2, quadrato del tempo della resistenza x sta T^2 quadrato del tempo alla resistenza 12. E così successivamente rapportandosi alla resistenza come 12, e al tempo a questa resistenza corrispondente ai tempi o mezzi secondi impiegati in tutte l'esperienze, num. 1, si otterranno dal calcolo le resistenze estimate giusta i quadrati delle velocità. Ora comparando le resistenze osservate e calcolate, chiaro si raccoglie dalla inspezione della tavola che i risultati del calcolo coincidono quasi con quelli dell'esperienza; e che sebbene le resistenze osservate sieno maggiori delle calcolate, pure questa differenza è piccola e poco notabile. Dal che si conchiude, come una verità attestata dall'esperienza, che *le resistenze provenienti dall'inerzia dei fluidi sono da valutarsi come proporzionali ai quadrati delle velocità.*

283. La teorica è in ciò concorde coll'esperimento. Siccome un corpo che si muove per un fluido uniforme, dà movimento ad un maggiore o minore numero di particelle fluide in proporzione allo spazio che percorre, o sia in proporzione alla velocità del suo moto; così la resistenza ch'esso incontra per un sì fatto riguardo è da computarsi in ragione della semplice velocità. E parimente perchè un corpo che si muove in un fluido uniforme comunica una maggiore o minore quantità di moto a ciascuna delle molecole fluide in proporzione della velocità del proprio moto; perciò in questo secondo riguardo prova anche una resistenza la quale è in ragione della semplice velocità. La resistenza tutta adunque, la quale deriva dall'inerzia, è eguale alla perdita di moto che fa il corpo contro ogni molecola fluida moltiplicata pel numero delle molecole fluide, in cui s'imbatte nell'unità di tempo; o sia è in ragione della

velocità moltiplicata per la velocità, o, come dicesi, in ragione duplicata della velocità. E come questa resistenza si riferisce ad una funzione della velocità, è stata da alcuni chiamata *resistenza rispettiva*.

284. Non ostante che l'esperienze da noi rapportate fondino la proporzionalità della resistenza ai quadrati delle velocità, e che la teorica si unisca all'esperienze per rassodare questa legge; nondimeno non è da passarsi sotto silenzio che gli esperimenti di Juan e di Smeaton la contrastano, e che i risultati di Bossut ricavati dall'osservazione sono alquanto maggiori di quello che si ritraggono dal calcolo, nell'ipotesi dei quadrati delle velocità, siccome è chiaro dalla tavola su esposta. Questa discrepanza tra la teorica e gli esperimenti si è sospettato che avesse origine da alcune circostanze fisiche che han luogo nel moto dei corpi pei fluidi, a cui non riguarda la teorica. Di fatti si è osservato che il fluido si ammassa dinanzi i corpi in movimento, e che ci ha una differenza di livello tra il fluido alla parte anteriore ed alla parte posteriore del corpo in movimento. Imperocchè i corpi movendosi debbono separare e cacciar di luogo le particelle fluide; e queste per cagion della rapidità di essi corpi non potendo cedere allo stesso istante, e scorrere lungo i lati dei solidi, si arrestano, si ammassano e formano ciò che gli autori chiamano *prora fluida* dinanzi la superficie anteriore dei solidi. Nasce da ciò che il fluido ammontandosi s'innalza dalla parte dinanzi, e si abbassa verso la parte di dietro dei corpi, o, come dicesi dai Francesi, la *denivellation*, o pure il *remous*. Così una palla da cannone quanto più rapidamente fende l'aria, tanto più l'aria cacciata dalla parte anteriore incontra della difficoltà a scorrere verso i lati e a venir empiendo quel vôto che si forma ad ogn'istante verso la parte posteriore della palla medesima. Il gonfiamento adunque o l'elevazione dei fluidi dinanzi la superficie anteriore dei corpi è da considerarsi come una causa fisica che turba la legge stabilita dalla teorica; e noi terremo in considerazione per l'innanzi questa causa perturbatrice, ove riguarderemo alla resistenza proveniente dalla superficie dei corpi che mettonsi in movimento nei fluidi.

285. Ciascuno sa che l'acqua oppone una maggiore resistenza al piatto che al taglio del remo; che un fo-

glio di carta spiegata cade nell' aria più tardo dello stesso foglio quando è piegato; che una nave cammina più presto ove le sue vele tutte sono urtate dalla forza del vento. E similmente è noto dall' esperienze di Newton operate coi pendoli che le palle dei pendoli di diametro maggiore incontrano una resistenza più forte, e da quelle di Borda che le ale più grandi di un mulinello che gira nell' aria sentono più gagliardamente la resistenza dell' aria. Non è quindi da dubitare che nella stima della resistenza dei fluidi sia da valutarsi la superficie dei corpi che si muovono, e che solo sia da esaminarsi se posta la medesima celerità le resistenze seguano o no la ragione delle superficie.

286. Pare a prima vista, e la teorica ce lo dimostra, che le resistenze sian da tenersi come proporzionali alle superficie piane dei corpi che muovonsi nei fluidi; ma l' esperienze di più fisici concordemente ci annunciano che in pratica esattamente non si avvera. Borda ritrovò che le resistenze nelle superficie piane di 4 e 9 pollici quadrati in luogo di essere tra loro nella ragione di 16 : 81, siccome insegna la teorica, erano nel rapporto di 16 : 95 1/2. Juan attesta che non di rado ebbe per risultato delle sue esperienze una resistenza quattro e sino ad otto volte più grande di quella che comunemente si assegna in ragione delle superficie; di modo che oggi si è cercato un metodo per cui la teorica si possa ravvicinare all' esperienze investigando la causa fisica che partorisce la differenza dell' una dall' altra.

Juan fu il primo a manifestare che la resistenza era non solo da stimarsi, come prima faceasi, dalla grandezza della superficie, ma ancora dalla quantità maggiore o minore di essa superficie, ch' è immersa nel fluido in cui si muove. Dimostrò questa verità per mezzo della superficie di un paralellogrammo rettangolo, che situato col suo lato maggiore orizzontale provava una resistenza minore di quella a cui era sottoposto quando il suo lato maggiore era verticale. La differenza delle resistenze in queste due diverse posizioni della medesima superficie del paralellogrammo fu tale, che posta la lunghezza del paralellogrammo quadrupla della larghezza, le resistenze del lato maggiore verticale sono quasi due volte di più che non sono quando lo stesso lato è posto orizzontale. Indi ne ritrasse una verità

molto utile alla marina, cioè a dire: che una nave, le cui dimensioni lineari sono doppie di quelle di un'altra, in luogo di avere una resistenza come 4 sta 1, la incontrerà nel rapporto di 5 3/5 sta 1.

287. Come furono avvertiti i fisici dall'esperienze di Juan, si rivolsero a misurare le resistenze che incontrano i corpi, secondo che la loro superficie è più o meno immersa. Bossut dimostrò co' suoi esperimenti che le resistenze in due superficie egualmente profondate nell'acqua e fornite della medesima velocità, ma che differivano solamente in larghezza, crescevano in una ragione ch'era alquanto più grande del rapporto delle loro superficie. Ma quel ch'è più, gli esperimenti di Thevenard e di Bossut stabilirono che i corpi del tutto immersi stan sottoposti, data eguale la velocità, ad una resistenza la quale è minore di quella che soffrono gli stessi corpi ove sono in parte emersi o pure muovonsi a fior d'acqua. La ragione per cui è da mettersi a calcolo la quantità delle superficie immerse è stata da noi dichiarata. Il fluido che s'innalza dalla parte dinanzi dei corpi in movimento, e che si abbassa dalla parte posteriore, accresce di molto la resistenza; perciocchè ammassandosi aumenta l'ostacolo e la pressione contro la superficie anteriore, ed al contrario la diminuisce nella superficie posteriore. E come questo gonfiamento del fluido sulla parte anteriore opera contro la superficie emersa; così ne segue che i corpi, i quali tutti immersi si muovono in un fluido, incontrano una resistenza molto minore di quei che in parte vengono in su, giacchè questi nella loro parte emersa sentono notabilmente l'effetto del *remous*. Indi è che alcuni, tra i quali Bossut, han tentato di calcolare nelle resistenze l'effetto dell'ineguaglianza del livello per ravvicinare quanto più si può i risultati dell'esperienza a quelli della teorica, che valuta le resistenze solamente in ragione delle superficie senza più. Ma questi calcoli sono per lo più ipotetici, nè si è potuto finora determinare con esattezza quanto sia l'aumento e la variazione della resistenza proveniente dalla differenza di livello nel fluido tra la parte anteriore e posteriore dei corpi in movimento, o nell'acqua o nell'aria.

288. Siccome la teorica della resistenza dei fluidi è tutta fondata sopra un principio generale e semplicis-

simo, cioè: che la superficie dei corpi che muovonsi nell'acqua o nell'aria incontra un numero infinito di fili sottili, fluidi e paralelli che oppongono la loro resistenza senza essere impediti dai filetti vicini; così è stato facile in virtù di questo principio di estimare con prontezza tanto la resistenza perpendicolare dei fluidi, quanto la obbliqua contro le superficie piane. Ma se da noi si è osservato che la teorica non è esatta nel valutare la resistenza perpendicolare contro i piani in ragione della sola superficie, è ora da confessarsi ch'essa è in errore ed ha del tutto fallito nel determinare la resistenza obbliqua dei fluidi. Imperocchè la teorica risolvendo, come suol farsi, l'urto obbliquo in due, l'uno paralello al piano che si muove, il quale niente opera contro il piano, e l'altro perpendicolare al piano medesimo, riduce l'urto obbliquo al perpendicolare, compara gli urti obbliqui coi perpendicolari, e rapporta tra loro gli urti obbliqui come se fossero perpendicolari. In seguito di queste considerazioi, volendosi determinare la resistenza che oppone un fluido contro una superficie piana, si tiene per certo che una sì fatta resistenza sia proporzionale ai quadrati dei seni degli angoli d'incidenza. Ma questo rapporto per quanto paja vero in astratto, pure è smentito dal fatto; perciocchè tutte l'esperienze finora praticate nell'acqua e nell'aria, e quelle di Borda, Juan, Thevenard, Romme, Bossut e d'altri concordemente lo han dimostrato per falso. Borda si accorse dalle sue esperienze che un solido di forma cubica che si muove nel senso della diagonale, ed urta perciò obbliquamente il fluido, prova una resistenza che è maggiore di quella che prova movendosi, ed urtando il fluido nella direzione perpendicolare ad uno dei suoi lati; perchè in luogo di ritrovare la prima alla seconda resistenza come 7 sta 10, siccome insegna la teorica, la rinvenne come 7 sta 5 1/2 per l'esperienza. Bossut parimente compara nel suo *Trattato teorico ed esperimentale sull' Idrodinamica* sette esperienze in cui le resistenze sono obblique, e in tutte dimostra la discordanza che ci è tra i risultati dell'esperienza e quelli della teorica. Anzi per meglio dimostrare la differenza che passa tra la resistenza teoretica ed effettiva, mise in opera per le sue esperienze una barchetta la cui prora era un triangolo isoscele, e movcasi

col vertice in avanti di questo triangolo. Altro non facea, per iscoprire la legge secondo cui diminuisconsi le resistenze, che, poste tutte le altre cose eguali, cangiare l'angolo della prora. Cominciò da un angolo di 180°, in cui la resistenza è perpendicolare, e poi a questo sostituì un angolo di 168°, e quindi di 156°, e così di 12° in 12° diminuendo l'angolo giunse sino a quello di 12°, in cui la resistenza è molto obbliqua. La resistenza di 180° o sia la diretta espresse prima per 10000, e poi relativamente a questa e in corrispondenza degli angoli dirizzò la qui annessa tavola:

Valori degli angoli	Resistenze		Differenze
	Calcolate	Osservate	
180°	10000	10000	0
168	9890	9893	3
156	9568	9578	10
144	9045	9084	39
132	8346	8446	100
120	7500	7710	210
108	6545	6925	380
96	5523	6148	625
84	4478	5433	955
72	3455	4800	1345
60	2500	4404	1904
48	1654	4240	2586
36	955	4142	3187
24	432	4063	3631
12	109	3999	3890

289. È chiaro dalla inspezione di questa tavola che le resistenze osservate sono più grandi di quelle che si ricavano dal calcolo, e che la differenza tra le une e le altre cresce di più e diventa molto notabile a misura che va diminuendosi l'angolo, o sia che cresce l'obbliquità. La resistenza secondo l'osservazione per un angolo di 84° è maggiore di quella che risulta dal calcolo di 955, e la resistenza reale per un angolo di 24° è più grande della teoretica di 3631. E siccome la teorica calcola le resistenze nella ragione dei quadrati dei seni degli angoli d'incidenza; così non ci è dubbio che una sì fatta legge è contraria all'esperienza, e si deve del tutto abbandonare quando si tratta di un angolo al di sotto di 90°, o sia quanto più cresce l'obbliquità. Imperciò si conviene oggi da tutti che le resistenze oblique sono più grandi di quanto le valuta la teorica, e che le resistenze obblique in riguardo alle perpendicolari non diminuiscono nella ragione dei quadrati del seno tutto, al seno dell'angolo d'incidenza. Ma è da confessare che non ci è venuto fatto finora di scoprire la legge secondo cui variano le resistenze a tenore degli angoli diversi, o della diversa obbliquità; perciocchè, ad onta di tutti i metodi analitici finora adoperati, gli angoli molto acuti non si possono incatenare e ridurre ad alcuna legge. Anzi si è veduto che il rapporto delle resistenze obblique si avvicina più a quello dei semplici seni, che al rapporto dei quadrati dei seni degli angoli d'incidenza. Dalle quali cose ben si ricava che se l'esperienza finora non ha potuto stimare con precisione le resistenze obblique, ha almeno tolti gli errori della teorica, ed ha recato gran lume all'architettura navale sulla costruzione delle prore angolari.

290. La considerazione dell'urto obbliquo ci guida alla stima della resistenza che incontrano le superficie curve; perciocchè il fluido non esercita contro di esse, a cagione della loro figura, un urto perpendicolare, ma indiretto ed obbliquo. Il metodo che adopera la teorica nel valutare una sì fatta resistenza delle superficie curve, è lo stesso che si è da noi dichiarato trattando dell'urto obbliquo; cioè a dire, riduce l'urto obbliquo per via della risoluzione delle forze al diretto, e poi sommando tutte le piccole resistenze da indirette ridotte già a dirette secondo la natura diversa delle curve, deter-

mina la resistenza totale cui è sottoposta ciascuna superficie curvilinea che si muove in mezzo ai fluidi. Ma l'esperienza non si accorda anche in ciò cogl'insegnamenti della teorica. Sebbene il calcolo ci dimostra che una resistenza che incontra una superficie semicircolare sia a quella del suo diametro nella ragione di 2 a 3; pure Bossut raccolse dalle proprie esperienze che l'una è all'altra come 13 sta 25. Concordi parimente sono a quelle di Bossut l'esperienze di Thevenard; perciocchè ebbe dall'esperimento i rapporti delle resistenze in tre curve, come 133, 111 e 110, che calcolate a norma della teorica erano da ritrovarsi come 133, 226 e 220. E senza dilungarci più oltre, non si dubita più al presente dai fisici che la teorica ha falsamente misurato le resistenze che incontrano le superficie curve, stimandole assai più di quanto in verità sono, e di quanto ricavansi dall'esperienza. Investigandosi poi la ragione d'onde nasca che le superficie poligone o curvilinee sien sottoposte ad una resistenza minore, si è creduto che ciò provenga dalla facilità con che il fluido urtando si divide e dolcemente scorre dall'uno e dall'altro lato della superficie curva, per cui viene non solo a menomarsi il *remous*, ma ancora la forza dell'urto. Che che sia però di questa ragione, egli è certo che la fisica discoprendo per mezzo degli esperimenti gli errori della teorica, è stata cortese all'architettura navale d'una verità di grande utilità, additandole che le prore di forma curvilinea sien da preferirsi alle piane ed alle rettilinee angolari, come quelle che incontrano una minore resistenza.

291. Sebbene siesi finora supposto che il fluido si stesse in riposo; pure è da notarsi che considerandosi in movimento, la resistenza che incontrano i corpi si può diminuire o pure accrescere di più. Una barca, la quale cammina contro la direzione della corrente, oltre all'inerzia, deve vincere la spinta del fluido, per cui è molto ritardata nel suo corso. E al contrario chiunque si accorge che un pallone, il quale si muove giusta la direzione del vento, è ajutato nel muoversi dall'impeto del vento, e più rapido diventa nel suo cammino. Indi è che riguardando al movimento dei fluidi, è da mettersi in computo per calcolare la resistenza non che la velocità rispettiva del fluido e del corpo che si muove in esso fluido, ma ancora la direzione dei loro movi-

menti. Se le direzioni del fluido e del corpo sono in senso contrario, non ci è dubbio che la resistenza che incontra il corpo movendosi si aumenta relativamente a quella che lo stesso corpo proverebbe camminando colla stessa velocità nel medesimo fluido in quiete. Imperocchè a vincere l'impeto del fluido che si oppone al suo cammino deve impiegare una quantità di moto, che perduto non avrebbe nel caso che il fluido fosse stato in riposo. Da ciò proviene che una nave, la quale è combattuta da un vento contrario, raccoglie le sue vele quando il vento soffia con violenza, affinchè trovando meno resistenza, meno sia impedita nel suo corso. Ma se le direzioni del fluido e del corpo, che sono ambedue in movimento, avvengono nella medesima direzione, o, come dicesi, nello stesso senso; allora è da riguardarsi alle due velocità del corpo e del fluido. Se le velocità dell'uno e dell'altro sono eguali, la resistenza del corpo si può tenere come nulla; perchè il fluido gli apre, dirò così, la strada, e camminando sempre innanzi non gli oppone alcuna resistenza. Ma se le due velocità sono ineguali, è da tenersi conto della differenza di queste due velocità; perciocchè chi è fornito di una velocità maggiore è necessario che ne comunichi una parte all'altro, la cui velocità è minore. Una palla da cannone che si muove nella stessa direzione del vento prova una resistenza minore di quella cui è sottoposta quando l'aria è tranquilla; ma siccome va più rapidamente che non fa il vento, è costretta ad urtare le particelle dell'aria che si muovono lentamente, e comunicando alle medesime una parte della sua velocità viene a soffrire un ritardo nel suo cammino.

292. Una circostanza che si vuole attendere nella resistenza dei fluidi, è l'angustia dei canali in cui si muovono i corpi. I marinai di Olanda, secondo che attesta Franklin, giornalmente osservano che le barche sono più o meno impedite nel loro cammino a misura che s'imbattono in canali più o meno stretti, o più o meno bassi nei loro fondi. Per altro la ragione ci persuade che smossa e spinta l'acqua o altro fluido in un canale stretto da un corpo che si muove con celerità, non può liberamente scorrere lungo i lati di esso corpo, o verso il fondo, perchè il fluido è impedito dalle sponde e dalla bassezza del fondo. Di che viene che l'acqua facendo

riflusso oppone una resistenza alla barca o ad altro corpo, che non s'incontra nei larghi canali, o in un fluido di grande estensione. Ma meglio e più chiaramente che non fa il raziocinio si è dimostrata questa verità coll'esperienza. Bossut nell'anno 1778 rivolse le sue cure ad un tale argomento, e costruì artificialmente un canale ora più o meno largo, ed ora più o meno profondo, in cui eseguir seppe le sue esperienze, le quali si possono leggere nel tomo II della sua *Idrodinamica*. Comparò egli da prima la resistenza diretta in un canale stretto a quella in un fluido indefinito, e costantemente trovò la prima, o per la bassezza del fondo o per l'augustia del canale, sempre più grande della seconda. Passò quindi ad esaminare le resistenze oblique per via delle prore angolari delle barchette, e vide chiaramente ch'esse diminuivano di più in rapporto alle dirette in un fluido esteso, di quello che faceano in un canale stretto. D'onde fu abilitato a conchiudere in generale che la resistenza dei fluidi racchiusi in canali angusti o poco profondi è più grande di quella che incontrasi nei fluidi che sono indefiniti in ogni senso; e che queste differenza può divenire molto sensibile in ragione delle dimensioni dei canali, e della forma dei corpi che muovonsi nel fluido contenuto nei medesimi.

293. Raccogliendo ora i singoli elementi che accennato abbiamo e calcolar si debbono nella stima delle resistenze dei fluidi, si può dire che la resistenza, quando è diretta in un fluido indefinito e contro le superficie piane, è proporzionale alla densità del fluido (num. 280), al quadrato della velocità (num. 282) ed alla superficie del corpo che si muove (num. 285). E però chiamando D la densità, V la velocità e S la superficie, sarà $R = DSV^2$, ed ove si comparano le resistenze di due corpi che scorrono nei fluidi diversi, si avrà $R : r :: DSV^2 : dsv^2$. E perchè la tenacità del fluido, in riguardo al quadrato della celerità con cui si muove il solido, si reputa come se fosse infinitamente piccola; perciò d'ordinario si trascura, e la resistenza si tiene come proporzionale al prodotto dell'ampiezza della superficie pel quadrato della velocità.

Se poi si supponga che il fluido sia in movimento come il solido che entro vi scorre, allora è da pigliarsi il quadrato della somma delle due celerità quando i mo-

vimenti sono in senso contrario, o la differenza delle medesime quando i movimenti si fanno nella medesima direzione. Indi è che chiamando V e v le due velocità, si avrà $R = S(V \pm v)^2$, e posti in confronto due corpi che si muovono nello stesso fluido in movimento, sarà $R : r :: S(V \pm v)^2 : s(U \pm u)^2$. Dal che è chiaro che se il fluido e il corpo son forniti della stessa velocità nel senso stesso, la resistenza diventerà nulla, come da noi sopra è stato notato (num. 291).

Ma una tale stima della resistenza diretta dei fluidi contro le superficie piane non è da riguardarsi come accurata, e piuttosto è da tenersi come quella che ci può servire di guida e di approssimazione in difetto di una misura esatta. Poichè lasciando stare che non tien conto della quantità della superficie immersa (num. 286) e del *remous* (num. 284), egli è certo che non ha alcun riguardo alla forma dei lati, ed alla parte posteriore del corpo che si muove nel fluido, sopra i quali si esercita una pressione. E come la resistenza dei fluidi deve essere una pressione risultante eguale alla risultante delle pressioni che han luogo sopra tutte le facce del corpo, e si scompongono nel senso in cui si considera la resistenza; così è chiaro che la misura della resistenza dei fluidi da noi sopra indicata sia da riputarsi per imperfetta e manchevole. Ciò non ostante non avendo ancora potuto ben riunire la teorica cogli esperimenti, è quella che comunemente si segue dalla più parte dei fisici.

Intorno poi alla resistenza obbliqua si può dire che sia stato tolto l'errore della teorica, ma non l'ignoranza della vera misura della resistenza. Poichè sebbene l'esperienza (num. 289) abbia dimostrato che le resistenze, le quali derivano dai moti obbliqui, non vadano menomando nella ragione dei quadrati dei seni degli angoli d'incidenza, come suppone la teorica; pure non ci ha ancora indicato la legge a cui stan sottoposte e secondo cui sien da calcolarsi, massime quando l'angolo d'incidenza è molto acuto. Nondimeno, secondo che piace a Bossut, essendo gli angoli tra 50° e 90°, si può adoperare come misura di approssimazione quella della teorica; cioè a dire riducendosi prima le resistenze obblique a dirette, sono poi da stimarsi in ragione composta dei piani, dei quadrati delle velocità, e dei quadrati dei seni degli angoli d'incidenza. Ma, secondo Juan ed

altri, sempre ai quadrati dei seni degli angoli d' incidenza sono da sostituirsi i semplici seni; perciocchè coi quadrati ne risulta una resistenza ch' è molto meno della reale.

Finalmente è da conchiudersi che le resistenze, sieno obblique o perpendicolari, nei canali angusti e poco profondi crescono e sono maggiori di quelle che incontrano i corpi movendosi in un fluido indefinito, e che finora non abbiamo una legge certa e stabile secondo cui si possano generalmente calcolare.

294. Segue dalle dottrine da noi stabilite: 1.° Che per mantenersi uniforme il moto dei corpi nei fluidi ricercasi una continua accessione di forza, la quale vincendo esattamente e di mano in mano la resistenza che oppongono i fluidi, conservi l' uniformità ai corpi nel loro movimento. E come d' ordinario non ci è questa aggiunta continua di forza; così il moto dei corpi nei fluidi va decadendo per gradi, e in fine si estingue. 2.° I corpi che muovonsi nei fluidi, e sono sospinti da continui e replicati impulsi, giungono gradatamente alla loro massima velocità, e poi pigliano un moto uniforme. Poichè sebbene pel continuo aumento della forza si accresca la velocità; pure crescendo la resistenza dei fluidi in ragione dei quadrati della velocità, ne avviene che ad un certo punto la resistenza diventerà eguale all' energia dell' impulso che di mano in mano si aggiunge, ed il corpo a cagione dell' inerzia proseguirà a muoversi in virtù del movimento acquistato. Una nave spinta dalla forza continua del vento accelera da prima il suo moto, e poi procede con un moto uniforme. 3.° Sopra questo principio è fondata l' invenzione del *paracaduta*, che ha la forma presso a poco di ombrello, affinchè per l' ampiezza della superficie e per la celerità della caduta si accresca notabilmente la resistenza dell' aria, e presto pigliando un moto dolce ed equabile ripari una persona dal piombare e precipitare. Indi gli aerostatici sogliono seco condurre volando in alto il paracaduta per ogni evento che potesse aver luogo. 4.° È da distinguersi la resistenza che oppongono i fluidi dal ritardo che producono nei corpi che in essi si muovono; perciocchè la resistenza è proporzionale alla quantità di moto che si distrugge, e il ritardo si riferisce alla quantità di velocità che perdono i corpi. E come nella quantità di

moto ci entra la considerazione della massa (num. 36); così può avvenire che resistenze eguali producano un ritardo ineguale. Due corpi di volume eguale che muovonsi colla stessa velocità nel medesimo fluido, ma che hanno masse ineguali, perdono, per cagione della resistenza eguale che incontrano, eguali quantità di moto e non soffrono un ritardo eguale. *A* con 2 di massa e 4 di velocità, e *B* con 4 di massa e 4 di velocità incontrano una resistenza eguale, perdono una quantità di moto eguale come 4; e intanto l'uno si muoverà con 2 gradi di velocità, e l'altro con 3 gradi. 5.° Se un corpo muovendosi trascorre obbliquamente da un fluido in un altro di densità diversa, come dall' aria nell' acqua, ed al contrario; allora mutandosi la resistenza che incontra il corpo per cagione della densità, che, siccome abbiamo veduto (num. 280) è un elemento della resistenza; cangia la sua direzione, e il moto che piglia declinando e torcendo dalla linea di sua direzione si dice *moto rifratto*. La causa per cui il corpo in questo caso torce la direzione è l'obbliquità con cui incontra il nuovo fluido; perciocchè risolvendosi il moto obbliquo in due, l' uno perpendicolare e l' altro orizzontale al piano del fluido in cui sottentra, niente si altera il moto orizzontale, e solamente per la diversa densità del fluido si turba il perpendicolare; o sia diminuito o accresciuto un lato del paralellogrammo, declina più o meno dalla sua primitiva situazione la diagonale che rappresenta la direzione del corpo. *Per darsi* adunque *movimento rifratto è da avverarsi il passaggio del mobile di un fluido in un altro di densità diversa, e un passaggio obbliquo e non perpendicolare.*

ARTICOLO II.

Dell' attrito.

295. Sebbene la forza di coesione possa alquanto impedire il movimento di un corpo che striscia sopra di un altro; pure l' attrito (num. 279) si riduce principalmente alla resistenza che oppongono al moto di un corpo che scorre sopra di un altro le ineguaglianze o asprezze delle loro superficie. La misura di questa resistenza non si è potuta definire a *priori*, perchè la teo-

nica non sa nè conosce le asprezze e le cavità di cui abbondano le superficie dei corpi, molto più che una sì fatta resistenza è diversa secondo i corpi diversi che strofinansi, e nei casi differenti di equilibrio o di moto. Si è avuto ricorso, egli è vero, all'esperienze; ma siccome i saggi dirizzati da Amontons, da Parent, da Musschenbrock e da altri sono stati eseguiti in piccolo; così non se ne sono ritratti che risultamenti incerti e poco concludenti. I travagli che più sono da tenersi in pregio intorno a questo articolo, sono quelli di Vince, di Ximenes e particolarmente di Coulomb, come quelli che si riguardano per accurati, e ci somministrano alcune regole che guidar ci possono alla giusta estimazione di una sì fatta resistenza: e noi ajutati dalle loro esperienze anderemo stabilendo quelle verità che influir principalmente possono nella costruzione delle macchine, e nelle operazioni delle arti, e negli usi della società.

296. Col favore di alcuni cilindri di legno, che frappongonsi a un piano qualunque e ad un pezzo di marmo che si vuol muovere, si tira più facilmente il marmo; perchè la resistenza che deriva dallo strofinio è molto meno quando il marmo scorre sopra i cilindri che ruzzolano, di quella che s'incontra quando striscia sul piano. E al contrario si legano e figgonsi le ruote di un carro affinchè dall'erta balza non piombi e lentamente strisciando discenda. Or questi fatti ci annunziano che i cilindri, come quelli che rotolano, ajutano il movimento del marmo e minorano l'attrito, e impedendosi la conversione delle ruote in un carro si accresce la resistenza e lo strofinio. Coulomb di fatto conobbe da esperienze eseguite con gran diligenza ed esattezza, che facendo rotolare un corpo sopra un piano, in luogo di farlo strisciare, v'incontrava una resistenza a cagione dello strofinio ch'era minore da dodici sino a venti volte. Indi è nata la distinzione dei fisici e dei meccanici di due maniere di attrito. L'una è dei corpi che sdrucciolano sulla superficie degli altri, com'è lo sfregamento di un libro che scorre lungo di un piano. L'altra è dei corpi che ruzzolano sulla superficie degli altri, come è lo strofinio del marmo sopra i cilindri che rullano, o in generale lo strofinio di una palla che rotola sopra un piano. Quella maniera di attrito si chiama *di prima specie, o dei corpi strisciantì*, e questa *di seconda spe-*

cie, o *dei corpi rullanti.* La verità che si raccoglie da questa distinzione si è che l'attrito della seconda specie, o sia la resistenza che proviene dallo strofinio dei corpi rullanti, si considera come picciolissima in riguardo a quella che nasce dallo sfregamento della prima specie, o dei corpi striscianti. Poichè, senza riguardare ai fatti che lo dimostrano, si comprende benissimo che ove i corpi si muovono strisciando, l'eminenze di una superficie s'inseriscono nelle cavità dell'altra, nè il corpo si può muovere, se queste eminenze non si pieghino o si rompano, per cui ne risulta urto, ritardo e molta resistenza. Indi è che gli abiti, le legna, i marmi, ec., si consumano coll'attrito. Ma se i corpi si muovono rullando, l'eminenze di una superficie sono ajutate e sospinte dal moto stesso di rotazione a strigarsi dalle cavità, e a rialzarsi per sormontare pian piano le prominenze dell'altra, non altrimenti che scappa un dente da un altro nelle ruote dentate che s'incontrano nell'atto che si muovono; e perciò il corpo resta meno impedito nel suo movimento, e ne risulta una resistenza più piccola per cagione delle asprezze delle superficie o dello strofinio. La distinzione dunque dell'attrito di prima e di seconda specie è solida, e fondata sulla ragione e sopra i fatti; e noi esamineremo prima la resistenza dei corpi striscianti, e poi quella dei corpi che rullano, colla scorta degli esperimenti di Coulomb e di Ximenes.

297. Coulomb esaminò cogli apparecchi i più acconci all'uopo, e con quella diligenza che maggiore si può, lo strofinio di più corpi che dalla quiete passano al moto, e strisciando si muovono. Ricavò egli da più esperimenti sopra diversi legni, che lo strofinio aumenta colla durata del contatto delle superficie, e giunge al suo *maximum* dopo 1′ o 2′ di riposo; e oltre a ciò che la resistenza proveniente dall'attrito è sempre proporzionale alla pressione. Gli venne quindi fatto di stabilire che il rapporto medio e costante della pressione allo strofinio in una superficie di quercia che striscia nel senso del suo filo sopra un'altra di quercia è come 1 : 0,43, nella quercia sopra una superficie di abete :: 1 : 0,65, nell'abete sopra abete :: 1 : 0,56, nell'olmo sopra olmo :: 1 : 0,47. E replicando l'esperimento per mezzo della quercia che striscia col suo filo a traverso, e che s'incrocicchia ad angolo retto col filo della superficie di

quercia inferiore, ebbe un risultato costante e proporzionale alla pressione, trovando il rapporto della pressione all'attrito :: 1 : 0,26. In questo modo lo strofinio della quercia nel senso del suo filo è a quello col filo traverso :: 0,43 : 0,26.

298. Esaminando lo stesso Coulomb lo strofinio tra i legni e i metalli, conobbe che la resistenza proveniente dall'attrito giungea al *maximum* dopo 4 o 5 ore di contatto, e alcune volte dopo 4 o 5 giorni di riposo. Ma nello sfregamento del ferro sopra la quercia il rapporto tra l'attrito e la pressione risultò sempre in una data proporzione, cioè a dire :: 1 : 0,2 e tra il rame e la quercia :: 1 : 0,18.

Finalmente cercò il rapporto dello strofinio dei metalli sopra metalli, come del ferro sopra ferro, e del ferro sopra il rame giallo, e rinvenne il primo :: 1 : 0,28, e il secondo :: 1 : 0,26 presso a poco. (V. Coulomb, *Teoria delle macchine semplici*, cap. 1-3).

Si raccoglie da tutte queste esperienze: 1.° Che lo strofinio dei legni che strisciano sopra legni, o dei legni contro i metalli, o dei metalli tra loro, dopo un tempo sufficiente di riposo, è sempre proporzionale alle pressioni; perciocchè il rapporto delle pressioni all'attrito con pesi diversi sempre si è trovato presso a poco lo stesso. 2.° Che non è da riguardarsi come esatta la determinazione generale d'Amontons stimando l'attrito per 1/3 della pressione. Poichè ne' legni contro legni è tra 1/2 e 1/3, nei legni contro i metalli è tra 1/3 e 1/4, e tra i metali contro i metalli è presso ad 1/5. Ciò non ostante in pratica si tiene come regola sicura quella di accrescere la forza motrice di 1/3 di più per vincere la resistenza e l'attrito. 3.° L'attrito aumenta sensibilmente nei primi istanti del riposo, ma dopo alcuni minuti pervieue ordinariamente al suo *maximum* quando i corpi sono omogenei.

299. A parte della pressioue volle Coulomb introdurre nella stima della resistenza proveniente dall'attrito altri due elementi, cioè la velocità e la superficie dei corpi che strofinano. E intorno al primo elemento, ch'è la velocità, si accorse che tra i legni di quercia, i quali strisciano con una celerità qualunque, la resistenza dello strofinio decresce, e decrescendo mantiene costante il rapporto che piglia colla pressione. Di fatti stabilì che la

forza necessaria per separare e fare sdrucciolare le superficie di quercia dopo alcuni minuti di riposo, è a quella necessaria per vincere lo sfregamento, quando le medesime superficie hanno già acquistato un grado di celerità come 9,5 a 2,2.

Replicò le sue fatiche con diverse maniere di legni, così facendoli strofinare nel senso della lunghezza della fibra legnosa come a traverso, e nella quercia contro abete, potè determinare il rapporto delle pressioni allo sfregamento come 1 : 0,158, nell'abete contro abete come 1 : 0,167, e nell'olmo contro l'olmo come 1 : 0,100.

La resistenza adunque cagionata dallo sfregamento nei legni di quercia, olmo e abete diminuisce per ragione della celerità; ma sempre egli è vero che il rapporto tra lo strofinio e le pressioni è costante, o sia che l'attrito è proporzionale alla pressione.

Rivolgendosi all'esame de' metalli che strisciano sopra i metalli, si accorse che l'intensità dello strofinio è la medesima, sia che le loro superficie si vogliano distaccare dopo un tempo qualunque di riposo, sia che muovansi con una qualunque uniforme celerità. Ma non così avviene nell'attrito di superficie eterogenee, come sono i legni e i metalli; perciocchè i suoi esperimenti chiaro gli mostrarono che questa maniera di strofinio si aumenta sensibilmente come cresce la celerità. Anzi con un moto insensibile l'attrito della quercia sopra lamine di ferro fu di 0,08 della pressione; e allorchè la velocità fu accresciuta ad un piede per 1″, divenne l'attrito quasi di quantità doppia, cioè a dire eguale a 0,16. Di che gli fu conceduto di argomentare che lo strofinio cresce presso a poco secondo una progressione aritmetica, allorchè le celerità si aumentano giusta una progressione geometrica.

La celerità adunque nei legni che si strofinano contro legni diminuisce la resistenza che deriva dall'attrito, non l'altera nei metalli che strisciano sopra metalli, l'accresce secondo una progressione aritmetica nei legni contro i metalli; ma non leva in alcun modo che passi un rapporto tra l'attrito e la pressione.

300. Intorno all'altro elemento, ch'è l'ampiezza maggiore o minore delle superficie strofinanti, si è molto altercato tra' fisici, e in particolare tra Amontons e

Musschembroek; perciocchè il primo opinava quella non poter influire, e 'l secondo stimava doversi mettere in computo; ma i loro contrasti sono stati composti dagli esperimenti del Coulomb. Questi variando le superficie del legno di quercia che striscia sopra quercia, vide che la differenza dell'attrito tra una superficie di tre piedi quadrati ed un'altra piccolissima appena giungea ad 1/50. E dai legni rivolgendosi ai metalli, trovò che per una superficie di ferro di tre piedi quadrati, la quale striscia sopra rame giallo, il rapporto medio dello strofinio alla pressione era di 1/4; ma come s'impicciolivano le superficie di questi due metalli, l'attrito riduceasi prima ad 1/5, e dopo qualche tempo ad 1/6 della pressione.

Dal che si raccoglie, che sebbene sia poco sensibile la variazione della resistenza per cagione delle superficie strofinanti; pure è da considerarsi come un elemento nel computo dell'attrito. Anzi avverte lo stesso Coulomb che la resistenza proveniente dallo strofinio cresce grandemente, quando le superficie sono molto estese e i pesi comprimenti assai piccoli; perciocchè allora ne risulta uno strofinio irregolare e soggetto a molte variazioni.

301. Chiunque sa e conosce che strisciano più facilmente e incontrano resistenza minore le supeficie quando son pulite, e all'inverso hanno più tardo il moto e incontrano più ostacoli quando son grezze. Ed in verità siccome le asprezze delle superficie strofinanti sono la causa dell'attrito; così la ragione ci persuade e l'esperimento ci dimostra che come appianansi le ineguaglianze colla pulitura, debba venir meno la resistenza che nasce dallo strofinio; e però l'attrito si raddolcisce e diventa minore per mezzo della pulitura. Indi è che nella costruzione delle macchine sogliònsi pulire con ogni diligenza i varj pezzi, onde si diminuisca quanto più si può lo strofinio.

302. Una pratica giornaliera ci attesta che i ferri unti di olio scorrono più facilmente gli uni sopra gli altri, e che spalmato il perno, la ruota più prontamente gira. E in generale, siccome le materie grasse frapposte alle superficie striscianti n'empiono le cavità, e in certo modo le appianano; così avviene che le prominenze di una superficie meno profondano nella cavità dell'altra, e più facilmente le asprezze ne soverchiano, o sia com-

prendesi che per mezzo degli untumi si scema l'attrito. Ma non tutte le sostanze grasse convengono ad ogni maniera di superficie, nè tutte egualmente fan declinare l'attrito, nè sempre e con tutte le pressioni fan minore nello stesso modo la resistenza che deriva dallo sfregamento.

Dagli esperimenti di Coulomb si raccoglie che nei legni di quercia, i quali unti strisciano sopra legni di quercia, lo strofinio giunge al suo *maximum* più lentamente quando sono guerniti di sego, che quando di vecchia sugna, e il tempo in cui giunge al *maximum* è piccolissimo, ove le superficie striscianti sono ridotte a piccole dimensioni.

Se la vecchia sugna è morbida scema lo strofinio meno del sego, e talvolta l'accresce di più per la coerenza che induce tra le superficie striscianti. Anzi, ove le superficie sono molto estese e le pressioni piccole, è tale e tanta l'adesione che contraggono le superficie, che lo strofinio si aumenta a dismisura. Asciugandosi il sego di cui erano unte le superficie di quercia, e restando le medesime lucide per cagione del sego che ha penetrato i loro pori, si è trovato il rapporto dello strofinio alla pressione quando le superficie erano piccole come 1 a 0,06, ed aumentate le superficie come 1 a 0,77, o pure 0,71.

I risultamenti che ritrasse Coulomb intorno allo strofinio dei metalli unti di sostanze grasse, sono alquanto diversi di quelli che noi abbiamo rapportato intorno ai legni. E primieramente guerniti i metalli di sego, lo strofinio si scema notabilmente ove i metalli sono aggravati di grossi pesi, e la celerità con cui sdrucciolano è aumentata. Questo effetto deriva, secondo Coulomb, dalla durezza e consistenza del sego; perciocchè tolto il sego dalle superficie metalliche, e posto in sua vece dell'olio di ulivo, lo strofinio non declina, e si scema, come avviene col sego, ancorchè le pressioni sieno grandi e la celerità sensibile. E in generale, senza che si abbia riguardo alla celerità, il rapporto dello strofinio alla pressione è minore allorchè le superficie dei metalli unte di sego sono aggravate di pesi grossi ed enormi, di quello che fassi con pesi piccoli e non molto notabili. Il che pare potersi ripetere dall'adesione del sego che oppone con ogni grado e quantità di pressione una stessa

e costante resistenza, la quale riesce sensibile quando il peso o la pressione non è grande, e comparisce piccola e insensibile se il peso o la pressione è enorme. In secondo luogo è da notarsi che lo strofinio tra metalli unti di vecchia sugna non si è trovato mai meno di 1/9 della pressione, e che un sì fatto rapporto o sia la resistenza cresce e giunge sino ad 1/6 a misura che la sugna va perdendo la sua sodezza e ammorbidisce. Oltre a ciò si è osservato che nello strofinio di lamine di rame sopra ferro con abbondante olio di ulivo, la resistenza perviene al *maximum* dopo un brevissimo tempo, ed è costantemente eguale ad 1/7 della pressione. Finalmente quando le superficie sono spalmate di sego e hanno una grande estensione, lo sfregamento altera gli strati di sego, ed è necessità di rinnovare l'untume, perchè la resistenza non vada crescendo. Indi è che per non esser nel bisogno di rinovare continuamente il grasso, si suole ungere di olio, di sego o altro untume (V. Coulomb, *Teoria delle macchine semplici*, cap. I, sez. 2).

A compiere la classe dei corpi strofinanti si sono dirizzate da Coulomb dell'esperienze che riguardano l'attrito dei metalli contro i legni coll'intermedio di sostanze grasse. Ha egli ritrovato che nello sfregamento dei metalli unti contro i legni la celerità aumenta la resistenza dell'attrito, e che non rinovandosi spesso l'untume o il sego, lungi di scemare, s'aggrandisce di più l'attrito. Ma in generale gli venne fatto di stabilire che strisciando i metalli unti di grasso sopra legni con una piccola celerità, lo strofinio si addolcisce, e il rapporto dell'attrito alla pressione si mantiene costante.

303. Dalle cose finora esposte si raccoglie: 1.° Che lo strofinio è vario secondo la natura diversa dei corpi strofinanti; perciocchè dall'esperienze rapportate si son cavati effetti diversi nello sfregamento dei legni, dei metalli, tra metalli e legni, e tra le diverse maniere di legni o di metalli. 2.° Sebbene l'estensione della superficie, e la celerità con cui movonsi i corpi striscianti, influiscano sulla resistenza che nasce dall'attrito; pure l'elemento principale da computarsi è quello dei pesi che aggravano le superficie sdrucciolanti. Infatti l'esperienze del Coulomb (num. 300) dimostrano che la resistenza la quale deriva dall'accresciuta ampiezza della superficie, è piccola, e si può trascurare in riguardo a quella

che nasce dalla pressione; e che l' attrito per cagione della celerità alcune volte non si aumenta, spesso cresce di poco, e di rado si aggrandisce notabilmente (num. 299). 3.° Il rapporto medio dello strofinio alla pressione generalmente si tiene come costante (num. 298), ma che ciò non di meno o con pesi enormi o pure con piccoli pesi, che aggravano una superficie molto estesa, svaria e sta sottoposto ad irregolarità. 4.° Dagli esperimenti chiaro si raccoglie che non si può stabilire il rapporto dello strofinio alla pressione come 1/3 a 1, siccome volle Amontons; perciocchè (num. 298) è chiaro che oscilla ora in più e ora in meno di 1/3. Che se in pratica pigliasi per eguale ad 1/3, ciò nasce dal difetto dell' esperienze proprie ad indicarci nei casi particolari il vero rapporto tra lo strofinio e la pressione. 5.° La pulitura delle superficie strofinanti, e le sostanze grasse che frappongonsi alle medesime, contribuiscono a diminuire la resistenza dell' attrito (num. 301 e 302), ma che una sì fatta diminuzione è diversa secondo la natura diversa dell' untume, e delle superficie che si fregano. 6.° Ove il grasso, di cui ungonsi le superficie, non si rinova o pure si ammollisce, o quando i pesi che comprimono le superficie spalmate di untume sono molto grandi, in luogo di scemarsi, al contrario si aumenta l' attrito (num. 302). Dalle quali considerazioni generali ben si conosce che non abbiamo finora regole certe ed invariabili per estimare lo strofinio, e che restandoci ancora molto a travagliare intorno a questo articolo, non possiamo avere nella stima della resistenza proveniente dall' attrito esattezza, ma semplice approssimazione.

304. Tutte queste dottrine non sono di pura speculazione, ma ci tornano a grande utilità e si applicano con gran profitto alle macchine. E per comprenderne tutta l' importanza, si voglia mantenere colla mano o con una forza qualunque una massa di pietra che tende a sdrucciolare sopra un piano inclinato; allora non ci è dubbio che lo strofinio favorisce la potenza, perchè esso impedisce in parte l' effetto del peso o della resistenza, e fa sì che la pietra sia mantenuta e bilanciata da uno sforzo più piccolo di quello che sarebbe necessario per equilibrarla se non vi fosse l' azione dell' attrito. Ma se ci piacesse di tirare all' insù la stessa pietra lungo il medesimo piano inclinato, dovrebbe la potenza

non che equilibrare la pietra, ma vincere ancora la resistenza proveniente dall'attrito, e perciò si ricercherebbe uno sforzo dalla parte della potenza più grande di quello che vuole la condizione dell' equilibrio in un piano inclinato. Lo strofinio adunque è utile alla potenza, ove questa è destinata soltanto ad impedire il moto: ed al contrario è disfavorevole alla medesima, quando si tratta di mettere la macchina nel punto di muoversi, o di procurarle un movimento effettivo. Nel primo caso l' attrito si può esprimere per la differenza tra la resistenza e la potenza in equilibrio, o sia per $R - P$, e nel secondo è rappresentato dalla differenza tra la potenza e la resistenza, che si bilanciano, o sia da $P - R$. Dal che è chiaro che lo strofinio si oppone con indifferenza e passivamente allo sforzo della potenza o della resistenza che si tengono in equilibrio nelle macchine; e che giova grandemente il sapere quanto esso debba valutarsi per accrescere o diminuire opportunamente e in corrispondenza lo sforzo della potenza che deve o impedire o pure eccitare il movimento dei corpi col favore delle macchine. Indi è che i meccanici hanno recato innanzi delle formole, colle quali si lusingano di determinare il valore dello strofinio nei singoli casi di equilibrio o di moto, e nelle diverse maniere di macchine per provvedere quanto meglio si può alle operazioni delle arti ed alla pratica. Ma sì fatte formole sono da riguardarsi per incerte, perchè incerti sono, come da noi si è osservato, gli elementi che influiscono sulla stima e il valore dell' attrito; ed io volentieri farei qui menzione delle medesime, massime dopo lo sviluppare che ne ha fatto Prony nella *Meccanica filosofica*, se troppo a lungo non ci portassero, e se non sembrasse di oltrepassare i confini proposti alla fisica sperimentale (V. Borgnis, *Teoria della macchina usuale*, l. 2, cap. 3, p. 267; e Poisson, *Tratt. di Mecc.* l. 1, p. 178). Bastaci adunque di aver indicato i dati su cui riposansi le anzidette formole, e solamente soggiungeremo gli esperimenti che definiscono lo strofinio in una macchina di rotazione, com' è la carrucola, per far qualche cenno dell' attrito di seconda specie, o sia dell' attrito dei corpi che rullano.

305. Francesco Ximenes sospese ad un grosso trave di abete due pulegge distanti tra loro, le quali giravano

sopra perni immobili; e poi per mezzo di una corda, che scorrea orizzontalmente sopra le pulegge, mise in equilibrio due cassoni, il cui peso era di 225 libbre per ciascheduno. Siccome questi due cassoni teneansi in equilibrio; così sarebbe stato bastevole un piccolo peso aggiunto ad uno de' medesimi, perchè, rotto l'equilibrio, si mettessero in movimento. Ma girando le interne superficie delle rotelle sopra i perni, e strofinandosi, erano impediti dall'attrito, e ricercavasi un peso che vincesse l'attrito per eccitare il movimento nei cassoni. E però dal peso aggiunto ai cassoni per rompere l'equilibrio conobbe e misurò lo Ximenes la quantità dell'attrito cui erano sottoposte le rotelle.

Nella prima esperienza ch'egli fece co' cassoni vôti, si potè imprimere ai medesimi un moto lentissimo, e rompere l'equilibrio col peso medio di $112^{lib.}\ 2^{on.}\ 1/2$, e si ebbe in questo peso il valore della resistenza delle due pulegge per cagione dello strofinio. Nella seconda esperienza aggiunse a ciascuno dei cassoni 225 libbre, di modo che il peso di ognuno di essi era di libbre 450, e l'attrito si stimò eguale a $182^{lib.}\ 1^{on.}$. E successivamente andò per 9 esperienze aggravando ogni singolo cassone di 225 libbre di più; sicchè nella nona esperienza il peso di cui era aggravato ciascun cassone era di libbre 2025, e la resistenza risultò eguale al peso di 616 libbre. E perchè si avesse una scala delle resistenze ritrovate con sì fatto metodo in tutte le 9 esperienze, le ridusse in parti 10000^{me}, ed espresse la resistenza relativa ad ogni singola esperienza nel modo che segue. Per la prima esperienza la resistenza valse 1993 in parti dieci millesime, per la seconda 1682, per la terza 1560, per la quarta 1537, per la quinta 1480, per la sesta 1447, per la settima 1431, per l'ottava 1396, per la nona 1320.

306. La prima verità che si ricava dagli enunziati esperimenti, si è quella che già abbiamo stabilito trattando dell'attrito dei corpi striscianti, e riducesi a rovesciare la determinazione di Amontons e di altri meccanici di valutare la resistenza dello strofinio per un 1/3 dei pesi comprimenti. Imperocchè nella prima esperienza il peso di 112 libbre, che rappresenta la resistenza delle

pulegge, è 1/5, e non 1/3 della pressione o dei pesi aggravanti, che sono libbre 562, perchè al peso dei due cassoni di libbre 450 è da aggiungersi il peso di 112 libbre che ruppe l'equilibrio. E similmente nella nona esperienza, in cui la pressione era 4666 libbre, la resistenza non fu che 116 libbre, o sia prossimamente 1/8 della pressione. La seconda verità che si ritrae, si è che le resistenze provenienti dall'attrito non hanno un rapporto costante colla pressione, nè crescono nella ragione diretta dei pesi comprimenti, ma da principio vanno oltre e si aggrandiscono, e poi successivamente scadono e declinano. Questo chiaro si osserva nella scala delle resistenze da noi rapportate nel numero antecedente, e subito si manifesta come si osserva che nella prima esperienza lo strofinio è 1/5, e nell'ultima quasi 1/8 dei pesi comprimenti. Poichè se le resistenze fossero cresciute nella ragione dei pesi comprimenti, nella nona esperienza avrebbero dovuto essere eguali a 1008 libbre, ove dall'esperimento risultarono 616 libbre, dimodochè dicaddero da 1008. a 616, o sia furono quasi 2/5 di meno di quello che si pensava dai meccanici, secondo i principj ch'erano comunemente ricevuti. Questo risultato comecchè a prima vista sembri nuovo e maraviglioso, perchè di ordinario gli esperimenti tentati dai meccanici sono stati eseguiti con piccoli e non con pesi gravissimi, come fece lo Ximenes; pure si può facilmente comprendere quando si riflette che i pesi maggiori schiacciano e superano alcune ruvidezze dei perni, per cui spianata quella maggiore asprezza, essa lascia di resistere, o sia fa che le resistenze relative dei pesi maggiori sieno minori.

307. Ximenes non ristette all'esperienze sopra indicate, ma le replicò in più modi con rotelle di diametro diverso, o con pesi differenti, o con perni ben torniti, e sempre ne ritrasse che come vengono crescendo i pesi comprimenti, vanno scemandosi le resistenze rispettive. Per altro questo risultato è stato confermato dagli esperimenti del Coulomb, nei quali l'asse era di ferro, e la rotella di rame; perciocchè con la pressione di 200 libbre lo strofinio fu quasi 1/5 della pressione, ed aumentati i pesi a 400 e più libbre lo strofinio si ridusse ad 1/6 della pressione. È però siamo abilitati a conchiudere in riguardo alle macchine di rotazione, che *quando i pesi comprimenti non sono molto gravi, il rapporto dello*

strofinio alla pressione si mantiene costante; ma se i pesi si aumentano di molto e vanno assai oltre, il rapporto dello strofinio alla pressione si cangia, e in luogo di crescere scade e declina. Ciò non ostante relativamente alla pratica in ogni macchina di rotazione si suole supporre costante il rapporto dello sfregamento alla pressione.

308. Collo stesso metodo da noi dichiarato (num. 305) andò misurando Ximenes in qual modo si diminuisce l'attrito ungendo i perni di grasso o di strutto di majale, e ne ricavò: 1.° Quando i pesi aggravanti sono di poche libbre, o al di più di 80, la resistenza viene meno di 1/4. 2.° Quando i pesi sono molto grandi e di migliaja di libbre, niuna o quasi niuna facilità al moto acquistano le macchine per cagione delle materie untuose che vi s'interpongono.

309. Coulomb unse di sego gli assi di ferro che si strofinano con rotelle di rame, e vide che questo untume niente diminuisce la resistenza dello strofinio; perciocchè l'attrito fu come se gli assi non fossero stati unti di sego. Interpose agli assi e alle rotelle l'untume di vecchia sugna, e trovò che lo strofinio in luogo di scemarsi si aumentava, massime crescendo i pesi comprimenti da 100 a 200, e poi a 400 libbre.

Sono poi degni di essere notati gli esperimenti da esso Coulomb eseguiti con assi e rotelle di legni diversi e in diversi modi spalmati, come quelli che possono esserci utili nel giuoco delle macchine. Coll'asse di quercia verde unta di sego e la rotella di legno guajaco il rapporto dello strofinio alla pressione fu 0,038. Tolto poi il sego, e restando soltanto le superficie unte, si ebbe 0,06. Coll'asse di quercia verde unta di sego e rotella di olmo la pressione sta allo strofinio come 1 sta 0,03, ed asciugato il sego come 1 sta 0,05. Coll'asse di bosso spalmato di sego e rotella di guajaco si trovò il rapporto dello strofinio alla pressione 0,043, e colle superficie solamente unte 0,07. Coll'asse di bosso e rotella di olmo 0,35, ed asciugato il grasso 0,05. Finalmente se l'asse è di ferro e la rotella è di guajaco, come si toglie l'untume, lo strofinio diventa 1/20 della pressione (Coulomb, *Teoria delle macchine semplici*, par. 2, cap. 3).

310. Dall'esperienze adunque di Ximenes e di Coulomb chiaro si raccoglie che i grassi o poco o niente

favoriscono il movimento nelle macchine di rotazione, massime quando sono aggravate da pesi gravissimi. Si può forse sospettare che le particelle grasse per il peso restano rase e cacciate innanzi senza che possano operar cosa alcuna nei punti o spazietti di contatto.

311. Indicati gli esperimenti che riguardano lo strofinio dei corpi che ruotano o che strisciano, o sia posti alcuni dati dai quali se non esattamente, almeno per approssimazione si può trarre una guida per valutare nelle macchine la resistenza che deriva dall'attrito; giova qui spiegare come le ruote agevolano il movimento dei carri. È da sapersi intorno a ciò prima di ogni altro, che lo strofinio delle ruote si considera nel perno, intorno a cui striscia la cavità del mozzo, e non nella circonferenza della ruota che posa sopra il terreno. Imperocchè quando la ruota del carro gira, non vi sono punti che strisciano, ma solo vi è cangiamento di superficie, per una parte della ruota che sale, e per l'altra che scende quasi perpendicolarmente sul terreno, e perciò non ci è attrito. Gli ostacoli adunque che incontra la ruota, la ritardano più al basso che all'alto, e determinano così il suo moto di rotazione senza più. E siccome al contrario le parti che strisciano nell'atto che la ruota gira, sono quelle del mozzo intorno al perno; così qui e non in altro luogo si osserva ed è da calcolarsi lo strofinio. Ora l'attrito intorno all'asse, com'è chiaro, appartiene a quello della seconda e non della prima specie; e come tale la resistenza che ne risulta è minore di quella che avrebbe luogo se il carro strisciasse come una *slitta*, o se le ruote fossero legate e non girassero. Inoltre è da porsi mente che ridotto lo strofinio alla cavità del mozzo che ruzzola intorno al perno, la superficie sottoposta all'attrito è piccola. Poichè compiendo nel medesimo tempo un'intera rivoluzione la ruota e il suo mozzo, ne segue che il carro cammina per uno spazio eguale alla circonferenza della ruota, e lo strofinio ha luogo in una superficie rappresentata dalla cavità del mozzo. E siccome la ruota e il mozzo stanno tra loro nel rapporto dei raggi rispettivi; così la resistenza che ne deriva per mezzo del movimento delle ruote è assai minore di quella che ne risulterebbe ove le ruote non girassero, e quasi nel rapporto dei raggi del perno e della ruota. Finalmente potendosi la cavità

del mozzo e la superficie del perno mantenere lisce e spalmate, è manifesto che coll' untume e la politura venga di molto minorandosi lo strofinio intorno all'asse delle ruote. E però avendo riguardo a sì fatte circostanze, si comprende che il vantaggio delle ruote dipende dal loro moto di rotazione intorno all' asse, e che diminuendosi lo strofinio col girar delle ruote viene ad agevolarsi il movimento dei carri.

Segue da ciò che le ruote alte, e non le basse, sieno più utili al facile movimento dei carri e delle carrozze. Poichè la razza corrispondente al punto della ruota, che poggia sul terreno, è un braccio di leva che opera contro la resistenza, la quale s' incontra dal mozzo che gira intorno all' asse; e perciò quanto è più lungo questo braccio di leva, o sia se la ruota è alta, lo sforzo della potenza sarà più adatto a vincere l' attrito intorno al perno. Oltre a ciò le ruote alte profondano meno negli incavi e nei buchi del terreno, e sono più pronte ad innalzarsi quando vi profondano; e come tali, sono acconce a superare gli ostacoli e le pietre che incontrano, meglio che le ruote basse non fanno.

Posto adunque questo vantaggio delle ruote alte, nel caricare un carro che porta un pajo di ruote alte, ed un altro di ruote più basse, converrà collocare il peso più vicino alle alte e più lontano dalle basse, e precisamente in modo che il centro di gravità sia situato ad una distanza in ragione inversa dei raggi di ciascun pajo di ruote, affinchè il peso o la pressione si distribuisca in proporzione all' energia delle ruote per vincere la resistenza dell' attrito, e gli ostacoli che s' incontrano nel cammino.

Se poi la strada è piena di sabbia, oltre all' altezza, si desidera che le ruote sieno strette; perciocchè quanto più le ruote sono larghe, tanto è maggiore la quantità dell' arena che spingono innanzi, e questa opponendosi al cammino del carro ricerca più forza onde sormontarla.

312. Le molle che per pensamento del Thomas furono applicate nel 1703 alle carrozze provvedono non solo al comodo, ma ajutano ancora i cavalli a tirare. Una pietra o altro ostacolo che si oppone alla ruota di una carrozza sfornita di molle impedisce tutto ad un tratto la velocità della carrozza, e obbliga i cavalli ad esercitare in una volta tutto lo sforzo necessario per

superare l'ostacolo. Ma se la carrozza è guernita di molle, le ruote s'innalzano gradatamente sopra le pietre, perchè in virtù dell'elaterio di quelle la carica o la cassa della carrozza si piega dolcemente; e per un sì fatto graduato innalzamento delle ruote i cavalli impiegano in corrispondenza una forza piccola e a gradi, che poco o niente li fatica. Si aggiunga a questo, che la carrozza sospinta la prima volta dai cavalli ritiene in seguito la velocità impressa e la tendenza a procedér più oltre, senza di che si ricercherebbe un continuo e intollerabile sforzo per tirarla. Ora le molle muovono e fan risaltare la cassa all'insù, e questa gravitando meno in quel momento, ajuta e fa che più liberamente si eserciti il moto progressivo già acquistato dalla carrozza. Del resto intorno a ciò e circa l'utilità delle ruote si possono consultare gli esperimenti di Vince, le osservazioni di Edgword e Arstice, i quali trattano più ampiamente questo argomento.

ARTICOLO III.

Della rigidezza delle funi.

313. La rigidezza delle funi in riguardo alle macchine in altro non consiste, siccome abbiamo indicato (n. 279), che nella resistenza ch'esse oppongono allo sforzo che tende a piegarle intorno ad una carrucola o ad un cilindro, ec. Quando il peso P (*fig.* 36) è innalzato dallo sforzo della mano in R, la corda resiste a piegarsi nel punto D, e per cagione della sua rigidezza il peso P non si considera più in D, ma come se collocato fosse ad una distanza dal punto di appoggio C più grande del raggio CD. Ed al contrario lo sforzo della potenza R si può riguardare come se fosse in E esattamente alla distanza del raggio CE. Poichè vinta la rigidezza della fune in D, la corda si adatta alla curvatura della carrucola; e comechè in E tenda a svolgersi, pure questa tendenza è così piccola in confronto alla resistenza che oppone ad inviluppàrsi nel punto D, che in pratica non si calcola, e si trascura. L'effetto adunque della rigidezza della fune si riduce ad allontanare la resistenza dal punto di appoggio o centro di moto C; ed allontanandosi la resistenza da C più che non fa la potenza R, non basta, per darsi equilibrio, che P sia eguale a R,

come ricercasi nella carrucola fissa (num. 108); perciocchè il momento di P viene a farsi maggiore (num. 71) del momento della potenza R. E però la potenza è da aumentarsi non per produrre un effetto utile sulla macchina, o sia per vincere la resistenza P, ma per superare la rigidezza della fune. Ma questo dispendio della potenza ha luogo solamente nelle corde sfornite di elaterio, come sono quelle di canape; perchè se la corda fosse elastica tenderebbe a restituirsi nella sua primiera forma nel punto E con uno sforzo eguale a quello con cui avea resistito a piegarsi in D, o sia la resistenza P e la potenza R sarebbero a distanze da C più grandi dei raggi CD, CE, ma eguali, e i momenti risulterebbero eguali, e basterebbe farsi $P=R$ per darsi equilibrio. Indi è che trattandosi della rigidezza delle funi s'intende di parlare delle funi prive di elaterio, e ad altro non mirasi che a definire la quantità di cui è da accrescersi la potenza per vincere la rigidezza delle funi, che allontana la resistenza dalla sua naturale posizione.

314. Varj sono stati i metodi immaginati da' fisici, e più di ogni altro da Amontons e Desaguliers, per estimare la resistenza che proviene dalla rigidezza delle funi; ma quello del Coulomb si reputa oggi il migliore, perchè si applica a valutare una sì fatta resistenza nel modo che opera nelle macchine. Di fatto l'ha ricavato dalle sue esperienze sopra una carrucola, e il suo metodo suppone sempre l'equilibrio. Posa egli adunque un cilindro sopra due regoli di quercia distanti tra loro, e avvolge per due giri la corda al cilindro, sicchè i capi della corda pendano dall'una e l'altra parte del cilindro in mezzo al vacuo lasciato dai regoli. Ai due capi della corda appende due pesi eguali, perchè tendano la corda, e tengano come in equilibrio il cilindro. Indi aggiunge alternativamente ora da un lato e ora da un altro del cilindro de' piccoli pesi sino che eccitino nel cilindro un movimento continuo e insensibile; e così dai pesi aggiunti misura e conosce, sottratto lo strofinio del cilindrio sui regoli, la rigidezza della fune. Di modo che suppone il cilindro in equilibrio, nella stessa guisa come fu da noi considerata la carrucola nel numero antecedente. Del resto si possono conoscere i metodi di Amontons e di Coulomb nella esposizione che questi ne fa nella *Teoria delle macchine semplici*, par. 2,

sez. 1, pag. 108. Nè solo considerò la rigidezza delle funi nelle sue esperienze quando erano le macchine in equilibrio ed in riposo, ma eziandio nello stato di movimento (Coulomb, luogo cit., sez. 4, pag. 154).

315. Nella stima che si vuol fare della resistenza cagionata dalla rigidezza delle funi, prima d'ogni altra cosa è da riguardarsi alla costruzione di esse funi: cioè a dire alla qualità del canape, che diventa più o meno pieghevole secondo la maniera diversa con cui si carmina e si prepara; alla quantità di cui si torce ciascun filo di canape per formarne una funicella; ed alla quantità di torsione data a queste funicelle, dalle quali unite insieme risulta la corda; perciocchè quanto più è il grado di torsione, tanto più resiste la corda a piegarsi. E oltre a ciò è da tenersi conto, secondo gli esperimenti d'Amontons e Desaguliers, del diametro della corda; poichè la resistenza è proporzionale al diametro, o sia cresce come cresce la grossezza della corda, anzi nelle corde grosse è in ragione del quadrato del diametro. E però la qualità del canape, la quantità di torsione e il diametro delle corde sono da considerarsi come i primi elementi della rigidezza delle funi.

La resistenza che oppone la corda per cagione di tali circostanze, si accresce di più per li pesi che la tirano, o, come dicesi, per la *tensione*. Da tutti gli esperimenti finora instituiti è chiaro che le funi tanto più difficilmente si piegano quanto maggiore è la quantità de' pesi che le tendono, o sia è a tutti manifesto che una corda quanto più si tira, tanto meno è atta a piegarsi. Indi è che nel valutare una sì fatta resistenza si deve pigliare in considerazione principalmente la tensione che risulta dal peso legato e sostenuto dalla corda.

Un' altra circostanza cui è da riflettere, si è la curvatura o il diametro del cilindro o della puleggia, intorno a cui si deve inviluppare la corda. Gli esperimenti di Desaguliers ci attestano che la resistenza delle corde segue la ragione inversa dei diametri cui si avvolgono. E senza aver ricorso agli esperimenti si comprende che quanto più piccolo è il diametro, tanto più è da curvarsi e da piegarsi la corda, e perciò in corrispondenza tanto più energica diviene la resistenza ch'essa oppone, e la forza necessaria per vincerla.

Raccogliendo adunque tutti questi elementi, la *resistenza delle corde* è proporzionale ad una funzione del

loro diametro, alla torsione e tensione che soffrono; ed è nella ragione inversa dei diametri dei cilindri, intorno a cui s' inviluppano.

316. Tutti questi elementi, dai quali risulta la resistenza che oppongono le corde al piegarsi, sono stati determinati coll' esperienza, ed espressi in una formola generale dal Coulomb. Avendo costui mandato ad effetto le sue esperienze in grande, e con corde più o meno grosse, gli venne fatto di osservare ciò ch' era sfuggito ad Amontons e Desaguliers, che aveano ridotto ad esecuzione le loro prove in piccolo e con funicelle di una o due linee. Vide in prima di fatto che le forze necessarie a piegar le corde non sono proporzionali alla ragion diretta del diametro delle corde, ma più presto al quadrato di quel diametro, e stabilì che nelle corde nuove la potestà del diametro è 1,7, e nelle corde usate cade a 1,4, e non discende più sotto, nè giunge mai alla ragione del semplice diametro. In secondo luogo si avvide che la tensione delle corde racchiude due termini, l' uno costante che nasce dalla torsione de' fili, e l' altro proporzionale al peso che tende la corda. E per comprender ciò è da sapere che avendo Coulomb messo al cimento una corda di trenta fili stirata dal peso di 25 libbre, che si avvolgea intorno a un cilindro del diametro di 2 pollici, si accorse ch' era necessario il peso di 11 libbre per vincere la rigidezza della fune; ma che con un peso di 625 libbre, che stirava la medesima fune, era necessario lo sforzo di 67 libbre per piegare una sì fatta corda intorno allo stesso cilindro. Trasse quindi da tale esperienza, che levando da 67 libbre la quantità di 11, restava la forza di 56 libbre per vincere la rigidezza proveniente dalla tensione di 600 libbre, che corrispondono a libbre 9,3 per quintale, o sia a libbre 2,3 per ogni 25 libbre. Vide allora che correa la differenza di libbre 8,7 tra questo risultamento e la prima esperienza, che avea somministrato per 25 libbre lo sforzo di 11, e replicando le sue esperienze gli venne fatto di conoscere la ragione di tale differenza. Poichè calcolando sul principio lo sforzo di 11 libbre per una tensione proveniente da 25, e poi aggiungendo per tutte le altre tensioni libbre 9,3 per ciascun quintale, si accorse che il calcolo corrispondea esattamente all' esperienze. Così per 125 libbre di tensione ponendo lo sforzo di 11 libbre per 25, e lo sforzo

di 9,3 per cento libbre, il calcolo dà 20,3, e l'esperienza 21 libbre. E parimente se la tensione fosse 225, aggiungendo a 20,3 lo sforzo 9,3, il calcolo darebbe libbre 29,6, nell'atto che l'esperienza ci somministra 29 libbre. E nella stessa guisa operando, come van crescendo i pesi che accrescono la tensione delle corde, deve crescere di 9,3 per ciascun centinajo lo sforzo necessario a vincere la rigidezza della fune, affinchè il calcolo fosse d'accordo coll'esperienza. Poste adunque sì fatte cose, venne il Coulomb chiaro a comprendere che nelle libbre 11, necessarie a vincere nella prima esperienza la tensione di 25 libbre, eran da distinguersi due quantità: l'una proveniente dal peso ed è eguale a libbre 2,3, e l'altra che nasce dalla torsione che pigliano i fili delle corde nell'atto che si lavorano, ed è eguale a 8,7. La prima è proporzionale al peso e cresce come questo cresce, e la seconda è costante, perchè risulta da una cagione costante qual è la torsione dei fili. Son questi adunque i due termini che scoprì Coulomb nella stima delle forze necessarie a piegar le corde, e sopra questi dati fondò una formola generale.

317. Per esprimere in una maniera generale i due termini che rappresentano le forze che sono necessarie a piegar le corde, pose mente il Coulomb che la rigidezza delle funi segue la ragion diretta di una funzione del diametro delle corde, e la ragione inversa del diametro del cilindro, intorno a cui sono quelle da piegarsi. Per lo che tanto la tensione della quantità costante che nasce dalla torsione dei fili, quanto quella che proviene dai pesi che stirano le corde, cresce come cresce il diametro delle corde, e menoma come cresce il diametro del cilindro. E però venne rappresentando quei due termini per la formola $\frac{K^m}{R}(a+bP)$, dove K è il diametro della corda, R quello del cilindro, a, b son due quantità costanti che si determinano coll'esperienza nelle corde della medesima natura, P è il peso che la corda sostiene, m è, pel num. 316, eguale a 1,7 per le corde nuove, e a 1,4 per le vecchie. Per determinare poi le due quantità a, b, ebbe Coulomb ricorso all'esperienza, in cui il diametro della corda era presso a poco di 9 linee, e 'l diametro del cilindro di 24 linee, siccome di sopra abbiamo notato nell'esperimento, da cui raccolse l'esistenza dei due termini della formola. Pose

quindi $\frac{K^m a}{R} = \frac{9^{\frac{17}{10}}}{24} a = 8,7$ libbre, e l'altra quantità

$\frac{K^m b}{R} = \frac{9^{\frac{17}{10}}}{24}$ 100 lib.$b = 9,3$ lib. E da sì fatte equazioni ricavò i valori di a, b, che sono i coefficienti costanti de' due termini della formola. E come questa formola fu ritrovata esatta in tutte l'esperienze che furono mandate ad esecuzione dal Coulomb; così è oggi volgare e confermato dai fisici che *la resistenza proveniente dalla rigidezza delle funi è rappresentata da una formola composta di due termini: il primo esprime una quantità costante e indipendente dalla tensione notata per* a $\frac{K^m}{R}$, *in cui* a *è una quantità costante che si determina coll' esperienza*, K^m *una potenza del diametro K della corda, ed R il raggio del cilindro o della carrucola; il secondo termine è rappresentato da* b $\frac{K^m}{R}$ *P, in cui* b *è costante*, K^m *una potenza del diametro della corda, e P la tensione della corda. In sì fatta maniera la formola è* $\frac{K^m}{R}(a + bP)$, *in cui* m *varia secondo l' arrendevolezza della corda, la quale nelle corde nuove* $= 2$, *e in quelle già usate* $= 3/2$.

318. Questa formola, che valuta la forza necessaria a piegar le corde intorno alle girelle e ai cilindri, è stata applicata alle macchine. Di fatto noi abbiamo dimostrato nel num. 313 che nella carrucola (*fig.* 36) lo sforzo di R si debba accrescere per equilibrare il peso P, a cagione della rigidezza della fune che non si viene ad avvolgere, come dovrebbe, alla carrucola; e possiamo ora accennare come si debba valutare lo sforzo necessario in R, che serve a vincere la rigidezzza della corda. Siccome questo aumento di sforzo in R nasce dalla distanza che piglia il peso P da CD (*fig.* 36) per effetto della rigidezza della fune; così questa distanza incognita, che rappresenta la rigidezza della fune, si può indicare per x. Per darsi quindi equilibrio nella carrucola sarà $P(CD + x) = R \times CE$, o sia $Px = R \times CE - P \times CD$; e come CE e CD sono eguali, sarà $(R - P)\ CE = Px$, e $R - P = \frac{Px}{CE}$. Dopo di che valutandosi x giusta i termini della

formola si ricava dall'equazione di $R - P$ lo sforzo necessario per piegar la corda nella carrucola. Varie altre applicazioni ne ha fatto Coulomb al piano inclinato e ad altre macchine, che si possono leggere nella *Teor.a delle macchine semplici*, par. 2, cap. 3.

319. Non sono poi da trascurarsi alcune circostanze, che non ostante che pajono straniere, pure contribuiscono ad accrescere o a diminuire la resistenza delle funi. Perchè si conosce per una continua esperienza che le corde nuove resistono più che le usate, quelle esposte all'azione del sole imbiancano e divengono pieghevoli; e al contrario le corde esposte all'ingiurie dell'aria irrigidiscono di più. Ma sopra di ogni altro è da riguardarsi e alla umidità di cui s'imbevono le corde, perchè le corde bagnate diventano più rigide, e al catrame di cui alcuna volta si ungono. Giusta l'esperienze di Coulomb eseguite con funi di 6, 15 e 30 fili, dopo di essere state tenute nell'acqua per 5 o 6 ore, le corde di 6 e 15 fili come furono bagnate acquistarono una maggiore flessibilità; ma quelle di 30 fili aumentarono di rigidezza, ed esercitavano una resistenza più forte. E parimente per gli esperimenti dello stesso fisico sappiamo che le corde di 30 fili incatramate per potersi piegare voleano un sesto di forza di più, che non ricercavano quelle di 30 fili senza catrame. Finalmente è da aversi in considerazione la celerità con cui muovesi la corda che produce un aumento di resistenza. Ma siccome un sì fatto accrescimento di resistenza è costante per un medesimo grado di celerità, qualunque sia la tensione della corda; così ne segue che quando i pesi che tendono la corda sono piccoli, la resistenza proveniente dalla celerità è sensibile; ed al contrario comparisce piccola e degna di essere trascurata in riguardo a quella che deriva dalla tensione quando i pesi sono gravi e notabili. Per altro questo aumento di resistenza relativo alla celerità è più grande nelle corde nuove che nelle vecchie, nelle corde incatramate che in quelle che nol sono. Dalle quali cose tutte ben si ricava che le circostanze a cui è da attendersi in pratica nell'estimare la rigidezza delle funi, sono assai più di quelle che soglionsi e si possono comprendere colla teorica.

FINE DEL TOMO I. DELLA FISICA GENERALE.

INDICE
DEL TOMO PRIMO
DELLA
FISICA GENERALE

INTRODUZIONE . . . . pag. 1

Della Fisica generale . . . . » 57

Cap. I. Di alcune proprietà generali dei corpi. . . . » ivi

II. Del moto e delle sue leggi . . . . » 67

III. Della composizione e risoluzione delle forze. » 76

Della Statica . . . . » 87

Cap. I. Dell'equilibrio di un sistema di corpi . . . . » ivi

Art. I. Dell'equilibrio secondo il paralellogrammo delle forze . . . . » 88

II. De' momenti . . . . » 95

III. Delle celerità virtuali . . . . » 97

Cap. II. Del centro di gravità . . . . » 100

III. Dell'equilibrio applicato alle macchine . . . . » 108

Art. I. Della leva . . . . » 110

II. Della puleggia e dell'asse nella ruota . . . . » 117

III. Del piano inclinato, della vite e del cuneo . » 120

IV. Delle macchine composte . . . . » 124

V. Degli agenti meccanici . . . . » 129

Cap. IV. Epilogo de' principj spiegati e storia della statica » 135

Dell' Idrostatica . . . . » 141

Cap. I. Dell'equilibrio de' liquidi . . . . » 142

II. Della pressione de' liquidi contro il fondo e le pareti de' vasi . . . . » 151

III. Dell'equilibrio de' liquidi di diversa specifica gravità . . . . » 159

IV. Dell'equilibrio de' solidi coi liquidi e co' fluidi » 164

Art. I. De' corpi immersi ne' liquidi in riposo . . . » ivi

II. De' galleggianti . . . . » 171

Cap. V. De' principj idrostatici applicati all'arte di livellare, all'idrometria e ad altri usi . . . . . » 176

VI. Epilogo e storia de' principj idrostatici . . . » 188

Della Dinamica. Parte I. . . . . » 196

Cap. I. Dell'urto diretto de' corpi duri . . . . » 200

II. Dell'urto diretto de' corpi elastici . . . . . . » 209

III. Dell'urto obbliquo de' corpi elastici e non elastici. . . . . » 223

IV. Del moto di un corpo spinto da un impulso che non passa pel suo centro di gravità . . . . » 227

V. Degli ostacoli che oppongonsi al moto de' corpi, e a quello delle macchine . . . . » 235

Art. I. Della resistenza de' fluidi . . . . » 237

II. Dell'attrito . . . . » 253

III. Della rigidezza delle funi . . . . » 268

EMENDAZIONI

Pag. 142 leggi così:

CAPO I. — DELL'EQUILIBRIO DE' LIQUIDI.

Pag. 151:

CAPO II. — DELLA PRESSIONE DE' LIQUIDI CONTRO IL FONDO E LE PARETI DEI VASI.